

NOTICIERO

de la

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Comité Editor:

Dr. Carlos Cabrelli, Dra. Andrea Solotar

Depto. de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA
Pabellón I - Ciudad Universitaria, 1428 - Buenos Aires

**Dr. Hugo Aimar, Dra. Eleonor Harboure,
Dr. Roberto Macías**

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET - UNL
Güemes 3450, 3000 Santa Fe

Editor:

Dr. Ricardo Toledano

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET - UNL
Güemes 3450, 3000 Santa Fe

E-mail: noticiero.uma@gmail.com URL: www.ceride.gov.ar/notiuma

CONTENIDOS

■ A nuestros lectores	3
■ Comunicaciones Científicas UMA 2007	4
■ Comunicaciones REM 2007	320
■ Unión Matemática Argentina: Información general.	391

¹ISSN 1514-9560

Permitida la reproducción parcial o total del contenido de esta Revista, con fines educativos o científicos, siempre que se mencione la fuente.

A nuestros Lectores

En este número publicamos los reúmenes de las Comunicaciones Científicas de la UMA 2007 y de las Comunicaciones de la REM 2007 realizadas durante la reunión de la Unión Matemática Argentina en la FaMaF, Universidad Nacional de Córdoba. Toda crítica, opinión y/o sugerencia acerca de los artículos y notas publicados en el Noticiero serán bienvenidas y las daremos a conocer, en la medida de lo posible, en una sección aparte.

Ricardo Toledano, Editor

Fechas Límites para envío de colaboraciones: 25 de febrero, 25 de junio y 5 de noviembre de cada año.

Toda colaboración, información e inquietud debe ser enviada a:

noticiero.uma@gmail.com

Sitio web: *<http://www.ceride.gov.ar/notiuma>*

Comunicaciones Científicas
UMA 2007
Universidad Nacional de Córdoba

Álgebra y Teoría de Números

Organizan:

Sonia Natale - Ariel Pacetti - María Julia Redondo

Autores: José O. Araujo, Karina Paz

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Expositor: José O. Araujo

Conferencia Invitada

Sobre Modelos de Gel'fand para grupos de Weyl

Un *modelo de Gel'fand* para un grupo finito G , es una representación ordinaria del grupo cuyo carácter es la suma de todos los caracteres irreducibles de G . Después de la construcción, dada en [6] por Bernstein, Gel'fand y Gel'fand, de este tipo de modelos para grupos de Lie compactos, un modelo de Gel'fand para grupo finito es dado por Klyachko en [9], en este caso, para el grupo general lineal sobre un cuerpo finito, este modelo es también tratado por Howlett y Zworesztine en [7] y por Inglis y Saxl en [8].

Modelos de Gel'fand para el grupo simétrico generalizado y grupos de Weyl de tipos A_n , B_n y D_n fueron tratados en [1], [2], [3] y [4], desde un enfoque diferente, *modelos por involuciones* son presentados por Baddeley en [5] y un modelo para el grupo simétrico S_n es también estudiado por Kodiyalam y Verma en [10].

Estamos interesados en esta última realización de un modelo de Gel'fand para S_n , ante la posibilidad de obtener modelos para otros grupos de Weyl a partir de ella. En este caso, presentamos un modelo para un grupo de Weyl de tipo B_n .

Referencias:

- [1] Aguado, J. L. and Araujo, J. O., *A Gel'fand model for the symmetric group*, Communications in Algebra, 29(4), 1841-1851 (2001).
- [2] Araujo, J. O., *A Gel'fand model for a Weyl group of type B_n* , Beiträge zur Algebra und Geometrie 44, no. 2 (2003) 359-373.
- [3] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gel'fand Model for the Weyl group of type D_n and the branching rules $D_n \hookrightarrow B_n$* . Journal in Algebra, vol. 294 (2005), 97-116.
- [4] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gel'fand Model for the Symmetric Generalized Group*, por aparecer en Communications in Algebra.
- [5] Baddeley, R., *Models and Involution Models for Wreath Products and certain Weyl Groups*. Journal of London Mathematical Society no. 44, serie 2 (1991) 55-74.
- [6] Bernstein, I, Gel'fand, I. and Gel'fand, S. *Models of representations of Lie groups*, Selected. Math. Soviet 1(2) (1981) 121-142.

- [7] Howlett, R. and Zwoestine, C., *On Klyachko's model for the representations of finite linear groups*. China Higher Education Press (Beijing), and Springer-Verlag (Berlin, Heidelberg), (2000), 229-246.
- [8] Inglis, N. F. J. and Saxl, J., *An explicit model for the complex representations of the finite general linear groups*, Archiv der Mathematik 57 (1991), 424-431.
- [9] Klyachko, A. A., *Models for the complex representations of the groups $GL(n, q)$* , Math. USSR Sbornik 48 (1984), 365-379.
- [10] Kodyalam, V. and Verma, D. N., *A natural representation model for symmetric groups*.
arXiv:math.RT/0402216 v1, 2006.

Autores: Gabriela Jeronimo ^(a,b), Daniel Perrucci ^(a,b), Juan Sabia ^(b,c)

Lugar: (a) Departamento de Matemática, FCEN, Universidad de Buenos Aires, (b) CONICET, (c) Departamento de Ciencias Exactas, CBC, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Juan Sabia

Conferencia Invitada

Conjuntos semi-algebraicos y deformaciones

Una de las preguntas fundamentales en geometría algebraica real efectiva consiste en determinar si un conjunto definido en \mathbb{R}^n por una familia de igualdades y desigualdades de polinomios multivariados con coeficientes reales es vacío o no. Este problema puede verse como un caso particular del problema de la eliminación de cuantificadores en la teoría de primer orden sobre los reales.

Los algoritmos más eficientes conocidos para eliminación de cuantificadores (ver [BPR03]) se basan en procedimientos para el cálculo de un punto en cada componente conexa de los conjuntos determinados por cada condición de signo definida por una familia finita de polinomios (donde una *condición de signo* definida por $g_1, \dots, g_s \in \mathbb{Q}[x_1, \dots, x_n]$ es $g_1\sigma_1 0, \dots, g_s\sigma_s 0$, con $\sigma_i \in \{=, >\}$). Para el cálculo de estos puntos, una estrategia que se ha utilizado consiste en considerar deformaciones infinitesimales del sistema para reducir el problema al caso de una hipersuperficie (considerando sumas de cuadrados de los polinomios) compacta y regular.

En esta comunicación presentaremos un posible acercamiento al problema, basado también en técnicas de deformación, que sigue la línea de [BGHM01] y [SS03]. Este enfoque permite trabajar con el sistema de polinomios original, evitando considerar sumas de cuadrados y el consecuente crecimiento del grado de los polinomios que se refleja luego en la complejidad de los algoritmos. En el caso bivariado, describiremos un algoritmo construido en base a esta deformación para el cálculo de un punto en la clausura de cada componente conexa de cada uno de los conjuntos determinados por las condiciones de signo definidas por una familia finita de polinomios.

Referencias

- [BGHM01] B. Bank, M. Giusti, J. Heintz, G.M. Mbakop. Polar varieties and efficient real elimination. *Math. Z.* 238 (2001), No. 1, 115–144.

- [BPR03] S. Basu, R. Pollack, M.-F. Roy, *Algorithms in real algebraic geometry*. Springer-Verlag, 2003.
- [SS03] M. Safey El Din, E. Schost, Polar varieties and computation of one point in each connected component of a smooth algebraic set. *Proc. of ISSAC 2003*, 224–231 (electronic), ACM, New York, 2003.

Autores: Juan J. Bigeón, Laura B. Fernández
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
Expositor: Juan José Bigeón

Descomposición de representaciones del grupo simétrico inducidas por caracteres lineales

En este trabajo describimos descomposiciones de

$$\begin{aligned} & ind_{S_\lambda}^{S_n}(1) \otimes ind_{S_\mu}^{S_n}(1) \\ & ind_{S_\lambda}^{S_n}(sgn) \otimes ind_{S_\mu}^{S_n}(sgn) \\ & ind_{S_\lambda}^{S_n}(1) \otimes ind_{S_\mu}^{S_n}(sgn) \end{aligned}$$

para algunas λ, μ particiones, como suma de representaciones inducidas por los caracteres trivial y signo y subgrupos del tipo S_ν . A tal fin utilizamos el isomorfismo característico para trasladar este problema al anillo de funciones simétricas en el que utilizamos argumentos combinatoriales para resolver el problema.

Referencias:

Sagan, B. The Symmetric Group. Representations, Combinatorial Algorithms and Symmetric Functions Springer-Verlag, 2001.

Autores: Juan Martín Mombelli

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Torcimientos dinámicos en álgebras de Hopf de dimensión finita

Un torcimiento dinámico para un par (H, A) , donde H es un álgebra de Hopf y A es un subgrupo Abeliano de $G(H)$, es una función A -invariante $J: \hat{A} \rightarrow H \otimes H$ que satisface

$$\sum_{\mu \in \hat{A}} (\Delta \otimes \text{id})J(\lambda) (J(\lambda\mu^{-1}) \otimes P_\mu) = (\text{id} \otimes \Delta)J(\lambda) (1 \otimes J(\lambda)).$$

Si A es el grupo trivial entonces J es un torcimiento usual en el sentido de Drinfeld.

Para cada torcimiento dinámico de H y una R -matriz $R \in H \otimes H$ se le asocia una solución de la ecuación cuántica de Yang-Baxter dinámica, también conocida como la ecuación de Gervais-Neveu-Felder. A partir de dichas soluciones se construyen, a lo FRT, los llamados *grupos cuánticos dinámicos*, introducidos, a mi entender, por Felder [F].

En esta charla mostraremos una clasificación de los torcimientos dinámicos para cualquier álgebra de Hopf de dimensión finita H , generalizando resultados previos obtenidos por Etingof y Nikshych para álgebras de grupo, ver [EN1].

Más precisamente se mostrará una biyección entre clases de equivalencia de torcimientos dinámicos y pares $(K, \{V_\lambda\}_{\lambda \in \hat{A}})$, donde K es un H -comódulo álgebra semisimple y $\{V_\lambda\}_{\lambda \in \hat{A}}$ es una familia de representaciones irreducibles de K sujetos a ciertos axiomas.

Como consecuencia dicha clasificación se mostrará cómo construir una familia infinita de torcimientos dinámicos para las álgebras de Taft.

Referencias

- [AM] N. Andruskiewitsch and J. M. Mombelli, *On module categories over finite-dimensional Hopf algebras*, J. Alg. 314, (2007), 383–418.
- [EN1] P. Etingof and D. Nikshych, *Dynamical twists in group algebras*, Int. Math. Res. Not. 13 (2001), 679–701.

- [EN2] P. Etingof and D. Nikshych, *Dynamical quantum groups at roots of 1*, *Duke Math. J.* **108** (2001), 135–168.
- [F] G. Felder, *Elliptic quantum groups*, *XIth Int. Cong. Math. Phys.* (1994), 211-218, *Internat. Press, Cambridge*, (1995).
- [M] J.M. Mombelli, *Dynamical twists in Hopf algebras*, aceptado en *Int. Math. Res. Not. Preprint math.QA/0701758*.

Autores: Nicolás S. Botbol

Lugar: Depto. Matemática - FCEyN - UBA

Implicación de hipersuperficies racionales en un producto de espacios proyectivos unidimensionales

En este trabajo se estudia cómo funciona la teoría desarrollada por Busé, Chardin y Jouanolou para el caso en que se tiene un morfismo de esquemas del tipo $\phi: \mathbb{P}^n \dashrightarrow \mathbb{P}^1 \times \dots \times \mathbb{P}^1$ ($n+1$ copias), dado por pares de polinomios homogéneos de grado d_i , $i = 0, \dots, n$.

El objetivo es ver que en este caso podemos aplicar la teoría desarrollada en [B-J, B-C, Cha, Busé, BC] con algunas modificaciones. Veremos que tal como se desea, como en el caso ya estudiado por ellos, la resultante de Macaulay asociada a este problema da una ecuación implícita para la imagen de ϕ de cierto grado. Para ello debemos conseguir una resolución conveniente del álgebra simétrica para calcular esta resultante como un determinante de complejo. Sabemos que en estas condiciones, el complejo de Koszul asociado a la sucesión $\{f_0^{(0)}x_1^{(0)} - f_1^{(0)}x_0^{(0)}, \dots, f_0^{(n+1)}x_1^{(n+1)} - f_1^{(n+1)}x_0^{(n+1)}\}$ es una resolución libre, y veremos que podemos interpretarla en el lenguaje de complejos de aproximación [HSV], con el fin de poder generalizar esto al caso de un producto arbitrario de espacios proyectivos.

Para esto veremos que el álgebra que hay que resolver es un producto tensorial de dos álgebras simétricas, cuyas resoluciones son conocidas (los respectivos complejos de aproximación), y que el producto tensorial de éstos da, en este caso, una resolución del álgebra producto. Esto dice en particular que la 0-ésima homología coincide con este álgebra y que el complejo es acíclico.

Además se mencionan algunas condiciones en las cuales, la fórmula obtenida determina exactamente la variedad buscada, y en qué situaciones no. En esta última situación mostramos que podemos describir cuáles son las otras variedades que aparecen.

Referencias

- [Busé] Busé, Laurent. Étude du résultant sur une variété algébrique. PhD Thesis. *Université de Nice Sophia-Antipolis*, 2001.
- [B-C] Busé, Laurent; Chardin, Marc. Implicitizing rational hypersurfaces using approximation complexes. *J. Symbolic Comput.* 40 (2005), no. 4-5, 1150–1168.

- [BCJ] Busé, Laurent; Chardin, Marc; Jouanolou, J-P. Complement to the implicitization of rational hypersurfaces by means of approximation complexes. Por aparecer, math.AC/0610186 v1.
- [B-J] Busé, Laurent; Jouanolou, Jean-Pierre On the closed image of a rational map and the implicitization problem. *J. Algebra* 265 (2003), no. 1, 312–357.
- [Cha] Chardin, Marc. Implicitization using approximation complexes. Por aparecer, math.AC/0503180.
- [HSV] Herzog, J.; Simis, A.; Vasconcelos, W. V. Approximation complexes of blowing-up rings. II. *J. Algebra* 82 (1983), no. 1, 53–83.

Autores: Carina Boyallian, José Liberati

Lugar: Famaf-UNC

Expositor: José Liberati

Operadores biespectrales matriciales

En [1], Duistermaat y Grunbaum, comienzan el estudio sistemático de operadores biespectrales, es decir, operadores diferenciales $L(x, \frac{d}{dx})$ y $B(z, \frac{d}{dz})$ en las variables x y z para los cuales existe una función $\psi(x, z)$ que satisface

$$L(x, \frac{d}{dx})\psi(x, z) = f(z)\psi(x, z),$$

$$B(z, \frac{d}{dz})\psi(x, z) = g(x)\psi(x, z),$$

es decir $\psi(x, z)$ es simultáneamente autofunción de L y B en las variables correspondientes. Este problema resultó tener conexión con vertex operators, las ecuaciones KdV y KP, y el sistema de Calogero-Moser (ver [1,4,5,6]).

La versión matricial del problema es un terreno poco explorado. En el presente trabajo construimos operadores biespectrales matriciales mediante el uso de la transformación de Darboux matricial y la teoría de quasideterminantes desarrollada por Gelfand y Retakh en [2], extendiendo resultados conocidos en la versión matricial (ver [6]) y en la versión escalar (ver [3,4,5]).

[1] J.J. Duistermaat and F.A. Grünbaum, *Differential equation in the spectral parameter*, Commun. Math. Phys. **103** (1986), 177-240.

[2] I. Gelfand and V. Retakh, *Quasideterminants, I*, Sel. Math **3** (1997), 517-546.

[3] J. Liberati, *Bispectral property, Darboux transformation and the Grassmannian Gr^{rat}* , Lett. Math. Phys. **41** (1997), 321-332.

[4] G. Wilson, *Bispectral commutative ordinary differential operators*, J. reine angew. Math. **442** (1993), 177-204.

[5] G. Wilson, *Collisions of Calogero-Moser particles and an adelic Grassmannian, with an appendix by I.G. Macdonald*, Invent. Math. **133** (1998), 1-41.

[6] J. P. Zubelli, *Rational solutions of nonlinear evolution equations, vertex operators, and bispectrality*, J. Diff. Equations **97** (1992), 71-98.

Autores: José Luis Aguado

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Pcia. de Buenos Aires

Propiedades de conmutatividad de las semiderivaciones de Dieudonné

Sean K un cuerpo de característica $p > 0$, $A = K[[X]]$, y para $k \in \mathbb{N}$, la semiderivación de Dieudonné $D_k = \frac{\partial}{\partial X^{p^k}}$ de altura k , respecto de X^{p^k} definida por:

$$D_k(X^n) = \binom{n}{p^k} X^{n-p^k}$$

Dieudonné llama a las D_k *semiderivaciones de altura k* , porque si $P \in A$ y $Q \in K[[X^{p^k}]]$ entonces se puede demostrar que vale que $D_k(PQ) = PD_k(Q) + QD_k(P)$.

Para $s, k \in \mathbb{N}$ se definen los K -endomorfismos $\phi_{k,s} : A \rightarrow A$ por:

$$\phi_{k,s} = [D_k, X^s] = D_k X^s - X^s D_k$$

En esta comunicación demostramos:

Proposición 1. Para cualquier s tal que $1 \leq s < p^k$ vale que:

$$\phi_{k,s}(X^n) = \begin{cases} X^{n-p^k+s} & \text{si } \exists i : 1 \leq i \leq s \text{ tal que } n+i \equiv 0 \pmod{p^k} \\ 0 & \text{si no se verifica la propiedad de arriba} \end{cases}$$

Fórmulas como la de la Proposición 1 proveen ejemplos de cómo calcular expresiones cerradas para funciones generadoras de sucesiones en característica positiva (muy frecuentes en Computación y Matemática Discreta). Por ejemplo $\phi_{k,s}\left(\frac{1}{1-X}\right)$ es una expresión cerrada para la función generadora en A de la sucesión en $K^{\mathbb{N}}$ definida por: $a(n) = \binom{n+s}{p^k} - \binom{n}{p^k}$ con s y k fijos ($s < p^k$).

A partir de la fórmula deducimos también las siguientes propiedades de $\phi_{k,s}$ para $s < p^k$:

1. $\text{Im } \phi_{k,s} = \bigoplus_{i=0}^{s-1} K[[X^{p^k-i}]]$ y entonces $\text{Ker } \phi_{k,s} \simeq_K A / \bigoplus_{i=0}^{s-1} K[[X^{p^k-i}]]$

2. Si $h > k$ entonces $\text{Im}(\phi_{k,s}) \subset \text{Ker}(\phi_{h,s})$ por lo que para s fijo, se tiene un co-complejo de K -espacios:

$$0 \rightarrow A \xrightarrow{\phi_{k,s}} A \xrightarrow{\phi_{k+1,s}} A \xrightarrow{\phi_{k+2,s}} \dots$$

para cualquier k tal que $p^k > s$.

3. Usando 1 es posible calcular los K -espacios de co-homología del complejo de 4.

Presentamos este cálculo porque tiene un sabor a un complejo de de Rham, elemental, involucrando operadores diferenciales explícitos en característica positiva.

Autores: L. Cagliero, P. Tirao
Lugar: CIEM - FaMAF, Córdoba
Expositor: Paulo Tirao
Conferencia Invitada

Carcajs y álgebras rígidas

En el trabajo *Rigidity of truncated quiver algebras* [Adv. Math. **79**(1) (1990), 18–42.], Cibils probó que un álgebra de carcaj truncada es rígida si y sólo si su segundo grupo de cohomología es cero y dió condiciones para su anulación. Estas condiciones se refieren a la existencia de clases especiales de pares de caminos paralelos. La combinatoria de estos pares de caminos paralelos es no trivial.

En este trabajo decimos que un carcaj Δ es rígido si las álgebras N truncadas asociadas son todas rígidas. Esto es, si Δ satisface las condiciones de Cibils para todo N . El objetivo es caracterizar carcajs rígidos.

En esta charla discutiremos y enunciaremos condiciones simples de rigidez para carcajs. Luego presentaremos un proceso de condensación para carcajs que le asigna a un Δ dado otro más simple preservando rigidez. Esto nos permite mostrar un algoritmo, en general muy eficiente, para decidir si un carcaj dado es rígido o no. Finalmente exhibiremos familias numerosas de carcajs y álgebras rígidas.

Autores: Lisi D'Alfonso ^(a), Gabriela Jeronimo ^(b,c), Gustavo Massaccesi ^(b), Pablo Solernó ^(b,c)

Lugar: (a) Departamento de Ciencias Exactas, CBC, Universidad de Buenos Aires, (b) Departamento de Matemática, FCEN, Universidad de Buenos Aires, (c) CONICET

Expositor: Gabriela Jeronimo
Conferencia Invitada

El número de Jacobi y su relación con el orden y el índice de sistemas de ecuaciones diferenciales algebraicas

Dos invariantes asociados a un sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAE) que han sido ampliamente estudiados son el *índice de diferenciación* y el *orden* del sistema. En el caso de un sistema DAE cero-dimensional y de orden $e \in \mathbb{N}$, el índice de diferenciación estima la cantidad mínima de veces que las ecuaciones del sistema deben ser diferenciadas de manera que las derivadas de orden e de las incógnitas queden determinadas a partir de las derivadas de orden menor que e ([BCP96]); por otro lado, el orden del sistema es la cantidad de condiciones iniciales que pueden fijarse arbitrariamente ([Kol73, Chapter II]).

En [Jac1865], se introduce un nuevo parámetro en el análisis del orden de sistemas DAE: dado un sistema $g_i(U, \dot{U}, \dots) = 0, i = 1, \dots, n$, en las incógnitas $U = U_1, \dots, U_n$ y sus derivadas, si a_{ij} denota la derivada de U_j de mayor orden que aparece en g_i , el *número de Jacobi* del sistema se define como $J := \max\{a_{1\sigma(1)} + \dots + a_{n\sigma(n)} : \sigma \in S_n\}$. En dicho trabajo, Jacobi afirma que este número es una cota superior para el orden del sistema. Esta cota ha sido probada bajo ciertas hipótesis ([Ritt35], [KMP82]), pero en el caso general todavía es una conjetura.

Para sistemas DAE con ciertas hipótesis de regularidad (que incluyen el caso de [KMP82]), presentamos una construcción algebraica alternativa para el cálculo del índice de diferenciación. Esta construcción nos permite relacionarlo con el orden del sistema y deducir cotas para el índice de diferenciación en función de los órdenes de las ecuaciones involucradas, en particular, del número de Jacobi. Asimismo, damos una demostración nueva para la cota de Jacobi para el orden de sistemas cero-dimensionales en el caso de los sistemas considerados.

Referencias

[BCP96] K. Brennan, S. Campbell, I. Petzold, Numerical Solution of Initial-Value Problems in Differential-Algebraic Equations. SIAM's Classics in Applied Mathematics, Philadelphia, 1996.

[Kol73] E.R. Kolchin, Differential Algebra and Algebraic Groups, Academic Press, New York, 1973.

[Jac1865] C.G.J. Jacobi, De investigando ordine systematis aequationum differentialium vulgarium cujuscunque. Ex. ill. C. G. J. Jacobi manuscriptis posthumis in medium protulit C. W. Borchardt. J. Reine Angew. Math. 64, 297-320 (1865).

[KMP82] M.V. Kondratieva, A.V. Mikhalev, E.V. Pankratiev, La cota de Jacobi para sistemas de polinomios diferenciales (en ruso). En Algebra, Work Collect., dedic. O. Yu. Shmidt, Moskva 1982, 79-85 (1982).

[Ritt35] J.F. Ritt, Jacobi's problem on the order of a system of differential equations, Ann. Math. 36 No. 2, 303-312 (1935).

Autores: María Inés Peña, Sonia Trepode
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: María Inés Peña

Sobre álgebras laura

Consideramos L_A , la subcategoría plena de $\text{mod}A$, formada por los módulos indescomponibles que satisfacen que todo predecesor tiene dimensión proyectiva menor o igual a 1. En forma dual se define la subcategoría R_A . Recordemos que un álgebra A se dice laura si $L_A \cup R_A$ es cofinita en los indescomponibles de A .

Caracterizamos las álgebras laura en términos de los módulos Extproyectivos de L_A y los módulos Extinyectivos de R_A . En particular, utilizando estos módulos caracterizamos las álgebras débilmente de dimensión homológica pequeña y de las álgebras de dimensión homológica pequeña.

Autores: Isabel Herrero, Gabriela Jeronimo, Juan Sabia.

Lugar: Departamento de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires; Departamento de Ciencias Exactas, CBC, Universidad de Buenos Aires; CON-ICET.

Expositor: Isabel Herrero

Sobre la cantidad de soluciones de sistemas de ecuaciones polinomiales ralas

El Teorema de Bernstein ([1]) relaciona la cantidad de soluciones aisladas en $(\mathbb{C}^*)^n$ de un sistema de n ecuaciones dadas por polinomios de Laurent en n variables con la geometría de los soportes de dichos polinomios. Más precisamente, este teorema establece que, en el caso genérico, la cantidad de soluciones del sistema en $(\mathbb{C}^*)^n$ está dada por el volumen mixto de la familia de los polítopos de Newton asociados a esos polinomios y, en el caso general, este volumen mixto da una cota superior para la cantidad de soluciones aisladas en $(\mathbb{C}^*)^n$ (contadas con su multiplicidad).

Recientemente, en [2] se obtuvo un refinamiento de la cota de Bernstein para el caso de sistemas de polinomios de Laurent no genéricos. Esta nueva cota superior está dada por el volumen mixto de la familia de los polítopos de Newton del sistema más una sumatoria de términos no positivos (*integrales mixtas* de familias de funciones cóncavas definidas a partir de los polinomios dados). Al igual que sucede con la cota de Bernstein, ésta también es exacta bajo ciertas condiciones de genericidad, y en cualquier otro caso acota superiormente la cantidad de raíces aisladas en $(\mathbb{C}^*)^n$ del sistema, contadas con su multiplicidad.

En esta comunicación presentamos una demostración alternativa de una variación del resultado principal de [2] restringido al caso de dos polinomios f y g en dos variables. Para eso, calculamos explícitamente las integrales mixtas involucradas y mostramos la relación de estas integrales mixtas con la multiplicidad de intersección de f y g en determinados puntos.

Referencias

- [1] Bernstein, D. N. *The number of roots of a system of equations*. *Funct. Anal. Appl.* 9 (1975), 183-185; traducción de *Funkts. Anal. Prilozh.* 9, No. 3 (1975), 1-4.

- [2] Philippon P., Sombra M. *Une nouvelle majoration pour le nombre de solutions d'un système d'équations polynomiales*. Enviado. 6pp.
http://atlas.mat.ub.es/personals/sombra/papers/cras_kb/noteKB.pdf

Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Fernando Fantino

Lugar: FaMAF

Expositor: Fernando Fantino

Sobre álgebras de Hopf punteadas asociadas con grupos alternantes y dihedrales

Se presentarán los principales resultados obtenidos en [AF]. En el mismo se muestra que no existen álgebras de Hopf punteadas complejas de dimensión finita H con $G(H) \simeq \mathbb{A}_5$ (grupo alternante en 5 letras), salvo el álgebra de grupo de \mathbb{A}_5 . Éste es el primer grupo finito no abeliano G para el cual se conocen todas las álgebras de Hopf punteadas cuyo grupo de elementos tipo grupo es isomorfo a G .

También se muestra que cualquier álgebra de Hopf punteada con trenza infinitesimal asociada con la clase de conjugación de $s \in \mathbb{A}_n$ es de dimensión infinita si el orden de s es impar, excepto para $s = (123)$ en \mathbb{A}_4 . Este caso corresponde al *rack* del *tetraedro* con cociclo constante ω , donde $\omega \neq 1$ es una raíz tercera de la unidad, para el cual no se conoce la dimensión del álgebra de Hopf punteada asociada.

Finalmente, se exhibirán algunos resultados sobre álgebras de Hopf punteadas sobre los grupos dihedrales.

Referencias

- [AF] N. Andruskiewitsch and F. Fantino, *On pointed Hopf algebras associated with alternating and dihedral groups*, math.QA/0702559.

Autores: Carina Boyallian, José Liberati
Lugar: Famaf - Univ. Nacional de Córdoba
Expositor: Carina Boyallian

Pseudobialgebras

La parte singular del OPE (operator product expansion) en la teoría de campos conformes, codifica las relaciones de conmutación de campos, que conduce a la definición de álgebras de Lie conformes. Estas son, simplemente, un $\mathbb{C}[\partial]$ -módulo, munido de una cantidad infinita de productos bilineales (sobre los números complejos), parametrizados por los enteros positivos, que satisfacen un sistema de identidades, (ver [K]).

En [BD], Beilinson y Drinfeld muestran que las álgebras de Lie conformes pueden ser vistas como álgebras de Lie en ciertas categorías pseudotensoriales y que son un ejemplo unidimensional de lo que ellos llaman C^* -álgebras. Inspirados en esto, Bakalov, D'Andrea y Kac, [BDK], desarrollan la teoría de álgebras de Lie conformes multidimensionales, llamadas pseudoálgebras, donde la estructura de $\mathbb{C}[\partial]$ -módulo es reemplazada por una estructura de H -módulo, con H un álgebra de Hopf coconmutativa.

En este trabajo, dualizamos la noción de pseudoálgebra, lo cual permite clarificar la teoría de estos objetos. Definimos las pseudobialgebras de Lie y obtenemos pseudo-análogos de los triples de Manin, el doble de Drinfeld y la ecuación clásica de Yang-Baxter. Además, se tiene una descripción natural del álgebra de Lie asociada a una pseudoálgebra, que es central en el estudio de la teoría de representaciones, como un álgebra de funciones con un producto de convolución. En [L], se prueba la versión conforme de estos resultados.

[BD] A. Beilinson and V. Drinfeld, *Chiral algebras*, AMS, (2004)

[BDK] B. Bakalov, A. D'Andrea and V. Kac, *Theory of finite pseudoalgebras*, Adv. Math. **162**, (2001) 1-140.

[K] V. Kac; *Vertex algebras for beginners* (Second edition), American Mathematical Society (1998).

[L] J. Liberati, *On conformal bialgebras*, preprint (2006).

Autores: Eleonora Cerati, Ingrid Schwer

Lugar: Departamento de Matemática - Facultad de Ingeniería Química

Expositor: Ingrid Schwer

La alfa-cohomología de Hochschild del espacio afín cuántico multiparámetro

Con el impulso de la Física Teórica surgen, en la década de los 80, nuevas teorías matemáticas que se encuadran en la Geometría no conmutativa. La definición de Connes, en 1980, de la cohomología cíclica sirvió de generalización no conmutativa a la cohomología de de Rham de variedades. Posteriormente se desarrollaron técnicas para calcular este invariante en los casos más generales. Aparece luego la teoría de grupos cuánticos, y aumenta el interés por el estudio de ciertas álgebras asociativas que se obtienen como deformaciones no conmutativas de álgebras conmutativas asociadas a objetos geométricos. Un ejemplo es el álgebra de funciones sobre el plano cuántico.

En este trabajo se usan técnicas definidas por Wambst, surgidas del álgebra conmutativa y adaptadas para el cálculo de la cohomología de esas álgebras cuánticas. Tal es el caso de los complejos de Koszul, una de las herramientas más poderosas del álgebra homológica. Se utiliza una versión cuántica de dichos complejos.

A partir de un espacio vectorial V y una simetría de Hecke c , Wambst define las álgebras $S_c(V)$ y $\Lambda_c(V)$ (que son los análogos de las álgebras simétrica y exterior respectivamente), y sus respectivas resoluciones libres, que permiten construir complejos cuasi isomorfos a los respectivos complejos estándar de Hochschild.

Aplicamos estos resultados al caso del espacio afín cuántico multiparámetro, calculamos los grupos de α -cohomología de Hochschild, donde α es un automorfismo lineal de dicho espacio. El interés de este cálculo radica en su utilidad cuando uno intenta calcular la cohomología de Hochschild del espacio afín multiparámetro, a coeficientes en el producto cruzado por su grupo de automorfismos lineales.

En un trabajo anterior (ver [CS]) hemos calculado HH_α^0 y HH_α^1 para n variables.

Describimos más precisamente nuestro resultado actual: en el espacio afín cuántico pensado como un álgebra sobre \mathbb{C} generada por x_1, \dots, x_n con las relaciones $x_i x_j = q_{ij} x_j x_i$, se consideran automorfismos lineales

$$\alpha \in \text{Aut}\mathbb{C}\{x_1, \dots, x_n\} \setminus \{\alpha : \alpha(x_i) = \prod_{k \neq i} q_{ki}^{j_k} x_i\}$$

denominados de *tipo 1* y aquellos morfismos antes excluidos, denominados de *tipo 2*. Calculamos los grupos de α -cohomología de Hochschild de grado i , HH_α^i , para $0 \leq i \leq n$ y $n \leq 4$. Para $n = 2$, $HH_\alpha^2 = k$ para α de *tipo 1* y $HH_\alpha^2 = k \oplus \sum kx_1^{j_1+1}x_2^j \oplus \sum kx_1^i x_2^{j_2+1}$ para un α de *tipo 2* y otros casos especiales para automorfismos particulares de *tipo 2*. Para $n = 3$, $HH_\alpha^2 = 0$ para α de *tipo 1* y de *tipo 2*, excepto para casos particulares de α de *tipo 2* y $HH_\alpha^3 = k$ para α de *tipo 1* y $HH_\alpha^3 = k$ para α de *tipo 2*, excepto casos particulares. Para $n = 4$, $HH_\alpha^2 = 0$ para α de *tipo 1* y de *tipo 2*, $HH_\alpha^3 = 0$ para α de *tipo 1*, $HH_\alpha^3 = 0$ para α de *tipo 2*, excepto casos particulares y $HH_\alpha^4 = k$ para α de *tipo 1* y para α de *tipo 2*, $HH_\alpha^4 = k$ salvo casos particulares. Los resultados para homología se obtienen usando resultados de dualidad, del tipo de la dualidad de Van der Bergh.

Bibliografía

- [CS] E. Cerati. y I. Schwer. *Derivations and automorphisms in the twisted polynomial algebra*. Algebras, Groups and Geometries, **17**(2000), 149-166.
- [R] L. Richard, *Hochschild homology and cohomology of some classical and quantum noncommutative polynomial algebras*. J. Pure Appl. Algebra **187** (2004), nos. 1-3, 225-294.
- [RS] M.J. Redondo and A.L. Solotar, *Alfa-derivations II: the non-commutative case*, Bol. Acad. Nac. de Cienc. (Córdoba) **65**(2000), 29-43.
- [W] M. Wambst, *Complexes de Koszul quantiques*, Ann, Inst. Fourier (Grenoble) **43** (1993), no. 4, 1089-1156.

Autores: Alicia Dickenstein, Laura Felicia Matusevich, Ezra Miller
Lugar: Dpto. de Matemática, FCEN, UBA - Math. Dept, Texas A M University, USA - Math. Dept., University of Minnesota, USA
Expositor: Alicia Dickenstein
Conferencia Invitada

D-módulos binomiales

El objeto central de este trabajo son los D -módulos binomiales, que reformulan y generalizan los sistemas hipergeométricos clásicos de Horn. Nuestra definición se basa en el punto de vista desarrollado por Gel'fand, Graev, Kapranov y Zelevinsky y contiene sus sistemas A -hipergeométricos como un caso particular.

Específicamente, estudiamos cocientes del álgebra de Weyl por ideales a izquierda cuyos generadores consisten de un ideal binomial I arbitrario en $\mathbb{C}[\partial_1, \dots, \partial_n]$ con una graduación en \mathbb{Z}^d , junto con operadores de Euler definidos por la graduación y un parámetro $\beta \in \mathbb{C}^d$.

Determinamos los parámetros β para los cuales estos D -módulos (i) son holónomos (equivalentemente, holónomos regulares, cuando I tiene graduación standard), (ii) se descomponen como una suma directa indexada por las componentes primarias de I y (iii) tienen rango holonómico mayor que el rango para β genérico. En estos tres casos, los parámetros en cuestión son precisamente aquéllos fuera de un arreglo afín de hiperplanos en \mathbb{C}^d que describimos explícitamente.

En el caso especial de D -módulos hipergeométricos de Horn generalizados, cuando I es un "lattice basis ideal", calculamos el rango holonómico genérico combinatoriamente y escribimos una base de soluciones en términos de funciones A -hipergeométricas asociadas.

Una de las herramientas fundamentales que desarrollamos para este estudio es la descripción precisa de las componentes primarias de un ideal binomial arbitrario en un anillo de polinomios sobre un cuerpo de característica cero, dando un refinamiento combinatorio del trabajo de Eisenbud y Sturmfels. Integramos los resultados conocidos para sistemas A -hipergeométricos con los complejos de Euler-Koszul desarrollados por Matusevich, Miller y Walter, generalizando ampliamente los resultados obtenidos por Dickenstein, Matusevich y Sadykov en el caso de codimensión dos.

Autores: Dubuc, Eduardo J.

Lugar: Depto. de Matemática, Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Conferencia Invitada

Categorías 2-filtrantes

Introducimos la noción de categoría 2-filtrante, y la correspondiente noción de 2-proobjeto y 2-indobjeto. Los 2-proobjetos tienen las propiedades esenciales de los proobjetos. Por ejemplo, la construcción del colímite 2-filtrante de una 2-indcategoría y la del límite inverso de un 2-protopos. Se obtiene un teorema de existencia de puntos para los topos de Galois. La categoría de cubrimientos de un espacio topológico bajo refinamientos, y más generalmente de un topos, es 2-filtrante pero no filtrante. Sistemas indexados por los cubrimientos determinan proobjetos en la categoría homotópica (por ejemplo el nervio de Čech). Estos sistemas son de hecho 2-proobjetos, y como tales, se podría trabajar sin pasar módulo homotopía.

Autores: César Galindo, Sonia Natale
Lugar: FaMAF. Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: César Galindo

Subálgebras de Hopf normales en deformaciones de grupos

En un trabajo previo [C. Galindo and S. Natale, *Simple deformation of finite groups*, aceptado en Math. Res. Lett. Preprint math.QA/0608734] construimos dos familias de álgebras de Hopf semisimples simples, las cuales son deformaciones por twisting de grupos finitos que no son simples. Estas álgebras de Hopf dan respuesta negativa a una serie de preguntas.

Mostraremos en este trabajo cómo, combinando la clasificación de deformaciones de Movshev y Davydov con la teoría de extensiones de Hopf Galois, se pueden obtener condiciones necesarias y suficientes para la normalidad de una subálgebra de Hopf en una deformación de un álgebra de grupo de un grupo arbitrario sobre un cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero. En base a este teorema damos generalizaciones y demostraciones alternativas de los principales resultados del artículo mencionado antes.

Autores: Elsa Fernandez, Isabel Pratti, Sonia Trepode

Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata

Expositor: Isabel Pratti

Sobre álgebras m -inclinadas de conglomerado y álgebras inclinadas iteradas

Sea $H = kQ$ un álgebra hereditaria de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado k . Consideramos $C_m(H)$ la m -categoría de conglomerado definida como la órbita de la categoría $D^b(\text{mod}H)$ bajo la acción del funtor $\tau^{-1}[m]$. Sea T un m -objeto inclinante. Decimos que el álgebra $C = \text{End}_{C_m}(T)$ es un álgebra m -inclinada de conglomerado de tipo Q .

En este trabajo estudiamos las conexiones entre las álgebras m -inclinadas de conglomerado de tipo Q y las álgebras inclinadas iteradas de tipo Q .

Autores: Claude Cibils, Maria Julia Redondo, Andrea Solotar

Lugar: Universite de Montpellier 2 (Francia), Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca), Universidad Nacional de Buenos Aires

Expositor: Andrea Solotar

El grupo fundamental intrínseco de una categoría lineal

En este trabajo damos una definición intrínseca del grupo fundamental π_1 de una categoría k -lineal, donde k es un anillo conmutativo con unidad. Nuestra definición es intrínseca en el sentido de que no depende de la presentación de la k -categoría por generadores y relaciones.

Este grupo fundamental intrínseco es el límite inverso de los grupos asociados a los cubrimientos de Galois de la categoría de partida. Cuando la categoría admite un cubrimiento universal, el grupo de automorfismos del cubrimiento es isomorfo al grupo π_1 definido, y todo grupo fundamental obtenido mediante una presentación resulta un cociente del mismo. Más aún, la graduación que se deduce de un cubrimiento de Galois nos permite describir el monomorfismo canónico del grupo de automorfismos en el primer grupo de cohomología de Hochschild-Mitchell.

Autores: F. Levstein, C. Maldonado, D. Penazzi

Lugar: FaMAF-CIEM UNC

Expositor: Carolina Maldonado

Álgebra de Norton de grafos polares duales

Dado un grafo $G = (V, E)$ y A su operador de adyacencia, bajo ciertas condiciones es posible definir en los autoespacios de A una estructura de álgebra no conmutativa, conocida como *álgebra de Norton*. En este trabajo consideramos los grafos polares duales y analizamos el autoespacio de A correspondiente al segundo autovalor más grande. Encontramos en dicho autoespacio un marco ajustado y describimos el producto de dos elementos de dicho marco.

Autores: Paul Loomis

Lugar: Bloomsburg University, EE.UU.

Conferencia Invitada

Two Sequences Arising from Number-theoretic functions

Let $\Sigma\phi(n) = \phi(n) + \phi(\phi(n)) + \dots + 1$, where ϕ is the Euler totient function. A perfect totient number n is one for which $n = \Sigma\phi(n)$; these were first studied by L. Perez Cacho in 1939. We look at the sequence of perfect totient numbers, as well as at abundant and deficient totient numbers.

In the second half of the talk, we discuss solutions of the Diophantine equation $a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_k^3 = (a_1 + a_2 + \dots + a_k)^2$. A nice family of solutions was known to Fibonacci. Liouville's proof, in 1857, that $\sum_{d|n} \tau(d)^3 = (\sum_{d|n} \tau(d))^2$ (where τ is the number-of-divisors function), provides a much larger set of solutions. We look at these and other, less orderly, solutions, and pull an integer sequence from the rubble.

Autores: Ricardo Podestá

Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba

Conferencia Invitada

La función zeta de un cuerpo de funciones algebraicas

Dado un cuerpo arbitrario K , un cuerpo de funciones algebraicas F sobre K es un cuerpo extensión de F que es una extensión algebraica finita sobre $K(x)$ para algún x trascendente sobre K .

En analogía con la función zeta de Riemann clásica, se define la función zeta $Z(s)$ asociada a F a partir de una serie. Veremos algunos resultados básicos sobre $Z(s)$ como convergencia, producto de Euler, ecuación funcional, etc. Por último, mostraremos que la “hipótesis de Riemann” en el contexto de cuerpos de funciones algebraicas, que resulta un teorema, implica la famosa cota de Hasse-Weil sobre el número de divisores de grado 1 en F .

Autores: Roberto Miatello

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Conferencia Invitada

Formas modulares y funciones L

Se describirá la relación entre las formas modulares y las funciones L asociadas (teoría de Hecke). Se hará mención de las funciones L de curvas elípticas, de su modularidad y de las conjeturas de Artin.

Autores: Patricia Quattrini
Lugar: Dto de Matemática, FCEyN, UBA
 Conferencia Invitada

Representaciones de Galois y una congruencia entre formas modulares

Sea E una curva elíptica definida sobre \mathbb{Q} , la cual pensaremos dada por una ecuación $y^2 = x^3 + ax + b$ con $a, b \in \mathbb{Q}$. Sabido es que tienen una estructura de grupo abeliano. Para ℓ primo, denotamos $E[\ell^n]$ a los puntos de la curva, definidos sobre \mathbb{Q} , anulados por ℓ^n y $T_\ell(E)$ el límite proyectivo $T_\ell(E) = \varprojlim E[\ell^n]$, es decir, el módulo de Tate de E .

El grupo de Galois de $\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}$, que denotaremos G , actúa de manera natural sobre los $\overline{\mathbb{Q}}$ -puntos de la curva E y en particular sobre los puntos de $E[\ell^n]$: si $\sigma \in G$, y $P \in E(\overline{\mathbb{Q}})$, $P = (x, y) \mapsto P^\sigma = (\sigma x, \sigma y)$ y esta acción da origen a una representación

$$\rho_\ell : G \rightarrow \text{Aut}(T_\ell(E)) \cong GL_2(\mathbb{Z}_\ell)$$

donde \mathbb{Z}_ℓ denota a los enteros ℓ -ádicos.

Cuando la curva elíptica tiene un punto de orden ℓ definido sobre \mathbb{Q} , la acción de Galois sobre los puntos de $E[\ell]$ da origen a una representación *reducible* y se obtiene una congruencia entre formas modulares de peso 2: una de ellas relacionada con la curva E y la otra, una serie Eisenstein.

Veremos como esta congruencia “pasa” a través de cierta álgebra de cuaterniones, que depende de la curva E , a una congruencia entre formas modulares de peso $3/2$: una relacionada con la curva, cuyos coeficientes contienen información sobre curvas isomorfas a E en cuerpos cuadráticos imaginarios, y una serie Eisenstein cuyos coeficientes se relacionan con los números de clases de cuerpos cuadráticos imaginarios.

Autores: Ricardo Toledano
Lugar: Universidad Nacional del Litoral
Conferencia Invitada

Medida de Mahler

La medida de Mahler de un polinomio se define como el producto del módulo del coeficiente principal y los módulos de las raíces que están fuera del círculo unitario. En el caso de polinomios con coeficientes enteros, se conjetura que la medida de Mahler de polinomios mónicos, que no sean producto de polinomios ciclotómicos, esta acotada inferiormente por una constante absoluta $C > 1$. A esta conjetura se la conoce también como el Problema de Lehmer. Haremos una breve descripción de los avances recientes sobre el problema de Lehmer y de algunas cuestiones computacionales relacionadas a este problema.

Análisis Funcional y Complejo

Organizan:

Esteban Andruchow - Daniel Carando

Autores: Marta García, Manuel Aguirre

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As.

Expositor: Marta García

El producto de convolución de las derivadas de orden $(k - 1)$ de la delta de Dirac soportada en $(1 - x^2)$

En este trabajo se le da un sentido al producto de convolución:

$$\delta^{(k-1)}(1 - x^2) * \delta^{(\ell-1)}(1 - x^2)$$

utilizando la transformada de Fourier de $F\left\{(1 - x^2)_+^\lambda\right\}$ y el desarrollo en serie tipo Taylor de $\delta^{(k-1)}(1 - x^2)$.

Como consecuencia se obtiene una fórmula que vincula la convolución de la delta de Dirac soportada en $(1 - x^2)$ con la delta de Dirac soportada en $\left(1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2\right)$.

Autores: Manuel Aguirre

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As

Un producto distribucional de la delta de Dirac

En este trabajo se le da un sentido al producto distribucional

$$\delta^{(n)}(x) \cdot \delta^{(\ell)}(x)$$

usando esencialmente la transformada de Hankel de $\delta^{(v)}(x)$. Como consecuencia se obtiene una fórmula para el producto distribucional $\delta(x) \cdot \delta(x)$.

Este trabajo ha sido aceptado para publicarse en *Pacific Journal of Pure and Applied Mathematics*.

Autores: Sandra Molina

Lugar: Mar del Plata

Potencias complejas del operador de Bessel

En este trabajo se ha estudiado la no negatividad del operador de Bessel $\Delta_\mu = D^2 + (2\mu + 1)(x^{-1}D)$, asociado a la transformación de Hankel dada por:

$$h_\mu(f)(x) = \int_0^\infty (xy)^{-\mu} J_\mu(xy) f(y) y^{2\mu+1} dy, \quad x \in (0, \infty).$$

Dicha transformación ha sido estudiada por Hirschman sobre ciertos espacios de Lebesgue con pesos en [2] y extendida al espacio de las distribuciones H' por Alterburg en [1], donde H es el espacio de las funciones pares en el espacio de Schwartz. La operación de convolución asociada a dicha transformación ha sido estudiada por Hirschman en [4] y luego estudiada en espacios de distribuciones por I. Marrero y J. Betancor en [3]. Se ha establecido la no negatividad del operador $-\Delta_\mu$ en ciertos espacios de Lebesgue con pesos. C. Martínez y M. Sanz han desarrollado en [4], un método para estudiar potencias de operadores en espacios de distribuciones que consiste en la descripción de éstos como potencias de un operador no negativo en un espacio localmente convexo apropiado. De esta forma $-\Delta_\mu$ ha sido caracterizado como generador infinitesimal de un C_0 -semigrupo contractivo en cierto espacio localmente convexo adecuado.

Bibliografía

- [1] V.G. Alterburg, *Bessel-Transformationen in Räumen von Grundfunktionen über dem Intervall $\Omega = (0, \infty)$ und deren Dualräumen*. Math. Nachr. **108** (1982), 197-218.
- [2] I.I. Hirschman Jr, *Variation diminishing Hankel transforms*, J. Analyse Math. **8** (1960/61), 307-336. C.
- [3] I. Marrero, J.J. Betancor: *Hankel convolution of generalized functions*, Rend. di Matematica, Serie VII, **15**, Roma (1995), 351-380.
- [4] C. Martínez y M. Sanz, *The Theory of Fractional Powers of Operators*, North-Holland Mathematics Studies 187, Elsevier Science B.V., 2001.
- [5] S. Molina and S.E. Trione, *The n -dimensional Hankel transform and complex powers of Bessel operator*, aparecerá en Integral transforms and special Functions.

- [6] A. H. Zemanian: A distributional Hankel transformation, *SIAM J. Appl. Math.* 14, 561-576, (1966).

Autores: Damián Pinasco

Lugar: Depto. de Matemática - Facultad de Cs. Exactas - UBA

Conferencia Invitada

Representación integral de funciones holomorfas en espacios de Banach

Las fórmulas de representación integral para funciones holomorfas en \mathbb{C}^n (fórmula de Cauchy sobre el polidisco, fórmulas de Szego) no son extensibles al caso infinito-dimensional, y por tanto, la fórmula comúnmente utilizada en holomorfía infinita es la fórmula de Cauchy aplicada a una recta compleja dentro de un subespacio de dimensión finita.

En esta charla comentaremos las siguientes fórmulas integrales para funciones holomorfas en un espacio de Banach E :

$$f(z) = \int_{E'} e^{\gamma(z)} \overline{f_1(\gamma)} dW(\gamma) \quad f(z) = \int_{E'} \frac{1}{1 - \frac{\gamma(z)}{\|\gamma\|}} \overline{f_2(\gamma)} dW(\gamma)$$

donde W es una medida de Wiener abstracta en E' y f_1, f_2 son transformaciones de f asociadas al operador de covarianza de W (ver [PZ]).

Estas fórmulas son válidas para una amplia clase de funciones e intentaremos caracterizar esta familia de funciones representables.

[PZ] D. Pinasco and I. Zalduendo, *Integral representation of holomorphic functions on Banach spaces*. J. Math. Anal. Appl. 308(2005), 159-174.

Autores: Daniel Carando, Verónica Dimant, Santiago Muro
Lugar: Universidad de Buenos Aires - Universidad de San Andrés
Expositor: Santiago Muro

Operadores de Convolución Hipercíclicos en Espacios de Fréchet de Funciones Analíticas

Un operador $T : X \rightarrow X$ se dice hipercíclico si alguna órbita es densa, es decir, si existe $x \in X$ tal que $\{T^n x : n \geq 0\}$ es denso en X .

Un resultado clásico de Birkhoff [2] muestra que en el espacio $\mathcal{H}(\mathbb{C})$ de funciones enteras, el operador de traslación es hipercíclico, en otras palabras, si $0 \neq a \in \mathbb{C}$ entonces existe una función entera f tal que $\{(z \mapsto f(z+na)) : n \geq 0\}$ es denso en $\mathcal{H}(\mathbb{C})$. MacLane [4] probó que el operador "derivar" también es hipercíclico en $\mathcal{H}(\mathbb{C})$.

En [3], Godefroy y Shapiro generalizaron ambos resultados, probando que los operadores de convolución (aquellos que conmutan con traslaciones) que no son un múltiplo de la identidad son hipercíclicos en $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n)$. Este problema también fue estudiado para algunas álgebras de funciones enteras particulares en espacios de Banach, por ejemplo las aproximables de tipo acotado en [1], las de Hilbert - Schmidt en [5] y las nucleares de tipo acotado en [6].

Sea E un espacio de Banach. En este trabajo definimos, a partir de una sucesión \mathfrak{A} (coherente) de espacios de polinomios homogéneos sobre E , un espacio de funciones enteras de tipo acotado sobre E , que denotamos $H_{b\mathfrak{A}}(E)$. Las funciones nucleares, aproximables de tipo acotado y las de Hilbert-Schmidt son ejemplos de espacios $H_{b\mathfrak{A}}$. Estudiamos el dual de $H_{b\mathfrak{A}}(E)$ que resulta isomorfo a un espacio de funciones holomorfas de tipo exponencial sobre E' .

Se puede definir de manera natural un producto entre una función de $f \in H_{b\mathfrak{A}}(E)$ y un elemento $\varphi \in H_{b\mathfrak{A}}(E)'$, que denotamos $f * \varphi$. Probamos que los operadores de convolución en $H_{b\mathfrak{A}}(E)$ son exactamente los de la forma $(f \mapsto \varphi * f)$. Esta caracterización de los operadores de convolución en $H_{b\mathfrak{A}}(E)$ nos permite probar un teorema análogo al de Godefroy y Shapiro para $H_{b\mathfrak{A}}(E)$. Este resultado se aplica, por ejemplo, a los espacios estudiados en [1,5,6] y al de las funciones holomorfas de la clase de Schatten.

[1] Aron, Richard; Bès, Juan. Hypercyclic differentiation operators. Function spaces (Edwardsville, IL, 1998), 39-46, Contemp. Math., 232, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999.

[2] Birkhoff, George D. Démonstration d'un théorème élémentaire sur les fonctions entières. C. R. Acad. Sci. Paris 189 (1929), 473-475.

[3] Godefroy, Gilles; Shapiro, Joel H. Operators with dense, invariant, cyclic vector manifolds. *J. Funct. Anal.* 98 (1991), no. 2, 229–269.

[4] MacLane, Gerald R. Sequences of derivatives and normal families. *J. Analyse Math.* 2, (1952), 72–87.

[5] Petersson, Henrik. Hypercyclic convolution operators on entire functions of Hilbert-Schmidt holomorphy type. *Ann. Math. Blaise Pascal* 8 (2001), no. 2, 107–114.

[6] Petersson, Henrik. Hypercyclic subspaces for Fréchet space operators. *J. Math. Anal. Appl.* 319 (2006), no. 2, 764–782.

Autores: Chistopher Boyd, Silvia Lassalle

Lugar: Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Silvia Lassalle

Operadores que preservan estructuras

Dados dos espacios de Banach hay, en general, muchas clases de operadores que admiten una descripción sistemática. Cuando hay información adicional sobre la estructura de los espacios, cobra especial interés el estudio de aquellos operadores que preservan dicha estructura.

Los espacios de polinomios homogéneos sobre un Banach y los productos tensoriales simétricos son espacios con una rica estructura algebraica. Sobre estos espacios estudiamos la clase de operadores que preservan potencias y productos elementales.

Se dice que un operador T entre espacios de polinomios definidos sobre E y F , Banach, preserva potencias si dada φ en E' , $T(\varphi^k) = \pm\psi^k$ para alguna ψ en F' . En términos de productos tensoriales simétricos, estos operadores guardan estrecha relación con aquellos que respetan productos elementales.

Para el espacio producto tensorial simétrico, probamos que cualquier operador inyectivo $T: \bigotimes_{s,k} E \rightarrow \bigotimes_{s,k} F$ que manda productos elementales no nulos, $x_1 \vee \cdots \vee x_k$ en productos de la misma clase $y_1 \vee \cdots \vee y_k$ está determinado por un operador inyectivo $A: E \rightarrow F$, esto es $T = \pm A^k$. Más aún, cuando T pertenece a cierto ideal de operadores, también lo hace A .

Este resultado nos permite caracterizar a los operadores inyectivos entre espacios de polinomios homogéneos aproximables y espacios de polinomios homogéneos nucleares que preservan polinomios de rango 1.

Autores: Verónica Dimant
Lugar: Universidad de San Andrés
Conferencia Invitada

Formas multilineales diagonales en espacios de sucesiones

Si E es un espacio de Banach de sucesiones simétrico, se considera el espacio de las formas n -lineales diagonales sobre E (pertenecientes a un ideal). Éste resulta ser también un espacio de Banach de sucesiones simétrico.

Las formas diagonales sirven, por ejemplo, para resolver problemas de interpolación por polinomios homogéneos porque describen cómo es la diagonal de cualquier forma n -lineal.

Se dan propiedades generales y se describen estos espacios bajo ciertas condiciones. Se estudia en detalle el caso particular en que E es un espacio de sucesiones de Lorentz o su dual.

Trabajo en colaboración con Daniel Carando (Universidad de Buenos Aires) y Pablo Sevilla-Peris (Universidad Politécnica de Valencia).

Autores: I. Mosconi ⁽¹⁾, C. Cano ⁽¹⁾, D. Pastrian ⁽²⁾, N. Kruse ⁽²⁾

Lugar: (1) Universidad Nac. del Comahue, (2) Universidad Nac. de la Patagonia S. Juan Bosco

Expositor: Irene Mosconi

Mayorización y funciones convexas

Sea $x \in \mathbb{R}^n$, $x = (x_1, \dots, x_n)$. Notaremos x^\uparrow y x^\downarrow a los vectores obtenidos al ordenar las coordenadas de x en forma creciente y decreciente respectivamente. Se define la relación de mayorización de la siguiente manera:

Dados x e $y \in \mathbb{R}^n$ se dice, x submayorizado por y , y notamos $x \prec_w y$ si se verifica

$$\sum_{j=1}^k x_j^\downarrow \leq \sum_{j=1}^k y_j^\downarrow, \quad \text{para todo } 1 \leq k \leq n.$$

Si además se verifica

$$\sum_{j=1}^n x_j^\downarrow = \sum_{j=1}^n y_j^\downarrow.$$

diremos que x es mayorizado por y , y se nota $x \prec y$.

Dada f una función convexa definida a valores reales en un intervalo I , a partir de relaciones de mayorización y submayorización de vectores cuyas coordenadas son los autovalores de matrices hermitianas, se trata de estudiar que modificaciones en la mayorización se producen al aplicarles la función convexa f a dichas matrices.

Por ejemplo dada f una función no negativa sobre $[0, \infty)$ con $f(0) = 0$, y siendo $\lambda(H)$ el vector de autovalores de la matriz hermitiana H , entonces,

$$\lambda(f(A) + f(B)) \prec_w \lambda(f(A + B))$$

para todo $A, B \in \mathcal{M}_n$ semidefinidas positivas.

Un análisis similar se hace para una función positiva f , log convexa, que cumple $f(\alpha s + (1 - \alpha)t) \leq f(s)^\alpha + f(t)^{1-\alpha}$, para todo $0 \leq \alpha \leq 1$ y $s, t \in I$. Dada f una función log convexa en I , entonces

$$\lambda(f(\alpha A + (1 - \alpha)B)) \prec \lambda(f(A)^\alpha f(B)^{1-\alpha})$$

para todas $A, B \in \mathcal{M}_n$ y $0 \leq \alpha \leq 1$.

En el mismo sentido se trabaja con desigualdades en norma y las transformaciones que se producen al aplicarle funciones convexas y log convexas.

Referencias

- [1] T. Ando, X. Zhan, Norm inequalities related to operator monotone functions, *Math. Ann.* 315 (1999) 771-780.
- [2] J.S. Aujla, F.C. Silva, Weak majorization inequalities and convex functions, *Linear Algebra and its applications*, 369 (2003) 217-233

Autores: C. Cano, G. Maimone, I. Mosconi
Lugar: Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Cristina Cano

Orden estrella en matrices normales

Hartwing y Styan ([4]) definen el orden estrella en matrices de $\mathbb{C}^{n \times n}$ como $A \leq^* B$ si $BA^* = AA^*$ y $B^*A = A^*A$.

Este orden tiene aplicaciones en problemas relacionados con la estimación de parámetros en modelos estadísticos lineales. Nosotros hemos estudiado este orden en operadores ([1]).

En este trabajo estudiamos las propiedades que se derivan de aplicar el orden estrella a matrices normales.

En general, si A es inversible y $A \leq^* B$ entonces $A = B$. Consideraremos en lo que sigue que $1 < \text{rango}(A) < \text{rango}(B)$ porque a los efectos prácticos conviene eliminar los casos triviales $A = 0$ y $A = B$.

Entre otros vale que si A y $B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ son normales y $A \leq^* B$ entonces:

1. Existe una matriz unitaria U tal que

$$U^*AU = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad U^*BU = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & B_{22} \end{pmatrix}$$

donde A_{11} es una matriz diagonal inversible y $B_{22} \neq 0$ es una matriz diagonal.

2. $AB = BA$
3. Todos los autovectores correspondientes a autovalores no nulos de A son autovectores de B correspondientes a los mismos autovalores.

Por otro lado se dan condiciones sobre la matriz B para que, si A , B y N son matrices normales tales que $A \leq^* B$ se verifique $\|ANB\|_2 \geq \|NAB\|_2$

y $\|Re(ANB)\|_2 \geq \|Re(NAB)\|_2$.

Como, dados los operadores normales A y B tales que $A \leq^* B$ y una función continua $f : \sigma(A) \cup \sigma(B) \rightarrow \mathbb{C}$ tal que $f(0) = 0$ si $0 \in \sigma(A) \cup \sigma(B)$ vale que $f(A) \leq^* f(B)$, se buscan condiciones sobre f para que $\|f(A)Nf(B)\|_2 \geq \|Nf(AB)\|_2$.

Referencias

- [1] J. Antezana, C. Cano, I. Mosconi, D. Stojanoff, El orden estrella en operadores, XX Jornadas de Matemática de la Zona Sur, Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile (2006), 26-28.
- [2] J. K. Baksalary, J. Hauke, X. Liu and S. Liu, Relationships between partial orders of matrices and their powers, *Linear Algebra Appl.* 379 (2004), 277-287.
- [3] M. P. Drazin, Natural structures on semigroups with involution, *Bull. Amer. Math. Soc.* 84(1978), 139-141. (1963), 645-658.
- [4] R. E. Hartwig and G. P. H. Styan, On some characterization of the star partial ordering for matrices and rank subtractivity, *Linear Algebra Appl.* 82 (1986), 145-161.

Autores: Irene Mosconi, Susana Nicolet
Lugar: Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Susana Nicolet

Una desigualdad de tipo Chebychev para determinantes

Sean A y B matrices hermitianas que conmutan. En [2], Bourin define la noción de *par monótono* de la siguiente manera: si existe una matriz hermitiana C y dos funciones no decrecientes f, g tales que $A = f(C)$ y $B = g(C)$, entonces A y B forman un par monótono de matrices hermitianas.

Si, en cambio, f sigue siendo no decreciente, pero g es no creciente, se dice que (A, B) forman un par *antimonótono*.

Algunas de las desigualdades clásicas se pueden reformular en términos de pares monótonos o antimonótonos. En particular, como reformulación de la desigualdad de Chebychev, en [3] Bourin plantea:

- Para todo par monótono (A, B) se verifica:

$$\|Ah\| \|Bh\| \leq \|A.Bh\| \quad \text{y} \quad \langle h, Ah \rangle \langle h, Bh \rangle \leq \langle h, A.Bh \rangle$$

para todos los vectores unitarios h .

- Para pares antimonótonos vale la desigualdad opuesta.

Una extensión de esta caracterización es la que sigue:

- Sean $A, B \geq 0$ con (A, B) monótono y sea E una proyección. Entonces, existe U unitario, tal que

$$|A.E.B| \leq U |A.B.E| U^*$$

De este resultado se derivan una serie de desigualdades de autovalores y la siguiente desigualdad para determinantes, donde se define la compresión de A sobre el subespacio ε a la restricción de $E.A.E$ a ε , con E la proyección sobre ese subespacio :

- Sea (A, B) un par monótono positivo y sea ε un subespacio. Entonces,

$$\det A_\varepsilon \cdot \det B_\varepsilon \leq \det (AB)_\varepsilon,$$

donde A_ε denota la compresión de A sobre ε .

Cuando ε tiene codimensión 1, vale, para pares antimonótonos (A, B) ,

$$\det A_\varepsilon \cdot \det B_\varepsilon \geq \det (A.B)_\varepsilon$$

Esto vale también para compresiones sobre subespacios de dimensión 1. La pregunta que deja abierta el autor es si esta desigualdad para pares antimonótonos vale para todos los subespacios. En este caso, hemos encontrado que la desigualdad no es verdadera para subespacios de codimensión 2.

Referencias

- [1] R. Bathia, *Matrix Analysis*, Springer, 1996.
- [2] J.-C. Bourin, Some inequalities for norms on matrices and operators *Linear Alg. Appl*, 292 (1999) 139-154
- [3] J.-C. Bourin, Matrix Versions or some Classical Inequalities, *Linear Alg. Appl*, 416 (2006) 890-907

Autores: Guillermina Fongi, Alejandra Maestriperi
Lugar: Universidad de Buenos Aires - Instituto Argentino de Matemática
Expositor: Guillermina Fongi

La órbita de un operador autoadjunto de rango cerrado

Sea $L(\mathcal{H})$ el álgebra de operadores lineales acotados en \mathcal{H} , con \mathcal{H} un espacio de Hilbert; sean $L(\mathcal{H})^s$ el subconjunto de operadores autoadjuntos y $GL(\mathcal{H})$ el grupo de operadores inversibles de $L(\mathcal{H})$. Denotemos $CR(\mathcal{H})^s$ al subconjunto de $L(\mathcal{H})^s$ de operadores de rango cerrado.

El grupo $GL(\mathcal{H})$ actúa sobre $CR(\mathcal{H})^s$ de la siguiente manera

$$L : GL(\mathcal{H}) \times CR(\mathcal{H})^s \rightarrow CR(\mathcal{H})^s, L_g a = g a g^*, a \in CR(\mathcal{H})^s, g \in GL(\mathcal{H}).$$

Dado $a \in CR(\mathcal{H})^s$ (no necesariamente inversible), la órbita de a correspondiente a esta acción es el conjunto

$$\mathcal{O}_a = \{g a g^* : g \in GL(\mathcal{H})\}.$$

Estudiamos la estructura geométrica de la órbita de un operador autoadjunto de rango cerrado. Introducimos en \mathcal{O}_a una métrica d de modo que (\mathcal{O}_a, d) resulta una variedad diferenciable.

Obtenemos algunas caracterizaciones de la órbita. Si v_a, v_b son las isometrías parciales de las descomposiciones polares de $a, b \in CR(\mathcal{H})^s$, resulta que $b \in \mathcal{O}_a$ si y sólo si $v_b \in \mathcal{U}\mathcal{O}_{v_a}$, donde $\mathcal{U}\mathcal{O}_{v_a} = \{u v_a u^*, u \in \mathcal{U}\}$ es la órbita unitaria de v_a . Dado $c \in L(\mathcal{H})^s$, llamamos descomposición positiva de c a $c = c_1 - c_2$, donde $c_1 = \frac{|c|+c}{2}$ y $c_2 = \frac{|c|-c}{2}$. Si $a, b \in CR(\mathcal{H})^s$, $a = a_1 - a_2$ y $b = b_1 - b_2$ son las descomposiciones positivas de a y b , resulta que $b \in \mathcal{O}_a$ si y sólo si $p_{R(b)} \in \mathcal{U}\mathcal{O}_{p_{R(a)}}$, $p_{R(b_i)} \in \mathcal{U}\mathcal{O}_{p_{R(a_i)}}$, $i = 1, 2$. Además,

$$\mathcal{O}_a = \{b \in CR(\mathcal{H})^s : \dim N(b) = \dim N(a), \dim R(b_i) = \dim R(a_i), i = 1, 2\}.$$

Autores: J. I. Giribet, A. Maestripieri, F. Martínez Pería

Lugar: IAM-CONICET

Expositor: Federico Martínez Pería

Una fórmula para el complemento de Schur de operadores autoadjuntos

Sea \mathcal{H} un espacio de Hilbert (complejo) y $L(\mathcal{H})$ el álgebra de operadores lineales y acotados sobre \mathcal{H} . Dado un operador (semidefinido) positivo $A \in L(\mathcal{H})$, W. N. Anderson Jr. y G. E. Trapp [1] definieron el operador shorted (ó complemento de Schur) de A a un subespacio cerrado \mathcal{S} de \mathcal{H} mediante

$$A_{/\mathcal{S}} = \underset{\leq}{\text{máx}}\{X \in L(\mathcal{H}) : 0 \leq X \leq A, R(X) \subseteq \mathcal{S}^\perp\},$$

considerando el orden natural entre operadores positivos.

Algún tiempo después, E. L. Pekarev [2] obtuvo una fórmula explícita para $A_{/\mathcal{S}}$ en términos de la raíz cuadrada de A y la proyección ortogonal sobre \mathcal{M}^\perp :

$$A_{/\mathcal{S}} = A^{1/2} P_{\mathcal{M}^\perp} A^{1/2}, \quad (1)$$

siendo \mathcal{M} la clausura del subespacio $A^{1/2}(\mathcal{S})$.

Dado un operador autoadjunto $B \in L(\mathcal{H})$, T. Ando [2] definió el complemento de Schur de B a aquellos subespacios \mathcal{S} para los cuales existe una proyección $P \in L(\mathcal{H})$ con rango \mathcal{S} que resulta autoadjunta respecto a la forma sesquilineal inducida por B :

$$\langle x, y \rangle_B = \langle Bx, y \rangle, \quad x, y \in \mathcal{H}.$$

El objetivo de esta comunicación es probar que, dado un operador autoadjunto $B \in L(\mathcal{H})$ y un subespacio cerrado \mathcal{S} de \mathcal{H} (en las condiciones arriba mencionadas), existe una generalización de la fórmula (1). Más precisamente, probaremos que

$$B_{/\mathcal{S}} = J|B|^{1/2} P_{J(\mathcal{M})^\perp // \mathcal{M}} |B|^{1/2},$$

siendo $B = J|B|$ la descomposición polar de B y \mathcal{M} la clausura del subespacio $|B|^{1/2}(\mathcal{S})$. Además, utilizaremos esta fórmula para extender la definición de operador shorted.

Referencias

- [1] W. N. Anderson Jr. and G. E. Trapp, *Shorted operators II*, SIAM J. Appl. Math. 28 (1975) 60–71.

- [2] E. L. Pekarev, *Shorts of operators and some extremal problems*, Acta Sci. Math. (Szeged) 56 (1992) 147–163.
- [3] T. Ando, *Generalized Schur complements*, Linear Algebra Appl. 27 (1979), 173–186.

Autores: J. I. Giribet, A. Maestripieri, F. Martínez Pería

Lugar: IAM-CONICET

Expositor: J. I. Giribet

Representación minimax del complemento de Schur

Sea \mathcal{H} un espacio de Hilbert y $L(\mathcal{H})$ el álgebra de operadores lineales acotados que actúan sobre \mathcal{H} . Dado un operador autoadjunto $A \in L(\mathcal{H})$ y un subespacio cerrado \mathcal{S} de \mathcal{H} , diremos que el par (A, \mathcal{S}) es compatible si existe una proyección $Q \in L(\mathcal{H})$ con rango \mathcal{S} tal que $AQ = Q^*A$.

Dado un operador positivo $A \in L(\mathcal{H})$ y un subespacio cerrado \mathcal{S} , el operador shorted de A sobre \mathcal{S} puede ser caracterizado (ver [1]) como el ínfimo del conjunto $\{Q^*AQ : Q^2 = Q, N(Q) = \mathcal{S}\}$, es decir,

$$A_{/\mathcal{S}} = \inf\{Q^*AQ : Q^2 = Q, N(Q) = \mathcal{S}\}.$$

Existen diversas definiciones para el operador shorted asociadas a distintas clases de operadores. En particular si \mathcal{S} es un subespacio cerrado de \mathcal{H} , T. Ando [2] definió el operador shorted para operadores autoadjuntos \mathcal{S} -compatibles. Por su parte, G. Corach et al. [3] demostraron que, si $A \in L(\mathcal{H})$ es positivo, la compatibilidad del par (A, \mathcal{S}) es equivalente a:

$$A_{/\mathcal{S}} = \min\{Q^*AQ : Q^2 = Q, N(Q) = \mathcal{S}\},$$

es decir que se alcanza el ínfimo propuesto en [1].

En este trabajo extendemos este resultado y mostramos que, dado un operador autoadjunto $A \in L(\mathcal{H})$ y un subespacio cerrado \mathcal{S} de \mathcal{H} tal que (A, \mathcal{S}) es compatible, el operador shorted de A sobre \mathcal{S} puede escribirse como,

$$A_{/\mathcal{S}} = \min_{N(Q_+) = \mathcal{S}_+} \left(\max_{N(Q_-) = \mathcal{S}_-} Q_+^*(Q_-^*AQ_-)Q_+ \right),$$

donde Q_{\pm} son proyecciones en $L(\mathcal{H})$ y $\mathcal{S} = \mathcal{S}_+ \dot{+} \mathcal{S}_-$ es una descomposición de \mathcal{S} en subespacios tales que $\langle Ax, x \rangle \geq 0$ para todo $x \in \mathcal{S}_+$ y $\langle Ax, x \rangle \leq 0$ para todo $x \in \mathcal{S}_-$.

Referencias

- [1] W. N. Anderson Jr. and G. E. Trapp, *Shorted operators II*, SIAM J. Appl. Math. 28 (1975) 60–71.

- [2] T. Ando, *Generalized Schur complements*, Linear Algebra Appl. 27 (1979), 173–186.
- [3] G. Corach, A. Maestripieri and D. Stojanoff, *Generalized Schur complements and oblique projections*, Linear Algebra Appl. 341 (2002), 259–272.

Autores: Esteban Andruchow, Luis E. Mata-Lorenzo, Alberto Mendoza, Lázaro Recht, Alejandro Varela
Lugar: Universidad Nac. de Gral. Sarmiento y Universidad Simón Bolívar
Expositor: Alejandro Varela
Conferencia Invitada

Matrices de norma mínima y su relación con curvas minimales de variedades bandera

En este trabajo presentamos clases de equivalencias de elementos de álgebras C^* generales donde se han caracterizado elementos con norma mínima. Se ha estudiado especialmente el conjunto de matrices hermitianas minimales en el caso en que el álgebra C^* es el cociente de $M_n(\mathbb{C})$, el álgebra de las matrices complejas, por la subálgebra de las matrices diagonales. Es decir, fijada una matriz autoadjunta $A \in M_n(\mathbb{C})$, se busca describir

$$\{D \in M_n(\mathbb{C}) : D \text{ es una matriz diagonal real y } \|A + D\| \text{ es mínima}\},$$

donde $\|\cdot\|$ es la norma de operadores o norma supremo.

Estos conjuntos de matrices minimales son estudiados en detalle por su relación con el problema geométrico de encontrar curvas minimales en variedades bandera. Para el ejemplo de la variedad bandera de cuatro rectas complejas ortogonales en \mathbb{C}^4 , se estudia un ejemplo en el que existen infinitas curvas de longitud mínima que unen puntos arbitrariamente próximos. En el caso de la variedad bandera de tres rectas complejas ortogonales en \mathbb{C}^3 se prueba que no puede suceder este fenómeno.

Autores: M. Argerami, D. Farenick, P. Massey
Lugar: U.N.L.P., Argentina - U. of Regina, Canada
Expositor: Pedro Massey

Álgebras de multiplicadores locales

Dada una sub-álgebra C^* no degenerada $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}(H)$, el álgebra de multiplicadores $M(\mathcal{A})$ está dada por $M(\mathcal{A}) = \{x \in \mathcal{B}(H) : x \cdot \mathcal{A}, \mathcal{A} \cdot x \subseteq \mathcal{A}\}$. Es un hecho que las álgebras de multiplicadores de los ideales esenciales de un álgebra \mathcal{A} forman un sistema inductivo. El álgebra C^* límite de este sistema, denotada por $M_{\text{loc}}(\mathcal{A})$, se conoce como el álgebra de multiplicadores locales de \mathcal{A} . Esta construcción, introducida por G.K. Pedersen, está relacionada con el problema de representar las derivaciones de un álgebra como derivaciones internas en un álgebra envolvente.

En general, se definen los multiplicadores locales de orden superior de forma inductiva $M_{\text{loc}}^{k+1}(\mathcal{A}) = M_{\text{loc}}(M_{\text{loc}}^k(\mathcal{A}))$ para $k \geq 1$. Una pregunta natural es si $M_{\text{loc}}^{k+1}(\mathcal{A}) = M_{\text{loc}}^k(\mathcal{A})$ para algún $k \geq 1$. El caso $k = 1$, que estuvo abierto desde los 80's, fue resuelto recientemente por la negativa por M. Mathieu y P. Ara (2006). En esta charla mostramos que el álgebra $\mathcal{A} := C([0, 1]) \otimes K(H)$ provee un ejemplo, el segundo que se ha conocido, particularmente sencillo en donde $M_{\text{loc}}^2(\mathcal{A}) \not\cong M_{\text{loc}}(\mathcal{A})$. La prueba de este hecho depende de una descripción explícita de la envolvente inyectiva de \mathcal{A} .

Autores: Eduardo Chiumiento
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Geometría métrica de isometrías parciales en un álgebra de von Neumann finita

Dada un álgebra de von Neumann finita M , consideremos el conjunto de isometrías parciales:

$$\mathcal{I} = \{v \in M : vv^* \text{ es una proyección}\}.$$

El grupo unitario $U_M \times U_M$ de $M \times M$ actúa sobre \mathcal{I} mediante:

$$L : (U_M \times U_M) \times \mathcal{I} \longrightarrow \mathcal{I}, \quad L_{(u,w)}v = uvw^*.$$

Las órbitas de esta acción son espacios homogéneos reductivos en la topología de la norma. Por medio de dicha estructura y la traza de M puede introducirse una métrica Riemanniana incompleta en \mathcal{I} . En consecuencia, la teoría clásica de variedades Riemannianas no puede aplicarse. No obstante, \mathcal{I} es un espacio métrico, con la distancia definida como el ínfimo de las longitudes de las curvas que unen dos puntos dados, donde es posible probar un resultado local de minimalidad de curvas. Analizaremos el procedimiento para aplicarlo a otros espacios homogéneos tales como órbitas unitarias de estados, medidas espectrales, elementos normales y esperanzas condicionales.

Autores: J. Antezana, E. Pujals, D. Stojanoff

Lugar: UNLP-FCE IAM-CONICET IMPA

Expositor: Jorge Antezana

Conferencia Invitada

Convergencia de la sucesión de iterados de la transformada de Aluthge

Sea T un operador sobre un espacio de Hilbert cuya descomposición polar es $T = U|T|$. En [1] Aluthge definió la siguiente transformación

$$\Delta(T) = |T|^{1/2}U|T|^{1/2}.$$

Esta transformación actualmente se conoce con el nombre de transformada de Aluthge. Posteriormente, dado $\lambda \in (0, 1)$ se introdujeron las denominadas λ -transformaciones de Aluthge como

$$\Delta_\lambda(T) = |T|^\lambda U |T|^{1-\lambda}.$$

Sea $\Delta_\lambda^n(T)$ el n -ésimo iterado de esta transformación evaluado en T , el cual se define inductivamente del siguiente modo: $\Delta_\lambda^0(T) = T$ y $\Delta_\lambda^n(T) = \Delta_\lambda(\Delta_\lambda^{n-1}(T))$, $n \in \mathbb{N}$. En [3], Jung, Ko y Percy conjeturaron que dada una matriz T de $r \times r$, la sucesión $\{\Delta_\lambda^n(T)\}_{n \in \mathbb{N}}$ converge a una matriz normal. El propósito de esta comunicación es mostrar que dicha conjetura es cierta para matrices **diagonalizables** de cualquier tamaño. Más aún, el método utilizado también nos permite analizar la regularidad de la función límite $(\lambda, T) \mapsto \Delta_\lambda^\infty(T)$.

- [1] A. Aluthge, *On p -hyponormal operators for $0 < p < 1$* , Integral Equations Operator Theory 13 (1990), 307-315.
- [2] T. Ando and T. Yamazaki, *The iterated Aluthge transforms of a 2-by-2 matrix converge*, Linear Algebra Appl. 375 (2003), 299-309.
- [3] I. Jung, E. Ko, and C. Percy, *The Iterated Aluthge Transform of an operator*, Integral Equations Operator Theory 45 (2003), 375-387.
- [4] J. Antezana, E. Pujals and D. Stojanoff, *Convergence of iterated Aluthge transform sequence for diagonalizable matrices*, Advances in Math. (En prensa).
(www.arxiv.org/abs/math.FA/0604283).
- [5] J. Antezana, E. Pujals and D. Stojanoff, *Convergence of iterated Aluthge transform sequence for diagonalizable matrices II: λ -Aluthge transform* (preprint).

Autores: Romina Ramirez, Marcela Sanmartino
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Romina Ramirez

Composición de operadores Toeplitz en el espacio de Bargmann-Fock

Sea T_φ un operador que actúa en el espacio de Bargmann-Fock F^2 , cuya representación anti-Wick está dada por

$$T_\varphi f(z) = \int e^{z\bar{w}} \varphi(w) f(w) d\mu(w)$$

siendo $d\mu(w) = e^{-|w|^2}$ la medida Gaussiana, y $\varphi(w)$ su símbolo.

Considerando operadores unitariamente equivalentes en el espacio de sucesiones de cuadrado sumable, veremos bajo que hipótesis podemos construir un cálculo simbólico de operadores anti-Wick en el espacio de Bargmann-Fock.

Referencias.

- [1] F. A Berezin, M. A Shubin *The Schrodinger equation* Moscow State University, (1983), Moscú.
- [2] S. Grudsky, N. Vasilevski, *Toeplitz operators on the Fock space: Radial component effects*. Integral Equations and Operator Theory, v. 44, no. 1, 2002, p. 10-37
- [3] L.A Coburn *On the Berezin -Toeplitz Calculus* the Proceedings of the AMS 129 (2001) pp. 3331-3338.

Autores: Yasmín Fares de Bertinatto, V. Vera de Serio
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza
Expositor: Yasmín Fares de Bertinatto

Estabilidad de Conjuntos de Nivel de Funciones CRDE.

Se presenta una caracterización de la estabilidad del conjunto de nivel inferior

$$F := \{x \in \mathbb{R}^n : f(x) \leq 1\}$$

de una función definida sobre el cono de los vectores de n componentes no-negativas, finito-valuada, creciente y que presenta rendimiento decreciente a escala (CRDE).

El espacio de parámetros considerado en el estudio de estabilidad es el conjunto U_c de todas las funciones CRDE con conjunto de nivel inferior F no vacío, con la topología inducida por la convergencia puntual de funciones.

Se generalizan propiedades conocidas de funciones crecientes convexas a lo largo de rayos y también de funciones co-radiantes en el cono de los vectores con componentes estrictamente positivas, como por ejemplo la condición de Slater, la semicontinuidad inferior de cierta correspondencia conjunto-valuada y la regularidad métrica.

Este estudio se realiza en el marco de la convexidad y la concavidad abstracta. La convexidad abstracta en general y el análisis monótonico en particular, tienen aplicaciones en la teoría económica donde es frecuente asumir que la función de producción o la función utilidad son CRDE, lo cual constituye un caso especial de funciones convexo-abstractas (también cóncavo-abstractas).

Análisis Numérico

Organizan:

Gabriel Acosta - Pedro Morín

Autores: Ricardo Durán, Ariel Lombardi, Mariana Inés Prieto

Lugar: Universidad de Buenos Aires

Expositor: Mariana Inés Prieto

Superconvergencia en la aproximación por elementos finitos de una ecuación de convección-difusión

Consideramos la aproximación numérica por elementos finitos del problema modelo de convección-difusión:

$$\begin{aligned} -\epsilon u'' + bu' + cu &= f \text{ en } (0, 1) \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

Como es sabido, cuando la ecuación es de convección dominante (o sea, $b \gg \epsilon$) los métodos usuales dan malas aproximaciones a menos que la malla sea demasiado fina, lo que es computacionalmente costoso. Por tal motivo, se han desarrollado diversos métodos especiales para este tipo de ecuaciones.

Consideramos la aproximación por elementos finitos de grado 1 utilizando mallas graduadas adecuadamente. En el trabajo [1] se obtienen estimaciones de error de orden casi óptimo (es decir, salvo un factor logarítmico) en término del número de nodos de la malla.

En este trabajo, demostramos un resultado de súperconvergencia (esto es, la distancia entre la solución aproximada y la interpolada de la solución exacta es de mayor orden) para la solución aproximada obtenida mediante mallas graduadas.

Como consecuencia de este resultado, obtenemos una estimación de orden casi óptimo en norma L^2 .

Referencias

- [1] R. G. Durán, A. L. Lombardi, *Finite element approximation of convection-diffusion problems using graded meshes* Applied Numerical Mathematics 56 (2006) 1314–1325.

Autores: Fernando Gaspoz, Pedro Morin
Lugar: IMAL (Conicet) - UNL - Santa Fe
Expositor: Fernando Gaspoz

Convergence rates of adaptive finite element methods in two dimensions

We consider as a model problem, Poisson's equation on two-dimensional polygonal domains with right-hand sides in L^2 . We are interested in the convergence rate of adaptive finite element approximations to this problem. When considering adaptive methods, the right notion of convergence rate is in terms of the number of degrees of freedom or elements of the meshes.

It was already proved by Stevenson and Cascón-Kreuzer-Nochetto-Siebert that, whenever the solution can be approximated in H^1 with order N^{-s} , with $s > 0$ and N denoting the number of elements of the mesh, then the adaptive finite element method produces a sequence of meshes with the same complexity.

Using Grisvard's characterization of the solutions to this problem for non-convex polygonal domains we prove that with piecewise linear finite elements, the convergence rate s is always at least $1/2$. This is the same that can be proved when the solution is in H^2 .

Our proof relies on a construction of meshes and corresponding approximate solutions that lead to an equidistribution of the error and to the expected error bound $N^{-1/2}$. A combination of this result with those mentioned above guarantee that adaptive finite element methods converge with order $N^{-1/2}$.

Autores: Gabriela Armentano

Lugar: Depto. de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Conferencia Invitada

Elementos Finitos en Dominios no-Lipschitz

El método de elementos finitos ha sido ampliamente estudiado en sus diferentes variantes para toda clase de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Sin embargo, todos los análisis se restringían a dominios poligonales o dominios curvos con borde suave y no se tenían resultados para el caso en que el dominio no fuese Lipschitz. Como un primer paso al análisis del método de elementos finitos en dominios no-Lipschitz consideramos el caso de un dominio en el plano con una cúspide exterior.

Estudiamos la ecuación de Poisson, con condiciones de Neumann no-homogeneas, y el problema del cálculo de autovalores del Laplaciano en dicho dominio.

Una forma natural de aproximar la solución es aproximar el dominio original por un dominio poligonal y resolver utilizando elementos finitos standard de grado uno. Ejemplos numéricos muestran que, aún cuando la solución es regular (situación que se tiene bajo apropiadas condiciones en los datos, ver [AADL1, G, K]) no se obtiene orden óptimo si se utilizan mallas quasi-uniformes (ver [AADL2]). La razón de este comportamiento se debe a que muchos de los resultados clásicos en espacios de Sobolev (tales como los teoremas de trazas, extensión e inmersión), que son fundamentales al analizar las ecuaciones diferenciales en su forma variacional, no son válidos en esta clase de dominios.

En [AADL2] mostramos que una función en H^2 puede extenderse a una función en un espacio de Sobolev con peso, donde el peso es una potencia de la distancia a la cúspide. Valiéndonos de esta extensión mostramos que el orden óptimo puede recuperarse usando mallas graduadas apropiadamente [AADL2, AA].

Referencias:

[AA] G. Acosta and M. G. Armentano, *Eigenvalue problems in a non-Lipschitz domain*, preprint, 2007.

[AADL1] G. Acosta, M. G. Armentano, R. G. Durán and A. L. Lombardi, *Nonhomogeneous Neumann problem for the Poisson equation in domains*

with an external cusp, Journal of Mathematical Analysis and Applications 310(2), pp. 397–411, 2005.

[AADL2] G. Acosta, M. G. Armentano, R. G. Durán and A. L. Lombardi, *Finite element approximations in a non-Lipschitz domain*, SIAM Journal on Numerical Analysis, (45)(1), pp 277–295, 2007.

[G] P. Grisvard, *Elliptic Problems in Nonsmooth Domains*, Pitman, Boston, 1985.

[K] A. Khelif, *Equations aux derivees partielles*, C.R. Acad. Sc. Paris 287, 1113–1116, 1978.

Autores: Ariel L. Lombardi, Paola Pietra

Lugar: Universidad de Buenos Aires y IMATI - CNR, Pavia, Italia

Expositor: Ariel L. Lombardi

Métodos de Galerkin Discontinuo y estabilización de tipo Exponential Fitting

Consideramos la aproximación numérica del problema estacionario de convección difusión

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(\varepsilon \nabla u - \nabla \psi u) &= f && \text{in } \Omega \\ u &= g && \text{on } \Gamma_D \\ (\varepsilon \nabla u - \nabla \psi u) \cdot \mathbf{n} &= 0 && \text{on } \Gamma_N \end{aligned}$$

donde Ω es un dominio poligonal convexo en \mathbb{R}^2 con borde $\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N$, \mathbf{n} es la normal unitaria exterior, f y g son funciones conocidas, ψ es una función que podemos suponer seccionalmente lineal y ε es un parámetro positivo pequeño.

Definiendo la nueva variable

$$\rho = ue^{-\frac{\psi}{\varepsilon}} \quad (2)$$

el problema puede escribirse en la forma simétrica

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(\varepsilon e^{\frac{\psi}{\varepsilon}} \nabla \rho) &= f && \text{in } \Omega \\ \rho &= \chi && \text{on } \Gamma_D \\ \varepsilon e^{\frac{\psi}{\varepsilon}} \frac{\partial \rho}{\partial n} &= 0 && \text{on } \Gamma_N. \end{aligned} \quad (3)$$

Obtenemos un esquema numérico después de los siguientes tres pasos: 1) Escribimos (3) en forma mixta introduciendo la variable vectorial $\sigma = \varepsilon e^{\frac{\psi}{\varepsilon}} \nabla \rho$, la corriente, que es importante en las aplicaciones. 2) Discretizamos esta formulación mixta del problema mediante una modificación de métodos de Galerkin discontinuo conocidos [1], por ejemplo, podemos usar una modificación de Interior Penalty, obteniendo de esta manera un esquema para las variables ρ_h y σ_h . 3) (Exponential Fitting [2]) Escribimos en dicho esquema la variable ρ_h en términos de u_h usando alguna transformación discreta correspondiente a (2), llegando entonces a una aproximación de u .

La presencia de exponenciales puede causar overflow en la implementación del método, por lo que es importante chequear que esto no se produce. Este

hecho motiva la introducción de modificaciones en los métodos conocidos de Galerkin discontinuo en el paso 2), que consisten en variar ligeramente la definición de los flujos numéricos y en la elección de espacios discretos de aproximación para cada variable de diferentes órdenes polinomiales. Podemos probar propiedades de convergencia optimales para estos métodos modificados.

Referencias

[1] D. N. Arnold, F. Brezzi, B. Cockburn, L. D. Marini, *Unified Analysis of Discontinuous Galerkin Methods for Elliptic Problems*, SIAM J. Numer. Anal., 39 (2002), 1749-1779.

[2] F. Brezzi, L. D. Marini, P. Pietra, *Two-dimensional exponential fitting and applications to semiconductor device equations*, SIAM J. Numer. Anal. 26 (1989) 1342-1355.

Autores: Néstor E. Aguilera, Pedro Morin

Lugar: IMAL - Santa Fe

Expositor: Pedro Morin

Aproximación por elementos finitos de problemas de optimización sobre funciones convexas

Muchos problemas de interés teórico y práctico involucran la minimización de un funcional sobre una familia de funciones convexas. Por ejemplo, el cálculo de la proyección de funciones convexas en W_p^k , y algunos problemas en economía.

Para funciones suaves, la convexidad puede caracterizarse en términos del Hessiano. Sin embargo, para funciones discretas tal caracterización no es tan sencilla.

En trabajos previos se define un concepto de convexidad discreta cuya descripción matemática es no-local, en el sentido de que involucra nodos de la discretización que se encuentran distantes. Esto es indeseable pues hace que el número de restricciones que se utilizan para forzar la convexidad crezca aproximadamente como $O(N^{1.8})$, donde N denota el número de nodos de la malla.

Proponemos un método que utiliza una definición de Hessiano discreto y restricciones de matrices semidefinidas positivas. Con esta definición, que resulta local y que involucra una cantidad de restricciones de orden $O(N)$, demostramos convergencia bajo condiciones generales aún cuando la solución exacta no sea suave.

Un aspecto llamativo es que el método no garantiza convergencia cuando se usan elementos lineales, pero sí cuando se consideran elementos de orden superior.

Mostraremos ejemplos numéricos interesantes que demuestran la competitividad del método y evidencia que aún en casos sencillos, los elementos lineales resultan ineficaces.

Autores: Eduardo M. Garau, Pedro Morin

Lugar: IMAL - Santa Fe

Expositor: Eduardo M. Garau

Precondicionamiento de operadores de cuarto orden

Consideramos operadores discretos que aparecen al resolver numéricamente ecuaciones parabólicas de cuarto orden espacial, como la siguiente:

$$u_t - \operatorname{div}(b(x)\nabla(-\operatorname{div}(a(x)\nabla u))) = f(t, x).$$

Al resolver este tipo de ecuaciones con el método de elementos finitos, el operador discreto resulta muy mal condicionado, pues el número de condición tiene orden $O(h^{-4})$ donde h es el parámetro de discretización espacial.

Proponemos una manera de precondicionar dicho sistema discreto utilizando una “factorización aproximada” del mismo en dos operadores (discretos) de segundo orden. La idea subyacente es que ya existen precondicionadores eficientes para problemas de segundo orden (e.g. BPX), y que por lo tanto, resolverlos no presenta mayor dificultad.

Presentaremos algunos resultados teóricos preliminares que garantizan el buen condicionamiento del sistema precondicionado y también algunos resultados numéricos que confirman la eficiencia del método resultante.

Autores: Claudio Padra

Lugar: Centro Atómico Bariloche, San Carlos de Bariloche, Argentina

Conferencia Invitada

Adaptividad en Problemas de Autovalores

Para la utilización eficiente de códigos de elementos finitos es indispensable utilizar esquemas adaptivos que refinan automáticamente las mallas en las cercanías de las singularidades de la solución. Para obtener un algoritmo adaptivo es necesario definir un estimador a posteriori del error, y demostrar que en efecto, detecta de manera eficiente y confiable las zonas donde la solución presenta singularidades. Se presentarán estimadores del error para distintos elementos finitos (conformes, no-conformes, elementos de orden p , Raviart Thomas) y las demostraciones de su equivalencia con el error salvo términos de mayor orden. Se presentarán resultados computacionales en dos y tres dimensiones relacionados con autovalores del Laplaciano, en problemas tipo Steklov y para el cálculo de vibraciones en sistemas fluido-estructura.

Autores: María B. Arouxét, Nélide Echebest, Elvio A. Pilotta

Lugar: UNLP-UNLP-FaMAF

Expositor: María B. Arouxét

Análisis numérico de dos algoritmos de optimización sin derivadas basados en interpolación multivariada

Los métodos de optimización sin derivadas están diseñados para problemas de optimización no lineal donde las derivadas de la función objetivo (y de las restricciones, en el caso que las haya) no están disponibles. Formalmente, consideramos un problema de minimización irrestricto donde la función objetivo es una función suave, de varias variables, no lineal y acotada inferiormente. Asumimos que la función objetivo y el gradiente no pueden ser calculados en ningún punto.

Nuestro propósito es comparar numéricamente dos métodos para resolver este tipo de problemas: DFO [1, 2, 3] y NEWUOA [4], ambos están basados en estrategias de regiones de confianza e interpolación polinomial multivariada. Una de las principales diferencias entre estos métodos es que, para la interpolación multivariada, DFO usa polinomios de Newton en vez de los polinomios de Lagrange. Este es un aspecto muy importante ya que la geometría del conjunto de interpolación y el álgebra lineal involucrada dependen de tales polinomios. Consideramos que tener un conocimiento profundo de los detalles de implementación nos permitiría ser mucho más exactos al proponer un nuevo código en un futuro cercano. Específicamente, comparamos la performance (eficiencia y robustez) de los dos códigos utilizando un conjunto de problemas test, teniendo en cuenta las diferentes opciones de los códigos.

Referencias

- [1] A.R. Conn, K. Scheinberg y Ph. L. Toint. On the convergence of derivative-free methods for unconstrained optimization, 1997.
- [2] A.R. Conn, K. Scheinberg y Ph. L. Toint. Recent Progress in unconstrained nonlinear optimization without derivatives, 1997.
- [3] A.R. Conn, K. Scheinberg y Ph. L. Toint. A derivative free optimization algorithm in practice, 1998.

- [4] M.J.D. Powell. The NEWUOA software for unconstrained optimization without derivatives, 2004.

Autores: J. Cesco, A. Rosso, M. Daniele, C. Denner, G. Frascetti
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto. Río Cuarto - Córdoba
Expositor: Claudia Denner

Mejorando el tiempo de cálculo de algunas integrales impropias usando la paralelización de reglas adaptivas de cuadratura.

En ciertos problemas de la físico-química es necesario calcular un importante número de integrales, cuyos integrandos tienen regiones con variaciones funcionales grandes y regiones con variaciones funcionales pequeñas. Cuando se calculan numéricamente esas integrales es necesario poder manejar de manera flexible el tamaño del paso, ya que en la zona de grandes variaciones se necesita un tamaño de paso menor que aquel usado en las zonas de variación funcional menor. Los métodos de cuadratura que permiten tener pasos de longitud variable según diferentes intervalos, adecuándolos a las variaciones funcionales son las reglas adaptivas de cuadratura. Si bien ellas son adecuadas para el tipo de integrales planteadas, la cantidad de cómputos a realizar aumenta en forma sostenida, por lo que proponemos la introducción de arquitecturas computacionales paralelas, que permitirán la replicación de uno o más recursos computacionales a los fines de permitir la simultaneidad en la ejecución de cálculos.

Es por ello que analizamos la conveniencia de la paralelización de reglas adaptivas de cuadratura, con el objetivo de conseguir una aproximación a la integral

$$\int_a^b f(x)dx,$$

que mejore el tiempo de cómputo comparado con el tiempo utilizado en las implementaciones secuenciales de las mismas reglas de cuadraturas, estando fijada la precisión.

En este trabajo reportamos algunos resultados obtenidos para aproximar integrales impropias donde el comportamiento oscilatorio del integrando representa una importante pérdida de precisión. Ejemplo de ello son integrandos donde intervienen funciones esféricas de Bessel combinadas con funciones exponenciales de rápido decaimiento.

Autores: Rodolfo Rodríguez
Lugar: Universidad de Concepción, Concepción, Chile
Conferencia Invitada

Aproximación Numérica de los modos de vibración de un arco Timoshenko de geometría arbitraria

El modelo de Timoshenko para arcos elásticos de geometría arbitraria se deduce a partir de las ecuaciones de la elasticidad lineal tridimensional y de hipótesis geométricas y físicas adecuadas. Se demuestra que el problema espectral que resulta está bien planteado y que sus autovalores y autofunciones convergen a los del problema límite, el que resulta una generalización del modelo de vigas de Euler-Bernoulli. Se propone y analiza una discretización por elementos finitos polinomiales a trozos de orden arbitrario. Se demuestra convergencia con orden óptimo para las autofunciones y los esfuerzos de corte correspondientes. Además se demuestra un orden doble para los autovalores y, en consecuencia, para las frecuencias de vibración. Las estimaciones de error resultan independientes del espesor del arco, lo que permite concluir que el método es aplicable a arcos de espesor arbitrariamente pequeño ("locking-free"). Se describen varios experimentos numéricos que permiten evaluar la performance del método. Los experimentos incluyen diferentes geometrías e incluso condiciones de contorno no contempladas en el análisis teórico. Todos los tests muestran órdenes óptimos de convergencia para todas las variables y que el método es cabalmente "locking-free".

Referencias:

[HORS] E. Hernández, E. Otárola, R. Rodríguez, F. Sanhueza. Approximation of the vibration modes of a Timoshenko curved rod of arbitrary geometry. Preprint DIM 2007-16, Universidad de Concepción, Concepción, Julio, 2007.

Análisis Real y Armónico – Teoría de Aproximación

Organizan:

Hugo Aimar – Héctor Cuenya – Ursula Molter

Autores: Marta Urciuolo

Lugar: FaMAF - CIEM (Universidad Nacional de Córdoba - CONICET)

Conferencia Invitada

Restricción de la transformada de fourier

Esta charla consiste en una descripción del problema de estudiar la continuidad, entre espacios L^p y L^q , del operador dado por la restricción de la transformada de Fourier a ciertas hipersuperficies de \mathbb{R}^n . También se describen los últimos resultados sobre la conjetura de Stein y su relación con otras conjeturas famosas. Por último, se da un breve detalle del tipo de resultados obtenidos por la autora.

Autores: Elida Ferreyra, Marta Urciuolo
Lugar: FAMAF - CIEM (Universidad Nacional de Córdoba - Conicet)
Expositor: Elida Ferreyra

Restricción de la transformada de Fourier a hipersuperficies homogéneas mixtas

Sean a y b números naturales tales que $2 \leq a < b$ y sea $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función polinomial homogénea mixta de grado uno con respecto a las dilataciones no isotrópicas $r \cdot (x_1, x_2) = (r^{1/a}x_1, r^{1/b}x_2)$, esto es,

$$\varphi(r^{1/a}x_1, r^{1/b}x_2) = r\varphi(x_1, x_2), \quad r > 0.$$

Consideramos B la bola unitaria cerrada de \mathbb{R}^2 , $\Sigma = \{(x, \varphi(x)) : x \in B\}$ con la medida de Lebesgue inducida y $Rf : \Sigma \rightarrow \mathbb{C}$ definido, para $f \in S(\mathbb{R}^3)$, por

$$(Rf)(x, \varphi(x)) = \widehat{f}(x, \varphi(x)), \quad x \in B$$

donde \widehat{f} denota la transformada de Fourier usual de f .

En el caso en que Σ satisface ciertas propiedades de curvatura, caracterizamos, salvo puntos de borde, los pares (p, q) con $1 \leq p < \frac{4}{3}$ tales que el operador R es acotado de $L^p(\mathbb{R}^3)$ en $L^q(\Sigma)$. También damos estimaciones sharp $L^p \rightarrow L^2$.

Autores: Ursula Molter, Leandro Zuberma

Lugar: Buenos Aires

Expositor: Leandro Zuberma

Acotaciones de tipo (p, p') para la transformada de Fourier de cierta clase de medidas

Strichartz introdujo en 1990 una clase de medidas en \mathbb{R}^d que denominó localmente α -dimensionales y que son aquellas medidas μ que satisfacen que $\mu(B_r(x)) \leq Cr^\alpha$ para $r \leq 1$ [Str90]. Siguiendo esta línea nosotros definimos funciones φ -dimensionales para $\varphi : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ como aquellas que satisfacen que $\mu(B_r(x)) \leq \varphi(r)$ [MZ06].

La transformada de Fourier de una función $f \in L^2(\mu)$ puede definirse como $\mathcal{F}_\mu f(\xi) = \int e^{2\pi i x \xi} f(x) d\mu(x)$. Para φ adecuada, probamos [MZ06] que, si μ es φ dimensional y $f \in L^2(\mu)$, entonces $\mathcal{F}_\mu f \in L^2_{loc}(\mu)$ y, además,

$$\sup_{x \in \mathbb{R}^d, r \geq 1} \frac{1}{r^n h(r^{-1})} \int_{B_r(x)} |\mathcal{F}_\mu(\xi)|^2 d\xi \leq c \int |f|^2 d\mu.$$

Este resultado puede verse como una acotación en L^2 del operador Transformada de Fourier. El resultado que queremos presentar es una generalización en el sentido de que la acotación sea de L^p en $L^{p'}$ para p no necesariamente igual a 2, siguiendo las ideas desarrolladas por Ka Sing Lau [KS90].

Concretamente, probamos que dado $1 \leq p \leq 2$ y $1/p + 1/p' = 1$, si μ satisface:

$$\|\mu\|_{\mathcal{M}_\varphi^p} := \sup_{0 < t \leq 1} \left(\frac{1}{(2t)^d \varphi(2t)^{p-1}} \int |\mu|(Q_t(u))^p du \right)^{1/p} < \infty,$$

donde $Q_t(u)$ es el cubo de semilado t centrado en u , entonces $\widehat{\mu}(\xi) = \mathcal{F}_\mu 1(\xi) = \int e^{2\pi i x \xi} d\mu(x)$ pertenece al siguiente espacio de Banach:

$$\mathcal{B}_\varphi^p = \{f \in L^p_{loc}(\mathbb{R}^d) : \|f\| := \sup_{R \geq 1} \left(\frac{1}{\varphi(R^{-1}) R^d} \int_{B_R(0)} |f|^p \right)^{1/p} < \infty\}.$$

Más aún:

$$\|\widehat{\mu}\|_{\mathcal{B}_\varphi^p} \leq C \|\mu\|_{\mathcal{M}_\varphi^p}.$$

Referencias:

[KS90] Ka Sing Lau, Fractal measures and Mean p -variations. *J. Funct. Anal.* **108** (1992) 427-457.

- [MZ06] U. Molter, L. Zuberger, A fractal Plancherel Theorem.
[Str90] R. Strichartz, Fourier asymptotics of fractal measures. *J. Funct. Anal.* **89** (1990) 154-187.

Autores: Pablo Sebastián Viola

Lugar: IMAL, UNL

Teorema T1 con medidas no doblantes, a valores vectoriales

Sea μ una medida de Radón no necesariamente duplicante en \mathbb{R}^n , tal que para cada bola B de radio r se cumple que

$$\mu(B) \leq r^\nu,$$

donde $0 < \nu \leq n$.

Sea \mathbb{H} un espacio vectorial de Hilbert. Denotemos con Λ_0^ν a las funciones de Lipschitz de orden η valuadas en los complejos con soporte compacto, y con $(\Lambda_{0,\mathbb{H}}^\nu)'$ al dual de las funciones de Lipschitz de orden η valuadas en \mathbb{H} con soporte compacto.

Estudiamos la acotación $(L^2, L^2_{\mathbb{H}})$ de un operador lineal continuo $T : \Lambda_0^\nu \mapsto (\Lambda_{0,\mathbb{H}}^\nu)'$, asociado a un núcleo estándar K , que satisface condiciones de acotación y suavidad de tipo Dini, y bajo la condición $T1 = 0$.

También damos una fórmula para $T\phi(x)$, cuando ϕ es una función de Lipschitz, y x es un punto dado de \mathbb{R}^n , basados en trabajos de Macías y Segovia.

Autores: Fernando Levstein, Linda Saal

Lugar: FaMAF

Expositor: Linda Saal

Pares de Gelfand generalizados

Dado un grupo de Lie G y un subgrupo H de G , se dice que (G, H) es un par de Gelfand generalizado si para toda representación unitaria irreducible de G , el espacio de vectores distribución fijos por H tiene a lo sumo dimensión uno. Esta definición extiende la noción clásica de par de Gelfand para el caso en que H no sea compacto.

En este trabajo se determinan los pares de Gelfand generalizados (NK, K) donde N es un grupo de tipo H irreducible y K es la componente conexa del grupo de automorfismos de N . Como corolario de esto se tiene que (NK, K) es un par de Gelfand generalizado si y sólo si $1 \leq m \leq 9$, donde m es la dimensión del centro de N .

Este trabajo complementa a uno de Fulvio Ricci donde se determinan los pares de Gelfand (NK, K) donde K es el subgrupo de los automorfismos ortogonales (y por lo tanto K es compacto).

Autores: Hugo Aimar

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada Litoral, Santa Fe
Conferencia Invitada

Sobre funciones maximales

Autores: R. Crescimbeni, F. Martín Reyes, A. de la Torre, J.L. Torrea
Lugar: Universidad Nacional del Comahue-Universidad de Málaga-Universidad Autónoma de Madrid
Expositor: Raquel Crescimbeni

Estimaciones con pesos para el operador variación asociado a operadores integrales singulares

Sea $\{T_\epsilon\}$ una familia de operadores tal que $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} T_\epsilon f = Tf$ existe en algún sentido. Un método clásico de medir la velocidad de convergencia de la familia $\{T_\epsilon\}$ es considerando la función cuadrado del tipo $(\sum_{i=1}^{\infty} |T_{\epsilon_i} f - T_{\epsilon_{i+1}} f|^2)^{1/2}$, donde $\epsilon_i \searrow 0$. En los últimos años otras expresiones, para medir la velocidad de convergencia, han sido consideradas tal como el operador ρ -variación

$$\mathcal{V}_\rho(Tf)(x) = \sup_{\epsilon_i \searrow 0} \left(\sum_{i=1}^{\infty} |T_{\epsilon_i} f - T_{\epsilon_{i+1}} f|^\rho \right)^{1/\rho},$$

donde el supremo es tomado sobre todas las sucesiones ϵ_i que decrecen a cero.

En este trabajo analizamos la acotación del operador variación asociado a las truncaciones de un operador integral singular T en \mathbb{R} cuyo núcleo satisface condiciones de tamaño y suavidad Lipschitz standard.

El resultado general obtenido es el siguiente:

Teorema Sea $\rho > 2$. Para un operador integral singular T , si suponemos que el operador ρ -variación es acotado en $L^2(\mathbb{R}, dx)$ luego

(i) Si $w \in A_p$, con $1 < p < \infty$, luego $\mathcal{V}_\rho(T)$ mapea $L^p(\mathbb{R}, w(x)dx)$ en $L^p(\mathbb{R}, w(x)dx)$

(ii) Si $w \in A_1$, luego $\mathcal{V}_\rho(T)$ mapea $L^1(\mathbb{R}, w(x)dx)$ en $L^1(\mathbb{R}, w(x)dx)$ -débil

Como consecuencia del Teorema antes enunciado se han obtenido acotaciones con pesos de la ρ -variación asociada a la transformada de Hilbert y a las transformadas de Riesz asociadas al semigrupo de Hermite.

Referencias

1-Campbell J., Jones R., Reinhold K and Wierdl M., Oscillation and variation for the Hilbert transform. *Duke Mathematical Journal*, vol 105, N° 1, 59-83, 2000.

2-Jones R., Kaufman R., Roseblatt J. and Wierdl M., Oscillation in Ergodic theory. *Ergodic Theory and Dynamic System* 18, 889-935, 1998.

Autores: Ana Bernardis, Raquel Crescimbeni, Cecilia Ferrari Freire
Lugar: IMAL (CONICET) - Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Cecilia Ferrari Freire

Acotaciones para un operador de Cesàro en \mathbb{R}^n

Consideramos el operador maximal de Cesàro n dimensional definido por

$$M_{\bar{\alpha}}f(x) = \sup \frac{1}{|Q|} \int_Q |f(y)| \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{|x_i - y_i|}{R}\right)^{\alpha_i} dy,$$

donde $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, con $-1 < \alpha_i \leq 0$, para todo $i = 1, \dots, n$ y donde el supremo se toma sobre todos los cubos n dimensionales $Q = \prod_{i=1}^n [x_i - R, x_i + R]$. Aplicando un resultado de Jourkat y Troutman [JT], se puede probar que $M_{\bar{\alpha}}$ es de tipo fuerte (p, p) para $p > \frac{1}{1+\beta}$, donde $\beta = \min_{1 \leq i \leq n} \{\alpha_i\}$.

Para el caso unidimensional, nuevamente por un resultado de [JT] se tiene M_{α} , $-1 < \alpha \leq 0$, es de tipo débil restringido $(\frac{1}{1+\alpha}, \frac{1}{1+\alpha})$ y se puede dar un contraejemplo donde se muestra que no es de tipo débil $(\frac{1}{1+\alpha}, \frac{1}{1+\alpha})$.

En este trabajo estudiamos el comportamiento del operador $M_{\bar{\alpha}}$ cuando $p \leq \frac{1}{1+\beta}$. Mostraremos que cuando $p < \frac{1}{1+\beta}$ no es posible obtener ni siquiera desigualdades de tipo débiles restringido y que cuando $p = \frac{1}{1+\beta}$ y $\bar{\alpha}$ tiene todos sus elementos α_i distintos entre sí, entonces $M_{\bar{\alpha}}$ es de tipo débil restringido $(\frac{1}{1+\beta}, \frac{1}{1+\beta})$. Para el caso en que en $\bar{\alpha}$ se tengan elementos iguales, sólo tenemos resultados parciales.

Por otro lado, si $\mathcal{M}_{\bar{\alpha}}$ denota el operador $M_{\bar{\alpha}}$ cuando cambiamos cubos por rectángulos, con la misma condición en $\bar{\alpha}$ que arriba, probamos que $\mathcal{M}_{\bar{\alpha}}$ verifica la siguiente desigualdad:

$$|\{x \in \mathbb{R}^n : \mathcal{M}_{\bar{\alpha}}\chi_E(x) > \lambda\}| \leq C\phi\left(\frac{1}{\lambda^{\frac{1}{1+\beta}}}\right)|E|,$$

para todo $\lambda > 0$, para todo E medible y donde $\phi(t) = t(1 + \log^+ t)^{n-1}$.

Referencia

[JT] Jourkat, W. y Troutman, J., Maximal inequalities related to generalized a.e., W. Jourkat y J. Troutman. Trans. Am. Math. Soc. 252 (1979), 49-64.

Autores: Felipe Zó
Lugar: Universidad Nacional de San Luis
Conferencia Invitada

Mejor aproximación local

Autores: H. H. Cuenya, F. E. Levis, M. D. Lorenzo
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
Expositor: Héctor H. Cuenya

Mejor aproximación simultánea en regiones pequeñas

Sea $n + 1 = kq$ and Π^n el espacio vectorial de polinomios algebraicos en una variable de grado a lo sumo n . Dado $x_j \in \mathbb{R}, 1 \leq j \leq k$, sean B_j intervalos centrados en x_j y radio $\beta > 0$, y \mathcal{C}^{n+1} el espacio de funciones reales definidas sobre la unión de los B_j , continuamente diferenciables hasta el orden q . Dada una norma $\|\cdot\|$ sobre el espacio \mathcal{C}^{n+1} nosotros escribimos $\|h\|_\epsilon = \|h^\epsilon\|$, donde $h^\epsilon(t) = h(\epsilon(t - x_j) + x_j), t \in B_j$. Dadas $f_i \in \mathcal{C}^{n+1}, 1 \leq i \leq l$, estudiamos los mejores aproximantes simultáneos (m.a.s) desde Π^n , es decir aquellos $P_\epsilon \in \Pi^n$ que satisfacen:

$$\max_{1 \leq i \leq l} \{\|f_i - P_\epsilon\|_\epsilon\} = \inf_{Q \in \Pi^n} \max_{1 \leq i \leq l} \{\|f_i - Q\|_\epsilon\}.$$

Más precisamente, nosotros estamos interesados en el comportamiento de los m.a.s. cuando $\epsilon \rightarrow 0$.

Hemos obtenido, en primer lugar, que si $l = 2$, $\|\cdot\|$ es un norma estrictamente convexa y monótona, y existe coincidencia de las derivadas hasta un cierto orden en cada punto x_j , entonces las derivadas de P_ϵ en cada x_j , hasta un orden más, convergen a las correspondientes derivadas de $\frac{1}{2}(H(f_1) + H(f_2))$ en x_j , donde $H(h)$ denota el polinomio interpolador de Hermite de h con orden de coincidencia q en cada punto. Bajo ciertas condiciones sobre el error, nosotros probamos que $P_\epsilon \rightarrow \frac{1}{2}(H(f_1) + H(f_2))$.

En el caso que la norma es la norma L^2 , también obtenemos este último resultado sin hipótesis adicionales.

En el caso que la norma es la norma L^p , $k = 1$, $l = 2$ y $f_1(0) \neq f_2(0)$, se prueba convergencia al polinomio de Taylor. Nosotros observamos que todos los anteriores resultados no valen en general para $l \geq 3$. Finalmente, usando el algoritmo de Pólya, se obtiene un resultado de convergencia de m.a.s., cuando trabajamos con una familia de normas definidas sobre un espacio lineal normado, dependiendo de un parámetro ϵ , que convergen a una norma fija y la aproximación es desde un subespacio de dimensión finita.

Todos los teoremas probados en este trabajo extienden resultados conocidos para el caso de aproximación a una única función, en el contexto de mejor aproximación local.

Autores: H. H. Cuenya, C. N. Rodríguez
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
Expositor: Claudia N. Rodríguez

Mejor aproximación simultánea en la norma suma.

En este trabajo nosotros consideramos mejor aproximación simultánea (m.a.s.) a k funciones, $f_i, 1 \leq i \leq k$, por polinomios algebraicos de un grado dado respecto a la norma

$$\rho_{p,\epsilon}(h_1, \dots, h_k) = \sum_{i=1}^k \|h_i\|_{p,\epsilon}, \text{ donde } \|h_i\|_{p,\epsilon} = \left(\int_{-\epsilon}^{\epsilon} |h_i(x)|^p dx \right)^{1/p},$$

con $1 \leq p < \infty$. Es conocido que el mejor aproximante local a una única función, ésto es, el límite de los mejores aproximantes en los intervalos $[-\epsilon, \epsilon]$, para $\epsilon \rightarrow 0$, es el polinomio de Taylor de la función en 0, cada vez que la función a aproximar es suficientemente diferenciable.

En este trabajo nosotros estudiamos el problema análogo para aproximación simultánea.

En primer lugar, se obtuvo un resultado de interpolación y como consecuencia de ello se probó que, si $\epsilon_n \downarrow 0$ y P_{ϵ_n} son m.a.s. sobre $[-\epsilon_n, \epsilon_n]$, entonces existe una subsucesión convergiendo a una combinación convexa de los polinomios de Taylor de las funciones $f_i, 1 \leq i \leq k$, en los casos $p = 2$, k arbitrario y $1 < p < \infty$, $k = 2$.

Además nosotros estudiamos la estructura del conjunto de puntos límites de la red de m.a.s.. En este sentido se probó que dicho conjunto es convexo y compacto. También se da un ejemplo el cual muestra que, si bien hay unicidad del m.a.s. para cada $0 < \epsilon < 1$, el conjunto de puntos límites resulta no unitario, cuando trabajamos con la norma $\|\cdot\|_2$.

Autores: S. Favier, F. Zó

Lugar: UNSL-IMASL

Expositor: Sergio Favier

Condiciones para acotaciones del operador maximal de mejor aproximación

For each $x \in \mathbb{R}^m$ let $\{B_\varepsilon(x)\}_{\varepsilon>0}$, be a family of bounded measurable sets with positive Lebesgue measure $|B_\varepsilon(x)|$ and set $M(f)$ for the Hardy Littlewood maximal operator. Let Φ be the class of all nondecreasing functions φ defined for all real number $x \geq 0$, with $\varphi(0+) = 0$, $\varphi(x) \rightarrow \infty$ as $x \rightarrow \infty$, and $\varphi(x) > 0$ for $x > 0$. We set $\tilde{\mu}_\varepsilon(f)(x)$ for the extended best approximation operator over $B_\varepsilon(x)$.

Theorem. 1 Let $\varphi \in \Phi \cap \Delta_2$ be a C^1 convex function, and for a function $f \in L^{\varphi'}(\mathbb{R}^m)$ select $f_\varepsilon(x)$ in $\tilde{\mu}_\varepsilon(f)(x)$. Then we have the following estimates.

$$\frac{1}{C} \varphi'(|f_\varepsilon(x)|) \leq \frac{1}{|B_\varepsilon|} \int_{B_\varepsilon} \varphi'(|f(y)|) dy \leq C \varphi'(|f_\varepsilon(x)|). \quad (4)$$

$$\frac{1}{C} \varphi'(|f_\varepsilon(x) - f(x)|) \leq \frac{1}{|B_\varepsilon|} \int_{B_\varepsilon} \varphi'(|f(y) - f(x)|) dy \leq C \varphi'(|f_\varepsilon(x) - f(x)|), \quad (5)$$

where the constant $C = \frac{3}{2}k^2$ and $\varphi(2x) \leq k\varphi(x)$, for every $x > 0$.

The first inequalities of Theorem 1 was already obtained in [1]

We define the maximal operator $\mathcal{M}f$ as follows.

$$\mathcal{M}f(x) = \sup_{\varepsilon>0} \{ |f_\varepsilon(x)| : f_\varepsilon(x) \in \tilde{\mu}_\varepsilon(f)(x) \}.$$

By Theorem 1 we have

$$\frac{1}{C_2} M(\varphi' \circ f)(x) \leq \varphi'(\mathcal{M}f(x)) \leq \frac{1}{C_1} M(\varphi' \circ f)(x). \quad (6)$$

Set $Tf = \psi^{-1}M(\psi(|f|))$.

Theorem. 2 Let θ be a function in Φ . Then the function $\theta \circ \psi^{-1}$ satisfies a ∇_2 condition if and only if there exists a constant K independent of f such that

$$\int \theta(Tf) dx \leq K \int \theta(|f|) dx.$$

Referencias

- [1] S. Favier, F.Zó (2005): *A Lebesgue Type Differentiation Theorem for Best Approximations by Constants in Orlicz Spaces*. *Real Analysis Exchange*, **30,1**: 29-42.

Autores: José Luis Romero

Lugar: Universidad de Buenos Aires

Un teorema de sobremuestreo explícito para espacios de tipo Spline

Un espacio de tipo Spline S es un subespacio de L^p generado por traslaciones de una función que satisface ciertas propiedades de suavidad y decaimiento. El problema del muestreo consiste en reconstruir una función de S a partir de sus muestras en algún subconjunto discreto X (llamado conjunto de muestreo). Un problema importante es el de encontrar condiciones geométricas sobre X que aseguren que sea un conjunto de muestreo. Se puede probar con argumentos generales que todo conjunto X que sea suficientemente denso, pero fuera de eso arbitrario en su forma, es un conjunto de muestreo. En este trabajo damos estimaciones explícitas (pero no finas) sobre la densidad requerida para que X sea un conjunto de muestreo.

Autores: Jorge.M.Paz
Lugar: Carlos Paz-Córdoba

Aproximación del límite interior de la integral de tipo de Cauchy usando lemniscatas

Las lemniscatas , según el teorema de Hilbert (sobre lemniscatas) ,tienen la propiedad de aproximar contornos suaves cerrados en el plano y fronteras de sólidos de forma lobular. Haciendo uso de tal propiedad se aproximó el valor límite interior (primera fórmula de Sojotski) de la “Integral de tipo de Cauchy” en un contorno suave y cerrado . A partir del resultado obtenido se sacaron conclusiones sobre la “Integral de tipo de Cauchy” propiamente dicha (para los , con región simplemente conexa con frontera) y sobre el valor límite exterior (segunda fórmula de Sojotski). También en el apéndice se muestra la relación entre la condición auxiliar ,que debe cumplir la función de densidad , y el hecho de ser holderiana sobre la lemniscata. Finalmente, elegí ésta representación integral por su importancia en los problemas de Riemann y Hilbert , así como en las “Ecuaciones integrales singulares con núcleo de Cauchy”.

Autores: F. E. Levis, H. H. Cuenya, A. N. Priori
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
Expositor: Fabían E. Levis

Mejores aproximantes constantes en espacios de Orlicz-Lorentz

Sea \mathcal{M}_0 la clase de todas las funciones medibles Lebesgue definidas sobre $[0, \alpha)$, $0 < \alpha \leq \infty$, con valores en la recta extendida $\overline{\mathbb{R}}$. Como es usual, para $f \in \mathcal{M}_0$, denotemos su reordenamiento decreciente por f^* .

Sean $\phi : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$ una función convexa, diferenciable, con $\phi(0) = 0$ y $\phi(t) > 0$ si $t > 0$, y $w : (0, \alpha) \rightarrow (0, \infty)$ una función peso, decreciente y localmente integrable. Si $\alpha = \infty$, asumimos $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0$ y $\int_0^\infty w(t) d\mu(t) = \infty$. Para

$f \in \mathcal{M}_0$, sea $\Psi_{w,\phi}(f) = \int_0^\alpha \phi(f^*(t))w(t)d\mu(t)$. Denotemos por $\Lambda_{w,\phi}$ el espacio

$$\{f \in \mathcal{M}_0 : \Psi_{w,\phi}(\lambda f) < \infty \text{ para todo } \lambda > 0\} \quad (7)$$

y por $\Lambda_{w,\phi'}$ el espacio definido análogamente a (7), donde ϕ' es la derivada de la función ϕ .

Sean $A \subset [0, \alpha)$ un conjunto de medida finita y χ_A su función característica. Llamemos $C(f, A)$ al conjunto de todas las constantes c que minimizan la expresión $\Psi_{w,\phi}((f - c)\chi_A)$. Es bien conocido que $C(f, A)$ es un intervalo compacto no vacío si $f \in \Lambda_{w,\phi}$. Denotemos por $T_A : \Lambda_{w,\phi} \rightarrow \mathbb{R}$ al operador de mejor aproximación por constantes definido por $T_A(f) = C(f, A)$.

El operador T_A se dice monótono si y sólo si $f \leq g$, a.e. sobre A , $c \in T_A(f)$ y $d \in T_A(g)$, entonces $\min\{c, d\} \in T_A(f)$ y $\max\{c, d\} \in T_A(g)$.

En [1], la monotonía de T_A ha sido estudiada cuando f y g son funciones simples, $\phi(t) = t^p$, $1 \leq p < \infty$ y $A = [0, \alpha)$. En [2] los autores extendieron el operador T_A de L_p a L_{p-1} , $p \geq 1$, donde L_0 es el conjunto de todas las funciones medibles que son finitas en casi todo punto. Además, mostraron que T_A es monótono. Resultados similares en el subespacio L_ϕ^∞ del espacio de Orlicz han aparecido recientemente en [3].

En este trabajo nosotros extendemos el operador T_A al espacio $\Lambda_{w,\phi'}$ y probamos la monotonía del operador extendido.

Referencias

- [1] F.E. Levis, H.H. Cuenya. *Best Constant Approximants in Lorentz space*, Journal of Approximation Theory, 131, 196-207, (2004).

- [2] F. Mazzone, H.H. Cuenya. *Maximal inequalities and Lebesgue's Differentiation Theorem for Best Approximant by Constant over Balls*, Journal of Approximation Theory, 110, 171-179, (2001).
- [3] F.Zo, S. Favier. *A Lebesgue type differentiation theorem for best approximations by constants in Orlicz space*, Real Analysis Exchange, 30, 1, 29-42, (2004).

Autores: Ahmed Zayed
Lugar: De Paul University, Chicago - EE.UU.
 Conferencia Invitada

On the notion of Band-Limitedness and its generalizations

A function f is said to be band-limited to $[-\sigma, \sigma]$ if it can be written in the form

$$f(t) = \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{-izt} g(x) dx \quad (t \in \mathbb{R}),$$

for some function $g \in L^2(-\sigma, \sigma)$. This class of functions is also known as the Paley-Wiener class of bandlimited functions and is denoted by PW_{σ} . In view of a theorem of Paley and Wiener, the class PW_{σ} consists of entire functions of exponential type that are square integrable on the real line, i.e., if $f \in PW_{\sigma}$, then f is an entire function such that

$$|f(z)| \leq \sup_{x \in \mathbb{R}} |f(x)| \exp(\sigma |y|), \quad z = x + iy,$$

and

$$\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 dx < \infty.$$

One important property of PW_{σ} is given by the Whittaker-Shannon-Koteln'nikov (WSK) sampling theorem, which states that if $f \in PW_{\sigma}$, then f can be reconstructed from its samples, $f(k\pi/\sigma)$. The construction formula is

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(t_k) \frac{\sin \sigma(t - t_k)}{\sigma(t - t_k)} \quad (t \in \mathbb{R}),$$

where $t_k = k\pi/\sigma$.

The class of band-limited functions and its associated sampling theorem have been generalized in a number of different ways by mathematicians and communication engineers.

In this talk we survey some of these generalizations and then show how to extend them to classes of functions that are not necessarily entire functions.

Autores: Carlos Cabrelli, Ursula Molter
Lugar: Depto de Matemática, FCEyN, UBA y CONICET
Expositor: Carlos Cabrelli

Grado de Invariancia de un Espacio Invariante por Traslaciones Enteras

Un *Espacio por Traslaciones Enteras*, (EITE) es un subespacio cerrado de $L^2(\mathbb{R}^d)$ que es invariante bajo la acción de del grupo aditivo \mathbb{Z}^d vía traslaciones.

El prototipo de estos espacios es el espacio de Paley-Wiener de las funciones de banda limitada. Este espacio es además, invariante por traslaciones arbitrarias, o sea invariante bajo la acción del grupo \mathbb{R}^d . Esto no es cierto en general para cualquier EITE.

La pregunta natural que surge es: si S es un EITE arbitrario, ¿cuál es el mayor subgrupo G que contiene a \mathbb{Z}^d tal que S es G -invariante?

Esta pregunta esta relacionada con la *discrepancia* de un EITE S . La discrepancia mide basicamente cual es el máximo error (distancia en L^2 a S) que se puede cometer al trasladar una función de S de norma uno, por un real arbitrario.

La discrepancia es importante en las aplicaciones. Los EITE han probado ser buenos modelos en procesamiento de señales, en particular en sampling. Una perturbación no entera en las traslaciones puede sacar a la señal del modelo considerado, y en este sentido es importante tener una estimación del error.

En esta charla se definirá el *grado de invariancia* de un EITE y se dará una completa caracterización de este grado.

Autores: Hugo Aimar, Luis Nowak
Lugar: IMAL-UNL-UNCOMA. Sta. Fe
Expositor: Luis Nowak

Equivalencia de bases de Haar inducidas por distintos sistemas diádicos de Christ en espacios de tipo homogéneo

En [ABI] (ver también [AG]) se introducen bases de Haar para el espacio L^2 que resultan también incondicionales en los espacios L^p y L^p con pesos de Muchenhaupt sobre espacios de tipo homogéneo. La herramienta principal es la construcción que M. Christ hace en [C] de particiones de tipo diádico en un espacio de tipo homogéneo abstracto. En esta construcción de los conjuntos de base y en aquella construcción de las funciones de Haar están involucrados varios procesos de selección arbitrarios que permiten obtener, con el mismo algoritmo, una amplia familia de posibles sistemas de Haar para el mismo espacio. En particular cuando el método se aplica al espacio euclideo \mathbb{R}^n , no se obtiene en general la base de Haar usual.

En este trabajo probamos que estas bases de Haar son todas equivalentes en los espacios L^p ($1 < p < \infty$) en el sentido de [Y], cuando las particiones que se realizan tienen los mismos factores de escala.

La demostración se basa, por una parte, en la caracterización de los espacios L^p en cada sistema y en la desigualdad vectorial para la maximal de Hardy-Littlewood de Fefferman-Stein [FS]. Mencionamos que este esquema, usando la desigualdad de Fefferman-Stein, ya había sido utilizado en un contexto diferente por [CSS] para probar la equivalencia de los sistemas de Haar y de Franklin en un intervalo.

Referencias

- [ABI] H. Aimar, A. Bernardis, B. Iaffei., *Multirresolución aproximaciones and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type*, Pre-print
- [AG] H. Aimar, O. Gorosito., *unconditional bases for Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type*, In Wavelet Applications in Signal and Image Processing VIII, SPIE, San Diego, 2000.

- [C] M. Christ., *A $T(b)$ theorem with remarks on analytic capacity and the Cauchy integral*, Colloq. Math., 60/61, 1990.
- [CSS] Z. Ciesielski, P. Simon and P. Sjölin., *Equivalence of Haar and Franklin bases in L^p spaces*. Studia Math. 1977.
- [FS] C. L. Fefferman, E. M. Stein., *Some maximal inequalities*. Amer. J. Math. (93) 1971.
- [Y] R. M. Young., *An introduction to nonharmonic Fourier series* Acad. Press. 1980.

Autores: Carlos A. Cabrelli, María Luisa Gordillo

Lugar: U.B.A y U.N.S.J

Expositor: María Luisa Gordillo

Análisis de Multirresolución Irregulares y Wavelets asociadas

Introducimos una nueva arquitectura del espacio $L^2(\mathbb{R}^d)$ el Análisis de Multirresolución irregular en traslaciones (AMRI), trabajando con traslaciones sobre grillas que en general no son reticulados (irregulares), a las que se les exige ciertos requisitos de densidad.

En una primera etapa los subespacios del AMR son generados por marcos exteriores conformados por traslaciones (sobre grillas irregulares) y dilataciones de una única función; posteriormente nos independizamos de las dilataciones permitiendo a cada subespacio del AMRI ser generado por un marco exterior de traslaciones de una función determinada. Como en el caso anterior las traslaciones se realizan sobre grillas suficientemente densas, las cuales no necesariamente son reticulados. Definimos después marcos wavelets generalizadas, ampliando el tradicional concepto de marcos y bases wavelets; y logramos bajo ciertas condiciones asociar marcos de este tipo con buenas propiedades de decaimiento (buena localización) a la nueva estructura del espacio $L^2(\mathbb{R}^d)$: el AMRI.

Referencias:

- A. Aldroubi, C. Cabrelli y U. Molter, *Wavelet on irregular grids with arbitrary dilation matrices and frames atoms for $L^2(\mathbb{R}^d)$* , Applied and Computational Harmonic Analysis. Special Issue on Frames. (2004)
- J.J. Benedetto y S. Li, *The theory of multiresolution analysis and applications to filter banks*, Applied Computational Harm. Anal. 5 (1998), 389-427.
- J.J. Benedetto y O. Treiber, *Wavelets frames: multiresolution and extension principles. Wavelets transforms and time frequency signal analysis*. (ed. Debanath, L) Birkauser, Boston (2001) 1-36.
- A. Beurling *Local harmonic analysis with some applications to differential operators*, Proc. Ann. Science Conf, Belfer Grad. School of Science, (1966) 109-125.
- C. Cabrelli, M. L. Gordillo *Existence of multiwavelets in \mathbb{R}^n* , Proc. Amer. Math. Soc. 130, 5 (2002), 1413-1424.

Autores: Eduardo Serrano, Álvaro Corvalán

Lugar: ECyT UNSAM ; FCEyN - UBA

Expositor: Eduardo Serrano

Wavelets perturbadas: análisis de un caso particular

En el contexto de un Análisis de Multirresolución regular, $\{V_j, j \in \mathbb{Z}\}$, consideramos una función $\gamma = \psi + \delta$ donde ψ es la wavelet madre ortogonal y δ es una perturbación de media nula y norma razonablemente pequeña.

Como es sabido la función así definida no es, en general, una wavelet y la familia generada por sus traslaciones y dilataciones no constituye una base de Riesz de $L^2(\mathcal{R})$. Sin embargo, dependiendo de la perturbación, γ puede preservar algunas de las propiedades de las wavelets originales e interesa estudiar estas relaciones.

El tema de las wavelets perturbadas ha sido tratado por diversos autores, en particular de nuestra comunidad. Sobre la base de estos desarrollos se analiza aquí un caso particular y se exponen algunos resultados .

En el marco de las funciones spline de orden impar suponemos que

$$\gamma(x) = 2\varphi(2x - 1) - \varphi(x - 1/2)$$

, para una apropiada $\varphi \in V_0$. Este tipo de función puede diseñarse con soporte compacto y un número deseado de momentos nulos, bien localizada en tiempo y frecuencia. Constituye así una wavelet admisible, del tipo Littlewood-Paley, asociada a una transformada continua o diádica, apropiada para las aplicaciones numéricas.

Por otro lado, se observan semejanzas entre γ y ψ , lo que motiva nuestro interés por caracterizar una posible aproximación.

Autores: Ursula Molter
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Conferencia Invitada

conjuntos de cantor y teoría geométrica de la medida

Esta charla tiene por objeto brindar un marco general acerca de la temática de las siguientes tres comunicaciones.

Autores: Ignacio Garcia
Lugar: IMAL (CONICET-UNL)

Una familia de atractores suaves

Dada la sucesión $\{\frac{1}{n^p}\}$, $p > 1$, sea C_p el conjunto de Cantor que se construye quitando sucesivamente del intervalo $I = [0, \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^p}]$ intervalos abiertos de longitud $\frac{1}{n^p}$, de la misma forma que en la construcción del conjunto de Cantor ternario clásico. Por otro lado, dado $0 < \alpha < \frac{1}{2}$, consideremos el conjunto de Cantor autosimilar Λ_α que es atractor del sistema iterado $\{g_0, g_1\}$, donde $g_i : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $g_0(x) = \alpha x$ y $g_1(x) = \alpha x + 1 - \alpha$ ($\Lambda_{1/3}$ es el conjunto de Cantor clásico).

Se prueban los siguientes resultados:

1. El conjunto C_p es atractor de un sistema iterado de contracciones $\{f_0, f_1\}$, $f_i : I \rightarrow I$, cuyas derivadas son $\frac{1}{p}$ -Hölder continuas, siendo éste el mayor grado de suavidad que pueden tener las derivadas de un sistema cuyo atractor sea C_p .
2. El sistema $(C_p, \{f_0, f_1\})$ es conjugado a $(\Lambda_{1/2^p}, \{g_0, g_1\})$. Más precisamente, existe un difeomorfismo $h : [0, 1] \rightarrow I$, con derivada $\frac{1}{p}$ -Hölder continua, tal que $f_i \circ h = h \circ g_i$, para $i = 0, 1$.

Autores: Hugo Aimar, Marilina Carena , Bibiana Iaffei

Lugar: IMAL (CONICET- UNL , Santa Fe)

Expositor: Marilina Carena

Órbitas de Hutchinson de pesos de Muckenhoupt

Dado un sistema iterado de funciones (SIF) $\Phi = \{\phi_i : i = 1, \dots, M\}$ contractivas (ver [H]), buscamos condiciones en Φ para que si la medida inicial es de la forma $d\mu_0 = w(x)dx$ con w un peso de la clase A_p de Muckenhoupt, entonces toda la órbita $\{T^n(\mu_0) : n \in \mathbb{N}\}$ engendrada por Φ esté contenida en A_p con constante uniforme. Más precisamente, se dice que una función no negativa localmente integrable w definida en un compacto X de \mathbb{R}^n es un peso de A_p con constante C si

$$\left(\int_B w dx \right) \left(\int_B w^{-\frac{1}{p-1}} dx \right)^{p-1} \leq C|B|^p,$$

para todo $x \in X$ y $r > 0$, donde $B = B(x, r) \cap X$ y $|B|$ denota la medida de Lebesgue. Por otra parte, por $T^n(\mu_0)$ denotamos la n -ésima iteración del operador T inducido por el SIF actuando sobre la medida inicial μ_0 , es decir

$$T(\mu_0)(E) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mu_0(\phi_i^{-1}(E \cap \phi_i(X))).$$

Es sabido, (ver [M], [Y]), que para los SIF que producen los fractales clásicos, la medida límite no sólo es duplicante sino que es además normal. Sin embargo, el comportamiento de la órbita completa de las iteraciones de Hutchinson, aún para los fractales clásicos, ha sido menos estudiada. En algunos ejemplos concretos hemos probado que la permanencia de la órbita dentro de una clase de medidas duplicantes es muy sensible a los aspectos físicos del SIF. En particular probamos que si $X = [0, 1]$, $\phi_1(x) = x/2$ y $\phi_2(x) = x/2 + 1/2$, entonces aunque para cualquier μ_0 probabilística el espacio límite es $[0, 1]$ con la medida de Lebesgue, existen pesos $w \in A_p$ tal que $T^n(wdx)$ nunca duplica, y por consiguiente nunca es un peso de A_p . Si en cambio tomamos en el mismo conjunto X el SIF dado por $\psi_1(x) = x/2$ y $\psi_2(x) = 1 - x/2$ la situación es completamente diferente. No sólo la órbita permanece dentro de las medidas duplicantes sino que empezando de cualquier peso de A_p , la órbita permanece dentro de A_p con constante uniforme. Extendemos estos resultados a otras situaciones en dimensión mayor que uno.

Referencias

- [H] John E. Hutchinson, *Fractals and self-similarity*, Indiana Univ. Math. J. **30** (1981), no. 5, 713–747.
- [M] Umberto Mosco, *Variational fractals*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) **25** (1997), no. 3-4, 683–712 (1998),
- [Y] Po-Lam Yung, *Doubling Properties of Self-similar Measures*, Preprint.

Autores: Alfredo González, María del Carmen Moure

Lugar: UNMDP

Expositor: María del Carmen Moure

Multiplicidad de embaldosados autofines

Se sabe [1] que una baldosa autoafín $T(A, D)$ satisface que $\mu(T(A, D)) = k \in \mathbb{Z}$, donde μ es la medida n -dimensional de Lebesgue, y que además $T(A, D) + \mathbb{Z}^n$ es un cubrimiento perfecto de \mathbb{R}^n de multiplicidad k .

Recordemos que una baldosa autoafín de \mathbb{R}^n respecto a una matriz A y un conjunto de dígitos $D \subset \mathbb{Z}^n$ es un conjunto $T = T(A, D)$ de medida positiva que satisface $A(T) = \bigcup_{d \in D} (T + d)$ donde A es una matriz expansiva con coeficientes enteros y $\#(D) = |\det(A)|$.

Las baldosas autofines definidas por traslaciones están incluidas en una clase más general de baldosas autoafines cristalográficas donde las traslaciones en \mathbb{Z}^n son reemplazadas por movimientos en un grupo cristalográfico Γ tal que $A\Gamma A^{-1} \subset \Gamma$ [2], [5]. En este trabajo se muestra que un resultado similar al de [1] vale también para estas baldosas cristalográficas.

Cuando la multiplicidad es 1 estos conjuntos dan lugar a bases especiales de wavelets tipo Haar [3], [4]. El resultado obtenido podría utilizarse en algunos casos para determinar si una dada baldosa tesela \mathbb{R}^n con multiplicidad 1.

Referencias

- [1] Lagarias J. and Wang Y., Self-affine tiles in \mathbb{R}^n , *Adv. in Math.* **121**, (1996), 341-365.
- [2] Gelbrich, G., Crystallographic Reptiles. *Geometriae Dedicata* **51** (1994), 235-256.
- [3] Gröchenig, K. and Madych, W.R., Multiresolution Analysis, Haar Bases, and self-similar sets, *IEEE Trans. Inform. Theory* **38** (1994), 556-568.
- [4] González, A. L. y Moure, M. C., Haar bases and wavelet sets for crystallographic groups, *Conferencia Internacional de Análisis Armónico y Aplicaciones*, Merlo, Arg. (2006).
- [5] Moure, M. C. and Panzone, P., Graph directed reptiles of \mathbb{R}^2 , *Ricerche di Matematiche Vol. LIII*, fasc.2, (2004), 213-229.

Autores: Tomás Godoy

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Conferencia Invitada

Determinación de coeficientes de un operador elíptico a partir de sus autovalores principales con función de peso

Autores: Ricardo G. Durán, Fernando López García
Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencia Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Fernando López García

Una inversa a derecha para el operador de divergencia en dominios con cúspides

Un problema básico para el análisis teórico y numérico de las ecuaciones de Stokes es determinar para qué dominios acotados de \mathbb{R}^n el operador de divergencia admite una inversa a derecha continua en H_0^1 . Es decir, para qué dominios acotados, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, la ecuación

$$\operatorname{div}(u) := \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial u_n}{\partial x_n} = f \quad (8)$$

admite una solución u en el espacio de Sobolev $H_0^1(\Omega)^n$ tal que

$$\|u\|_{H_0^1(\Omega)^n} \leq C \|f\|_{L^2(\Omega)} \quad (9)$$

para f en $L^2(\Omega)$ de integral cero y C una constante dependiendo sólo de Ω .

En trabajos recientes se clasificaron los dominios planos simplemente conexos con esta propiedad. En particular, se sabe que para dominios con cúspides exteriores no existe solución de (8) que satisfaga (9). Una pregunta que surge entonces es si para este tipo de dominios existe solución de (8) que cumpla una condición análoga a (9), con una norma más débil a la izquierda.

En este trabajo mostramos que, en el caso de dominios planos simplemente conexos, los dominios Hölder α admiten una inversa para el Operador de Divergencia continua en espacios de Sobolev con peso con una condición de borde en sentido distribucional. Luego, vemos cómo se puede utilizar esto para el estudio de la existencia y unicidad de soluciones para las ecuaciones de Stokes.

Autores: Carlos Zuppa

Lugar: Universidad Nacional de San Luis

A Compact Trace Theorem for Domains with External Cusps

Up to now, Lipschitz domains make up the most general class of domains where a rich function theory can be developed. However, domains with external cusps could appear at several branches of mathematics and applications. In obstacle problems, for example, the free boundary with external cusps may enter into corner points of the fixed boundary. Therefore, it is important to know what type of results in the theory of Sobolev spaces remain valid in cuspidal domains. In several branches of harmonic analysis, the compactness of the operators $H^1(\Omega) \subset L^2(\Omega)$ and $\gamma: H^1(\Omega) \rightarrow L^2(\partial\Omega, d\sigma)$ are key tools.

This paper deals with the compact trace theorem in domains $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ with external cusps. We show that if the power sharpness α of the cusp is below a critical exponent α_c , then the trace operator $\gamma: H^1(\Omega) \rightarrow L^2(\partial\Omega)$ exists and it is compact. For cuspidal models in \mathbb{R}^2 , $\alpha_c = 2$.

Several classical results of harmonic analysis can be extended in this context, such as the divergence theorem, or the characterization of the spaces $H^{1/2}(\partial\Omega)$ via the Steklov eigenfunction expansions, to mention some.

Autores: Francisco Nicolás
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Una identidad para el vector normal

En este trabajo presentamos una identidad que satisface el vector unitario normal a cualquier superficie borde de un abierto. Discutimos el problema de la unicidad de la solución de la ecuación propuesta. Finalmente usamos la identidad para obtener aproximaciones globales al vector unitario normal de una superficie con ciertas propiedades deseadas.

Sea Ω un conjunto abierto en \mathbb{R}^n cuyo borde $\partial\Omega$ es de clase $C^{1+\alpha}$, con $\alpha > 0$. Llamemos $\eta(x)$ al vector unitario normal a $\partial\Omega$ en x .

La siguiente igualdad vale:

$$\eta(x) = \frac{1}{\gamma} \int_{\partial\Omega} \frac{(y-x)\langle x-y, \eta(y) \rangle}{|x-y|^{n+1}} dS(y) \text{ para todo } x \in \Omega, \quad (10)$$

donde γ es una constante igual al volumen de la bola unitaria en \mathbb{R}^{n-1} .

Recíprocamente, se puede ver que todo campo vectorial continuo definido sobre $\partial\Omega$ que satisface la ecuación propuesta es normal a la superficie. Encontramos por lo tanto que (10) junto a la condición $|\eta| \equiv 1$ define implícitamente, salvo orientación, al vector normal unitario de la superficie $\partial\Omega$. Es deseable probar también que

$$f(x)\eta(x) = \frac{1}{\gamma} \int_{\partial\Omega} \frac{(y-x)\langle x-y, \eta(y) \rangle}{|x-y|^{n+1}} f(y) dS(y) \text{ para todo } x \in \Omega,$$

no admite otras soluciones f más que aquellas que son constantes.

La identidad (10) también se verifica si el borde $\partial\Omega$ es de clase C^1 o Lipschitz, pero en estos casos la integral debe tomarse en sentido del valor principal, y en particular, en el caso Lipschitziano, la igualdad vale donde el normal está definido, es decir, salvo en un conjunto de medida de superficie nula.

Autores: Hugo Aimar, Ivana Gómez, Bibiana Iaffei

Lugar: IMAL (CONICET - UNL), Santa Fe

Expositor: Ivana Gómez

Desigualdades de tipo Jerison-Kenig para la estimación de normas de Lebesgue de gradientes de temperaturas

A partir de la fórmula del valor medio para temperaturas:

$$u(x, t) = \iint_{\mathbb{R}^{d+1}} K_\delta(x - y, t - s) u(y, s) dy ds,$$

para $\delta > 0$ suficientemente pequeño, con

$$K_\delta(x, t) = \frac{1}{\delta^{d+2}} K\left(\frac{x}{\delta}, \frac{t}{\delta^2}\right)$$

y $K(x, t) = \eta\left((4\pi t)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{|x|^2}{4t}}\right) \frac{|x|^2}{t^2}$, donde η es una función no negativa, C^∞ y de soporte compacto en $(0, 1)$, [AGI], obtenemos desigualdades del tipo

$$\|\delta^{1-\alpha} \nabla u\|_{L^p(\Omega)} \leq c \left\{ \int_0^\infty \|u(\cdot, t)\|_{B_p^{\alpha,p}(D)}^p dt \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (11)$$

Aquí, $\Omega = D \times (0, \infty)$ con D un dominio de Lipschitz acotado en \mathbb{R}^d , $\delta = \delta(x, t)$ es la distancia parabólica de (x, t) a la frontera de Ω y $B_p^{\alpha,p}(D)$ es el espacio de Besov $B_p^{\alpha,q}(D)$ con $0 < \alpha < 1$ y $1 < p = q < \infty$. El correspondiente resultado para el caso elíptico puede hallarse en [JK] y en [DD]. La demostración de (11) es consecuencia de una desigualdad puntual en términos de funciones maximales,

$$|\delta(x, t)^{1-\alpha} \nabla u(x, t)| \leq c M^- M_\alpha^\# u(x, t)$$

donde M^- es la maximal de Hardy-Littlewood lateral "hacia el pasado" en la variable temporal y $M_\alpha^\#$ es la maximal de A. P. Calderón y R. Scott. Desigualdades similares se obtienen para derivadas espaciales de orden superior a uno admitiendo $\alpha > 1$.

Referencias

[AGI] Hugo Aimar, Ivana Gómez y Bibiana Iaffei, *Una fórmula del valor medio y regularidad de tipo Besov para ecuaciones parabólicas*, Comunicación UMA, Bahía Blanca, 2006.

- [CS] Alberto P. Calderón and Ridgway Scott, *Sobolev type inequalities for $p > 0$* , *Studia Math.* **62** (1978), no. 1, 75–92.
- [DD] Stephan Dahlke and Ronald A. DeVore, *Besov regularity for elliptic boundary value problems*, *Comm. Partial Differential Equations* **22** (1997), no. 1-2, 1–16.
- [JK] David Jerison and Carlos E. Kenig, *The inhomogeneous Dirichlet problem in Lipschitz domains*, *J. Funct. Anal.* **130** (1995), no. 1, 161–219.

Autores: Ricardo G. Duran, Marcela Sanmartino, Marisa Toschi

Lugar: UNLP

Expositor: Marisa Toschi

Estimaciones a priori con pesos tipo potencias de la función distancia al borde

Teorema:

Sea Ω un dominio acotado en \mathbb{R}^n con $\partial\Omega \in C^2$ y sea u una solución del problema de Dirichlet en Ω ; es decir

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \end{cases}$$

donde $f \in L_{d^\gamma}^p(\Omega)$ y $d(x)$ es la función distancia al borde $\partial\Omega$.

Sea $0 \leq \gamma < p-1$ y $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \leq \frac{2}{n+1}$ (si $2p = n+1$, q debe ser también finito)

Entonces existe una constante $C = C(\gamma, p, q, n, \Omega)$ tal que

$$\|u\|_{L_{d^\gamma}^q(\Omega)} \leq C \|f\|_{L_{d^\gamma}^p(\Omega)}.$$

Observación:

En particular, si $\gamma = 1$ tenemos para $p > 2$ y $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \leq \frac{2}{n+1}$

$$\|u\|_{L_d^q(\Omega)} \leq C \|f\|_{L_d^p(\Omega)}.$$

Por métodos diferentes, para todo $p \geq 1$ en el caso que $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} < \frac{2}{n+1}$, este resultado fue probado por Souplet Ph. ("A Survey on L_d^p Spaces and Their Applications to Nonlinear Elliptic and Parabolic Problems". Mathematical Sciences and Application, Vol.20 (2004) Nonlinear Partial Differential Equations and Their Applications, 464-479).

Autores: Bruno Bongioanni, Eleonor Harboure, Oscar Salinas

Lugar: IMAL Santa Fe

Expositor: Bruno Bongioanni

Acotaciones en espacios de tipo BMO asociados a un operador de Schrödinger

Sea $V \geq 0$ una función de \mathbb{R}^d que satisface, para algún $q > \frac{d}{2}$, la desigualdad de Hölder al revés $\left(\frac{1}{|B|} \int_B V(y)^q dy\right)^{1/q} \leq \frac{C}{|B|} \int_B V(y) dy$, para toda bola $B \subset \mathbb{R}^d$, y consideremos el operador de Schrödinger $H = -\Delta + V(x)$.

Si $\beta \geq 0$ y w es un peso en \mathbb{R}^d , siguiendo los trabajos de [1] y [2], definimos el espacio $BMO_H^\beta(w)$, como el conjunto de las funciones localmente integrables f que satisfacen $\int_B |f - f_B| \leq C_1 w(B) |B|^{\beta/d}$ para toda bola B , y $\int_B |f| \leq C_2 w(B) |B|^{\beta/d}$, si $B = B(x, R)$ y $R \geq \rho(x)$, donde $f_B = \frac{1}{|B|} \int_B |f|$, $\rho(x) = \sup \left\{ r > 0 : \frac{1}{r^{d-1}} \int_{B(x,r)} V \leq 1 \right\}$ y C_1 y C_2 son constantes independientes de f .

Estudiamos el operador $H^{-\alpha/2} f(x) = \int_0^\infty e^{-tH} f(x) t^{\alpha/2-1} dt$, para $\alpha > 0$, donde e^{-tH} , $t > 0$, es el semigrupo del calor asociado a H . Obtenemos que $H^{-\alpha/2}$ es acotado de $BMO_H^\beta(w)$ en $BMO_H^{\beta+\alpha}(w)$, si $\beta \geq 0$, $\alpha + \beta < \min\{1, 2 - \frac{q}{d}\}$, y w tiene ciertas propiedades de duplicación. Cuando $1 < 2 - \frac{q}{d}$, como es el caso del oscilador armónico, la familia de pesos coincide con la correspondiente a la integral fraccionaria clásica, estudiada en [2]. También tratamos operadores de tipo Riesz asociados a H , definidos como $\mathcal{R}_j = \partial_j H^{-1/2}$. En [3] se obtienen estimaciones de los núcleos y se prueban acotaciones de estos operadores en espacios $L^p(\mathbb{R})$. Dichas estimaciones nos permiten obtener acotaciones en BMO_H .

Referencias

- [1] J. Dziubanski, G. Garrigós, T. Martínez, J. Torrea and J. Zienkiewicz, *BMO spaces related to Schrödinger operators with potentials satisfying a reverse Hölder inequality*, Math. Z., 249 no. 2 (2005), p. 329-356.
- [2] E. Harboure, O. Salinas and B. Viviani, *Boundedness of the fractional integral on weighted Lebesgue and Lipschitz spaces*, Trans. Amer. Math. Soc., 349 no. 1 (1997), p. 235-255.

- [3] Z. Shen, L^p estimates for Schrödinger operators with certain potentials, *Annales de l'institut Fourier*, 45 no. 2 (1995), p. 513-546.

Autores: Ana Bernardis, Maria Lorente, Maria Silvina Riveros
Lugar: Univ. de Málaga, Univ. Nacional de Córdoba
Expositor: Maria Silvina Riveros
Conferencia Invitada

Acotaciones con pesos para operadores integrales fraccionarias

Sea $0 < \alpha < n$, y $T_\alpha f = K_\alpha * f$ un operador integral fraccionario asociado a un núcleo K_α satisfaciendo una condición de suavidad mas general a la clásica. Ejemplos de estos núcleos fueron considerados por C. Segovia y J.L.Torrea en “*Higher order commutators for vector-valued Calderón-Zygmund operators*” *Trans. Amer. Math. Soc.* 336 (1993), 537–556.

Para este tipo de operadores y sus conmutadores dados por un símbolo en BMO , estudiamos tres tipos de desigualdades:

1. Desigualdades de tipo Coifman, es decir se encontró cual es el operador maximal que controla en normas p 's con un peso $w \in A_\infty$, $1 < p < \infty$ a estos operadores.
2. Desigualdades del tipo fuerte (p, p) , $p > 1$ con pares de pesos $(u, M_B u)$, sin ninguna condición en el peso u y donde M_B es un operador maximal.
3. Desigualdades del tipo débil $(1, 1)$, con pares de pesos $(u, M_B u)$, sin ninguna condición en el peso u y donde M_B es un operador maximal.

Tanto el (1) como en (2) y (3) los operadores maximales que aparecen son aquellos dados por una función de Young y esta función de Young depende de la condición de suavidad que satisface el núcleo K_α .

Autores: Eleonor Harboure, Anibal Chicco Ruiz
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Santa Fe
Expositor: Anibal Chicco Ruiz

Acotaciones con pesos para la integral fraccionaria asociada a expansiones de Laguerre

Consideramos, para un operador diferencial de segundo orden L , la integral fraccionaria o potencial de Riesz $L^{-\sigma}$ y buscamos acotaciones con pesos en espacios L^p . Si el operador es aquel L cuyas autofunciones son las funciones de Laguerre $\mathcal{L}_n^\alpha(x) = \left(\frac{n!}{\Gamma(n+\alpha+1)}\right)^{1/2} L_n^\alpha(x)e^{-x/2}x^{\alpha/2}$, para algún $\alpha > -1$, utilizamos las acotaciones precisas del núcleo del operador integral $L^{-\sigma}$ y hallamos condiciones sobre pesos potencia para obtener tipo fuerte, tipo débil y tipo débil restringido (p, q) en la franja $1 \leq p, q \leq \infty$ y $\frac{1}{p} - \sigma \leq \frac{1}{q} < \frac{1}{p} + \sigma$, y de tipo fuerte para pesos ω más generales si $1 < p, q < \infty$ y $\frac{1}{p} - \sigma \leq \frac{1}{q} \leq \frac{1}{p}$.

Previamente se habían obtenido algunos resultados sobre este operador en [1] y [2].

Referencias

- [1] George Gasper and Walter Trebels. Norm inequalities for fractional integrals of Laguerre and Hermite expansions. *Tohoku Math. J. (2)*, 52(2):251–260, 2000.
- [2] Yūichi Kanjin and Enji Sato. The Hardy-Littlewood theorem on fractional integration for Laguerre series. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 123(7):2165–2171, 1995.

Autores: Osvaldo Gorosito, Gladis Pradolini, Oscar Salinas

Lugar: IMAL-FIQ (UNL), Santa Fe

Expositor: Osvaldo Gorosito

Acotaciones con pesos para operadores maximales en espacios de Lebesgue con exponente variable

En este trabajo se demuestran desigualdades fuertes pesadas para los operadores maximales de Hardy-Littlewood e Integral Fraccionaria, en el contexto de los espacios de Lebesgue con exponente variable. Se trabaja sobre subconjuntos acotados de \mathbb{R}^n provistos de la métrica euclídea y de una medida de tipo lower Ahlfors.

Como corolario se obtiene los resultados contenidos en [KS].

[KS] Kokilashvili, V. and Samko, S.: *Maximal and fractional operators in weighted $L^{p(x)}$ spaces*, Rev. Mat. Iberoamericana 20, No. 2 (2004), 493-515.

Autores: Ana María Kanashiro, Gladis Pradolini, Oscar Salinas

Lugar: IMAL-FIQ (UNL) Santa Fe

Expositor: Ana María Kanashiro

Estimaciones modulares para maximales generalizadas en espacios de tipo homogéneo

Para η una función de Young submultiplicativa, estudiamos estimaciones modulares para el operador maximal generalizado M_η en el contexto de los espacios de tipo homogéneo. En particular obtenemos una generalización de un resultado probado en [PW].

Además caracterizamos los pesos relacionadas con estas estimaciones, extendiendo los resultados contenidos en [K].

[K] Kita H.; *Weighted inequalities for iterated maximal functions in Orlicz spaces*, Mathematische Nachrichten, V.178, 2005, pp. 1180-1189.

[PW] Pérez C., Wheeden R.; *Uncertainty principle estimates for vector fields*, Journal of Functional Analysis, 181, 2001, pp. 146-188.

Aplicaciones de la Matemática y Problemas Inversos

Organizan:

Pablo Jacovkis

Autores: María Beatriz Pintarelli, Fernando Vericat

Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y GAME-FI, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata

Expositor: María Beatriz Pintarelli

Recobrando una densidad definida en $(0, \infty)$ de sus momentos

Es conocido el siguiente problema inverso de momentos de Hausdorff finito: dada una sucesión de N números reales encontrar en el intervalo $(0, 1)$ una función de densidad $f(x)$ tal que sus primeros N momentos coinciden con los números de la sucesión dada.

También es sabido que si se consideran los N momentos con un error adicional, la solución se distorsiona a causa del mal condicionamiento del problema. Existe un teorema de estabilidad el cual establece una cota para la norma L de una función que bajo ciertas condiciones, resulta ser una estimación de la verdadera $f(x)$.

Ahora consideramos el problema inverso de momentos de Stieltjes, donde $f(x)$ está definida en \mathbb{R} y generalizamos el teorema de estabilidad citado anteriormente. En este caso asumimos conocidos los infinitos momentos de $f(x)$ y sin error adicional. Sin embargo al extender el teorema de estabilidad al caso la cota para la norma L de una función, que bajo ciertas condiciones resulta ser una estimación de la verdadera $f(x)$, queda en función del error cometido al estimar la transformada de Laplace de ésta a partir de los infinitos momentos.

Autores: Juan Pablo Agnelli

Lugar: FaMAF- UNC

Algunas modificaciones al algoritmo ISOMAP

Muchas áreas de las ciencias dependen del análisis y visualización de datos. En varios casos los datos con los cuales se trabaja son de dimensiones muy grandes lo cual dificulta el desempeño de las tareas y esto conduce al problema de reducción de la dimensión. La idea es hallar características fundamentales o estructuras de menor dimensión ocultas en los datos originales. En términos más matemáticos el problema de reducción de la dimensión es el siguiente: dados un conjunto de datos $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, con $x_i \in \mathbb{R}^d$, hallar n puntos $y_i \in \mathbb{R}^m$, que proporcionen una representación "fiel" a la original pero en un espacio de menor dimensión, o sea $m < d$. Por fiel, usualmente se entiende que puntos cercanos en el espacio \mathbb{R}^d son mapeados a puntos cercanos en \mathbb{R}^m , mientras que puntos lejanos en \mathbb{R}^d son mapeados a puntos lejanos en \mathbb{R}^m .

ISOMAP [1] fue uno de los primeros algoritmos que apareció como respuesta al problema de reducción de la dimensión. Este método puede ser interpretado como una variante del conocido Multidimensional scaling (MDS). Dentro de los métodos de reducción existentes este es considerado un método global y asume que el mapeo entre los puntos de \mathbb{R}^m y \mathbb{R}^d está dado por una isometría.

En esta comunicación se presentarán algunas modificaciones introducidas al algoritmo ISOMAP, como así también se mostrarán algunos de los resultados obtenidos a partir de dichas modificaciones.

[1] J.B. Tenenbaum, V. de Silva, J.C. Langford. A global Geometric Framework for Nonlinear Dimensionality Reduction. *Science*, 290:2319-2323,2000.

Autores: Agustín H. Arias, Pedro J. Catuogno, Alfredo L. González
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: Agustín H. Arias

Precificación de opciones americanas, via el algoritmo LSM adaptado a sistemas de Haar

El algoritmo LSM, introducido por Longstaff y Schwartz ([2, 3]), es un simple aunque eficiente método para la aproximación del valor de una opción americana vía simulación. El algoritmo en cuestión implica dos tipos de aproximaciones, la primera, reemplazar las esperanzas condicionales por proyecciones sobre un subespacio de dimensión finita; la segunda, utilizar simulación y mínimos cuadrados para computar el valor de la función en la primera aproximación. En este trabajo se presenta una variación sobre dicho algoritmo. Se realiza una discretización del espacio de probabilidad subyacente al instrumento financiero, asociado al proceso de precios relevante, para luego generar un sistema H (ver [1]), el cual nos permitirá aproximar las esperanzas condicionales de los flujos futuros de fondos descontados, generados por la opción, respecto de la σ -álgebra inducida por el proceso de precios del sub-yacente. Es decir, creamos un conjunto particular de funciones donde proyectaremos la esperanza condicional, lo que nos permitirá, entre otras cosas, deshacernos de la condición (necesaria en el LSM) de que el proceso sea markoviano.

Referencias

- [1] Catuogno, P. J., Ferrando, S. E., González, A. L. *Haar Wavelets Systems for hedging Financial Derivatives*. Relatorio de Pesquisa 28/05 (on-line) IMECC-UNICAMP. 2004.
- [2] Longstaff, F. A., Schwartz, E. S. *Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach*. Rev. Financial Stud.14, 113-148. 2001.
- [3] Clement, E., Lamberton, D., Protter, P. *An analysis of a least squares regression method for American option pricing*. Finance and Stochastics 6 (4), 449-471. 2002.

Autores: Pablo Jacovkis

Lugar: Facultad de Cs. Exactas, Universidad de Buenos Aires

Conferencia Invitada

Algunos aspectos de la historia de la matemática aplicada en argentina

Autores: Raúl Vignau , Nélide Echebest

Lugar: Depto.de Matemática.Facultad de Ciencias Exactas - UNLP

Expositor: Raúl Vignau

Método NEWUOA de Optimización sin derivadas: estudio de alternativas para la resolución del subproblema cuadrático

En muchas aplicaciones provenientes de la Física, Química o Economía el cálculo de los valores funcionales es computacionalmente costoso y los valores de las derivadas no están disponibles, aunque se asume que la función objetivo como las posibles restricciones del problema son suficientemente suaves. El método NEWUOA, desarrollado por Powell [2], de optimización irrestricta sin derivadas, explota la información de suavidad de la función y crea un modelo polinomial que aproxima a la función en el entorno de cada iterado del proceso, aprovechando la información acumulada con las distintas evaluaciones realizadas. El modelo cuadrático es iterativamente adaptado usando solamente $2n+1$ puntos de interpolación y los restantes grados de libertad se fijan minimizando la norma Frobenius de la diferencia de las matrices de modelos consecutivos[1]. Se conocen implementaciones eficientes de esa metodología para problemas irrestrictos, aunque aún no se conocen experiencias en la aplicación de ese modelo cuadrático en el marco más general de problemas con restricciones. El trabajo que presentamos estudia alternativas para reemplazar la resolución del modelo cuadrático en una región de confianza esférica por la correspondiente a una "caja", más conveniente para el tratamiento de problemas con restricciones. El objetivo de este estudio es posibilitar la extensión de la metodología de Powell a la resolución de problemas de programación no lineal con restricciones, orientado a la resolución de problemas de gran porte.

[1] Powell M.J.D (2004), Least Frobenius norm updating of quadratics models that satisfy interpolation conditions, *Math. Programming*, 100,183-215.

[2] Powell M.J.D, 2004, The NEWUOA software for unconstrained optimization without derivatives. Technical Report DAMTP 2004/ NA08, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road , Cambridge CB3 0WA, England.

Autores: Néstor Aguilera, Silvia Di Marco

Lugar: CONICET, IMAL, UNR

Expositor: Silvia Di Marco

Problemas de minimización en el contexto económico

En el presente trabajo hemos considerado dos problemas de maximización que aparecen en el contexto económico. Más precisamente, se presentan en la interacción entre un vendedor con uno o más productos y un comprador cuyo interés en los productos es desconocido por el vendedor. El vendedor representa esta incertidumbre sobre el comprador como una variable aleatoria, cuya densidad es $f(\cdot)$.

Se ha realizado un recorrido sobre la bibliografía del área económica y analizado los resultados y las propiedades descritas en ellos. Nuestro enfoque está fundamentalmente basado en la visión de los problemas como de minimización de funcionales sobre conjuntos de restricciones. Específicamente, siendo

$$W = \{u(\cdot) \in H^1(\Omega) : u(0) = 0, \nabla u \in [0, 1]^r, u(\cdot) \text{ convexa}\}, \quad \Omega \subset R^r,$$

los problemas considerados son:

Problema 1: Minimizar en W

$$J(u) = \int_{\Omega} (u(x) - \nabla u(x) \cdot x) f(x) dx.$$

Problema 2: Minimizar en W

$$J_{\lambda}(u) = \int_{\Omega} \left(u(x) - \nabla u(x) \cdot x + \lambda |\nabla u(x)|^2 \right) f(x) dx.$$

El Problema 1 es tratado por ejemplo en [1] por Manelli-Vicent y el problema 2, por Rochet-Choné en [2]. El término adicional en el segundo problema representa un costo de producción que puede ser considerado como una perturbación del Problema 1.

Estudiamos, para distintas densidades, en una o más dimensiones, entre otras cuestiones, la monotonía de las soluciones del Problema 2 con respecto al parámetro λ , la convergencia de dicha sucesión de minimizantes a una

solución del Problema 1 y la necesidad de imponer la convexidad de las funciones en el conjunto de restricciones. Analizamos también la regularidad de las soluciones del Problema 2.

[1] A. Manelli, D. Vincent, *Multidimensional mechanism design: revenue maximization y multiple-good monopoly*, preprint, 2004.

[2] J-Ch. Rochet, P. Choné, *Ironing, Sweeping and multidimensional screening*, *Econometrica*, 66(4), 783-826, 1998.

Autores: Renato César Scarparo

Lugar: Fac. Ciencias Exactas, Ing. y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario

Generalización del Teorema de Walras a Estructuras Topológicas Difusas

La importancia del Teorema de Walras, fundador de la Escuela de Lausana, en el estudio de la Economía Competitiva, justifica sus diferentes versiones y/o extensiones, en este caso al campo de la Topología difusa. A tal efecto se demostrará en primer lugar un Lema de Existencia con respecto a desigualdades vectoriales cuasivariacionales para aplicaciones difusas, y posteriormente en base al mismo, una generalización del Teorema de Walras al campo difuso.

LEMA DE EXISTENCIA: Sean E y F dos EVTLCCH (espacios vectoriales topológicos localmente convexos de Hausdorff) sobre \mathbf{R} , X un subconjunto de E , no vacío compacto y convexo; C un subconjunto de F , no vacío compacto y convexo, e Y un EVTH sobre \mathbf{R} , dotado con un cono convexo \mathbf{K} puntuado. Sean además $\mathbf{S}: X \rightarrow \mathbf{I}^X$, una multifunción difusa continua y convexa tal que para todo $x \in X$, \mathbf{S}_x es un conjunto difuso compacto en X ; $\mathbf{T}: X \rightarrow \mathbf{I}^X$, una multifunción difusa cerrada y convexa, y $\mathbf{G}: X \times C \times X \rightarrow \mathbf{I}^X$, una multifunción difusa continua, tal que para todo $(x, y, u) \in (X \times C \times X)$, $\mathbf{G}_{(x, y, u)}$ es un conjunto difuso compacto en Y . Luego si: 1) Existe una función semicontinua inferiormente; $\alpha: X \rightarrow (0, 1]$, y dos valores $\beta, \gamma \in (0, 1]$, tales que para cada $x \in X$, los conjuntos de nivel $(\mathbf{S}_x)_\beta$ y $(\mathbf{T}_x)_{\alpha(x)}$ son no vacíos y para todo $(x, y, u) \in (X \times C \times X)$, el conjunto $(\mathbf{G}_{(x, y, u)})_\gamma$ es no vacío. 2) Para todo $(x, y) \in (X \times C)$; $(\mathbf{G}_{(x, y, u)}) \subset \mathbf{K}$. 3) Existe una función $\xi: Y \rightarrow \mathbf{R}$ continua y estrictamente monótona creciente con respecto al cono \mathbf{K} , tal que tal que para cada $(x, y) \in (X \times C)$, la multifunción definida por; $u \rightarrow \xi((\mathbf{G}_{(x, y, u)})_\gamma)$, es \mathbf{R}^+ -cuasiconvexa. Entonces existe $x^* \in X$ tal que $x^* \in (\mathbf{S}_{x^*})_\beta$ y existe $y^* \in (\mathbf{T}_{x^*})_{\alpha(x^*)}$ tal que para todo $x \in (\mathbf{S}_{x^*})_\beta$ y para todo $x \in (\mathbf{G}_{x^*, y^*, x})$, $z \notin -(\mathbf{K} - \{0\})$.

TEOREMA DE WALRAS PARA MULTIFUNCIONES DIFUSAS. Sean E y F dos EVTLCCH sobre \mathbf{R} , X un subconjunto de E , no vacío compacto y convexo; C un subconjunto de F , no vacío compacto y convexo, e Y un EVTH sobre \mathbf{R} , dotado con un cono convexo \mathbf{K} puntuado. Sean además $\mathbf{T}: X \rightarrow \mathbf{I}^X$, una multifunción difusa cerrada y convexa, y $\mathbf{G}: X \times C \rightarrow \mathbf{I}^Y$, una multifunción difusa continua, tal que para todo $(x, y) \in (X \times C)$, $\mathbf{G}_{(x, y)}$ es un conjunto difuso compacto en Y . Entonces si: 1) Existe una función semicontinua inferiormente; $\alpha:$

$X \rightarrow (0, 1]$ y un valor $\gamma \in (0, 1]$, tal que para cada $x \in X$, los conjuntos de nivel $(\mathbf{T}_x)_{\alpha(x)}$ son no vacíos y para todo $(x, y) \in (X \times C)$, el conjunto $(\mathbf{G}_{(x,y)})_{\gamma}$ es no vacío. 2) Para todo $x \in X$; $(\mathbf{G}_{(x,y)})_{\gamma} \subset (\mathbf{K} + a)$, donde $\gamma \in (\mathbf{T}_x)_{\alpha(x)}$ y $a \in Y$. 3) Existe una función $\xi: Y \rightarrow \mathbf{R}$ continua y estrictamente monótona creciente con respecto al cono \mathbf{K} , tal que para cada $y \in C$, la multifunción definida por; $x \rightarrow \xi((\mathbf{G}_{(x,y)})_{\gamma})$, es \mathbf{R}^+ -cuasiconvexa. Entonces existen $x^* \in X$ e $y^* \in (\mathbf{T}_{x^*})_{\alpha(x^*)}$ tales que para todo $x \in X$ y para todo $z \in (\mathbf{G}_{(x,y^*)}_{\gamma})$: $(z - a) \notin (\mathbf{K} - \{0\})$.

Autores: Rubén D. Spies, Karina G. Temperini

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - IMAL - CONICET, UNL

Expositor: Karina G. Temperini

Relación entre conjuntos fuente y órdenes de convergencia para Métodos de Regularización Espectrales

Sea $T : X \rightarrow Y$ un operador lineal y acotado con rango no cerrado, donde X y Y son espacios de Hilbert de dimensión infinita. Bajo estas condiciones la ecuación $Tx = y$ es mal condicionada en el sentido que T^\dagger , la inversa generalizada de Moore-Penrose de T , no es acotada [1]. Es bien sabido que para problemas mal condicionados no es posible reconstruir la solución exacta $T^\dagger y$ con ningún grado de precisión a menos que se disponga de información adicional *a-priori* sobre la misma. Dada esta información, puede ser deseable conocer el mejor orden de convergencia del error de regularización como función del parámetro de regularización, que se pueda obtener con un método de regularización bajo esos supuestos *a-priori*. Recíprocamente, dado un orden de convergencia, puede ser de interés determinar la posible existencia de “conjuntos fuente” sobre los cuales un método de regularización alcanza dicho orden de convergencia. Estos problemas están fuertemente relacionados con el concepto de calificación de un método de regularización espectral ([1], [2], [3]).

En este trabajo, la definición de calificación es extendida y se introducen tres niveles diferentes de este concepto: débil, fuerte y óptimo. Se muestra que la calificación débil extiende la definición introducida por Mathé y Pereverzev en [2], principalmente en el sentido que las funciones asociadas a órdenes de convergencia y conjuntos fuente no necesariamente son las mismas. Se darán varios ejemplos que ilustran los niveles de calificación, las relaciones entre los mismos y con el concepto de calificación introducido en [2].

Referencias:

[1] H. W. Engl, M. Hanke y A. Neubauer. Regularization of inverse problems, volume 375 of Mathematics and its Applications. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1996.

[2] P. Mathé y S. V. Pereverzev. Geometry of linear ill-posed problems in variable Hilbert scales. *Inverse Problems*, 19(3):789–803, 2003.

[3] A. Neubauer. On converse and saturation results for regularization methods. In BeitrÄage zur angewandten Analysis und Informatik, pages 262–270. Shaker, Aachen, 1994.

Autores: N. Echebest, M. T. Guardarucci, H. Scolnik

Lugar: Dto. de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas - UNLP

Expositor: María Teresa Guardarucci

Modelo de Cuadrados Mínimos Penalizado para resolver problemas de
Reconstrucción de Imágenes

El objetivo de este trabajo es mejorar el comportamiento del método de Proyecciones Oblicuas Incompletas (IOP), introducido por los autores en una publicación previa para resolver sistemas lineales inconsistentes, cuando es aplicado a problemas de reconstrucción de imágenes. Este método emplea proyecciones incompletas sobre el conjunto de las soluciones del sistema aumentado $Ax - r = b$, y converge a una solución de cuadrados mínimos del sistema $Ax = b$. En el caso de sistemas de rango deficiente converge a la solución de norma mínima. En muchas aplicaciones, en particular en la resolución de problemas de reconstrucción de imágenes, los sistemas son inconsistentes y muy frecuentemente de rango deficiente como consecuencia del modelo discretizado usado. Es conocido que la solución de norma mínima no es necesariamente la solución más cercana a la imagen requerida. En este trabajo se considera un modelo de cuadrados mínimos penalizado. El término de penalidad incorpora la interacción de cada pixel con los pixeles adyacentes con el objetivo de suavizar la imagen. El algoritmo de proyecciones oblicuas incompletas se ha modificado para resolver los problemas penalizados. Se analizan las propiedades teóricas de la nueva versión del algoritmo IOP, y se presentan experiencias numéricas comparando su eficiencia en relación a la obtenida con el modelo original, usando varios problemas de reconstrucción de imágenes que simulan situaciones del área de geotomografía provenientes de datos limitados. El estudio muestra una apreciable mejora en la calidad de las imágenes reconstruidas.

Autores: Germán Torres

Lugar: Cordoba

Estimación de emisiones químicas a través del filtrado de datos

En este trabajo se implementa una técnica de asimilación inversa en la cual se busca mejorar un inventario de emisiones químicas en una región. El procedimiento combina la salida de un modelo de predicción química conjuntamente con un filtro de Kalman repetidas veces en cada paso de tiempo de tal manera de realizar un mejoramiento iterativo de las fuentes de emisión u otros parámetros que se desee estimar con más precisión. Las simulaciones numéricas son costosas desde el punto de vista computacional, sin embargo, se puede realizar una estrategia de paralelización. Los resultados numéricos que se utilizan se obtienen a través de experimentos gemelos de manera de conocer una solución exacta del problema.

Autores: Ruben D. Spies

Lugar: IMAL (CONICET-UNL) y Departamento de Matemática, FIQ, UNL
Conferencia Invitada

A Model for the Thermoelastic behavior of Joint-Leg-Beam System for
Space Applications

Rigidizable-Inflatable (RI) materials offer the possibility of deployable large space structures (C. H. M. Jenkins (ed.), "Gossamer Spacecraft: Membrane and Inflatable Structures Technology for Space Applications", Progress in Aeronautics and Astronautics, 191, AIAA Pubs., 2001) and so are of interest in applications where large optical or RF apertures are needed. In particular, in recent years there has been renewed interest in inflatable-rigidizable truss-structures because of the efficiency they offer in packaging during boost-to-orbit. However, much research is still needed to better understand dynamic response characteristics, including inherent damping, of truss structures fabricated with these advanced material systems. One of the most important characteristics of such space systems is their response to changing thermal loads, as they move in and out of the Earth's shadow. We study a model for the thermoelastic behaviour of a basic truss component consisting of two RI beams connected through a joint subject to solar heating. Axial and transverse motions as well as thermal response of the beams with thermoelastic damping are taken into account. The model results in a coupled PDE-ODE system. Well-posedness, stability and numerical results are shown and analyzed.

Autores: Patricia Cuadros, Silvia Lorenzo

Lugar: Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Silvia Lorenzo

Método Simplex. Mecanismo de Colapso de una estructura

En ingeniería estructural son de uso frecuente los pórticos planos. En el área del diseño sísmico de estructuras, realizar una valoración realista del margen de seguridad respecto al colapso de estos pórticos, es requisito básico para un diseño confiable y económico. El proyecto de reglamento INPRES CIRSOC 103 requiere que el diseñador establezca un mecanismo de colapso del diseño. Esta situación otorga a las metodologías de análisis del mecanismo de colapso real para un estado de cargas dado, un lugar determinante. El campo de aplicación de este trabajo es el diseño sísmico de estructuras. Con el propósito de encontrar un modelo simple y razonablemente eficiente que permita identificar el mecanismo de colapso de una estructura asociada a un estado de cargas dado, se propone el uso de técnicas de programación lineal para el estudio y verificación del comportamiento de ella. En la búsqueda del mecanismo de colapso de pórticos planos se implementa el método Simplex, contemplando momento flector y esfuerzo normal. Para un pórtico simple la función objetivo es una representación matemática del mecanismo de colapso formulada en función de las variables de decisión ξ , que en el caso general representan los momentos M_i y los esfuerzos normales N_i , y se obtiene como suma de las condiciones de equilibrio de la estructura analizada. El grupo de restricciones, está dado por las solicitaciones de plastificación inicial de la estructura. Las restricciones no cumplen con las condiciones que establece la forma estándar del Método Simplex, por lo que se plantea un cambio de variables. Para el caso de las restricciones que involucran al momento flector y al esfuerzo normal. El planteo de este problema estructural conduce a la forma estándar de esta metodología de programación lineal. A partir de un algoritmo de resolución sencilla, y en base a los mecanismos de colapso simples, se obtiene el mecanismo de colapso de la estructura para el estado de cargas dado, mostrando que la obtención del factor de seguridad puede ser totalmente automatizada para pórticos planos. Se desarrolla en plataforma MATLAB un programa, empleando este método, para la verificación y optimización del diseño de una estructura empleando el mecanismo de colapso real. El método permite un enfoque racional y relativamente simple para la verificación e identificación del mecanismo de colapso de una estructura ante acciones dadas. Puede ser fácilmente incorporado a los reglamentos para el cálculo de

pórticos. Los resultados obtenidos, por su potencial y versatilidad de aplicación, permiten vislumbrar una aplicación directa de esta metodología en la práctica profesional, contribuyendo a optimizar los diseños.

Autores: Laura V. Pérez, Elvio A. Pilotta

Lugar: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto (Córdoba)
- FaMAF Universidad Nacional de Córdoba, CIEM (CONICET)

Expositor: Elvio A. Pilotta

Validación numérica de un problema de optimización aplicado al consumo óptimo de energía en un vehículo eléctrico híbrido

En este trabajo es considerado el problema de hallar el mínimo consumo de energía total para un vehículo eléctrico híbrido, el cual funciona con dos fuentes de energía. El problema puede ser formulado como un problema de control no lineal. Para su resolución numérica se realizó una discretización temporal y se obtuvo un problema de programación no lineal, el cual puede ser resuelto con cualquier algoritmo de optimización no lineal disponible. Consideramos diferentes restricciones y funciones objetivos en la implementación. A fin de validar nuestra implementación realizamos numerosos experimentos computacionales y comparaciones con otros métodos de resolución.

Bio-Matemática

Organizan:

Juan Alfredo Tirao

Autores: Alicia Dickenstein, G. Craciun, A. Shiu, B. Sturmfelds
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Alicia Dickenstein
Conferencia Invitada

Sistemas dinámicos tóricos

Los sistemas dinámicos tóricos son sistemas de cinética de acción de masa, para los cuales el conjunto de estados de equilibrio Z es una variedad tórica (deformada) [K. Gatermann (2001)]. Cada trayectoria está restringida a un cierto poliedro convexo (conocido en química como una clase de compatibilidad estequiométrica) que interseca la variedad tórica Z en precisamente un punto, que llamamos el punto de Birch para resaltar la conexión con los modelos tóricos en biología computacional. Estos sistemas dinámicos no lineales han sido estudiados extensivamente en química matemática, comenzando con el trabajo seminal de M. Feinberg (1972) y F. Horn (1972, 1973), y más recientemente por G. Craciun y M. Feinberg (2005).

La cinética de acción de masa tiene un amplio rango de aplicaciones en las ciencias físicas y ha comenzado a jugar un rol también en la biología de sistemas [J. Gunawardena (2003); G. Craciun, Y. Tang, M. Feinberg (2006)]. Casos importantes de estos sistemas dinámicos incluyen las ecuaciones de recombinación en genética de poblaciones [E. Akin (1979)] y los sistemas cuadráticos en ciencia de la computación teórica [Y. Rabinovich, A. Sinclair, A. Wigderson (1992)].

En esta charla desarrollaremos la teoría básica de sistemas dinámicos tóricos usando herramientas de álgebra conmutativa y mostraremos que el espacio de módulos asociado es también una variedad tórica en un apropiado sistema de coordenadas.

La *Conjetura del atractor global* establece que el punto de Birch es un atractor global para cualquier sistema dinámico tórico (es decir, todas las trayectorias que comienzan en vectores con coordenadas estrictamente positivas convergen al punto de Birch en su clase de compatibilidad estequiométrica). Esta conjetura está abierta aún en el caso de sistemas de deficiencia cero, para los cuales el ideal de módulos es nulo. Ha sido demostrada recientemente para cierta clase de sistemas de deficiencia cero “monótonos” bajo condiciones especiales [De Leenheer, Angeli, E. Sontag (2007)]. Daremos una demostración de la conjetura para sistemas reversibles que evolucionan en un espacio de dimensión dos.

Este es un trabajo en común con G. Craciun (U. Wisconsin, USA), A. Shiu (U. California at Berkeley, USA) y B. Sturmfels (U. California at Berkeley, USA)

Autores: Gabriel Soto, H. Othmer

Lugar: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

Expositor: Gabriel Soto

Conferencia Invitada

A model for G-protein-mediated mechanism for synaptic channel modulation

Neurons communicate with other neurons via specialized structures called *synapses*, at which the digital voltage signal encoded in an action potential is converted into an analog chemical signal. An action potential that arrives at the presynaptic face triggers *release of neurotransmitter* from vesicles in a calcium-dependent manner, and the neurotransmitter diffuses across the synaptic cleft and binds to receptors on the post-synaptic face, where it may trigger a postsynaptic action potential. *Calcium* is a critical component of the release process, and its spatio-temporal dynamics can control the release and can lead to facilitation or augmentation. However, how cells regulate cytoplasmic calcium so that exocytosis can be triggered successfully is still not completely understood. We propose a mechanism, based upon the experimental findings of Barrett and Rittenhouse [1], for the regulation of calcium influx through N-type channels in the presynaptic terminal by PKC and downstream effectors of G-protein activation [2]. This proposed modulatory mechanism consists of a feedback loop involving cytoplasmic calcium, neurotransmitters and G-protein-coupled receptors. We study the dynamics of each component separately and then we address how kinetic properties of the components and the frequency of the stimuli affect the regulatory mechanisms presented here.

References

[1] C. F. Barrett and A. R. Rittenhouse. *Modulation of N-type calcium channel activity by G-proteins and protein kinase C*. J Gen Physiol, 115(3):277-86, (2006).

[2] Soto, G., Othmer, H. *A model for a G-protein-mediated mechanism for synaptic channel modulation*. Math Biosci 200(2), 188-213 (2006).

Autores: Andrés Barrea

Lugar: FaMAF - UNC

Interpretación de imágenes de espectroscopía mediante ecuaciones de reacción difusión

En esta comunicación se expone un trabajo para interpretar imágenes obtenidas por medio de espectroscopía de tejido cancerígeno tratado con una nueva droga llamada clioquinol, la cual forma compuestos con el cobre intracelular los cuales tienen propiedades inhibitorias para el desarrollo del tumor. La técnica no permite la diferenciación del cobre combinado y el libre; solo permite ver un aumento en la cantidad promedio de cobre en el tejido cuando es comparado con el tejido no tratado. Considerando que la distribución de cobre $U(x)$ provista por la imagen cumple con una ecuación de reacción - difusión estacionaria del tipo:

$$-\operatorname{div}(A(U)\nabla U) + R(U) = 0 \quad x \in \Omega \quad (12)$$

$$U(x) = g(x) \quad x \in \partial\Omega \quad (13)$$

$$(14)$$

se proponen formas paramétricas para la matriz de difusión y el término de reacción en base al conocimiento del proceso, luego se ajustan estos parámetros mediante técnicas de optimización y se interpreta los resultados con el fin de caracterizar el proceso tanto en células cancerígenas como en las sanas.

Autores: Silvia Ines Navarro, Gustavo Adolfo Juarez, Gloria del V. Quevedo
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de Catamarca
Expositor: Silvia Ines Navarro

Simulación Dinámica Mediante Diagramas de Voronoi

Los Diagramas de Voronoi son estructuras fundamentales dentro de la Geometría Computacional, que es un área de la Matemática que se destaca por su gran variedad de aplicaciones.

Los Diagramas de Voronoi, también llamados Polígono de Thiessen o Teselación de Delaunay, comprenden a las áreas de arqueología, biología, cartografía, mineralogía, meteorología, fisiología, estadística y, más recientemente, en sistemas de información geográfica (GIS), robótica, modelado molecular, reconocimiento de modelos, planificación urbana y regional. La historia del uso de los Diagrama de Voronoi se inicia con Descartes, en dos de sus trabajos, *Le Monde de Mr. Descartes* y *Le Traite de La Lumiere*, publicados en 1644, y en el tercer capítulo del libro *Principia Philosophiae*. Esos diagramas, usados para demostrar la disposición de la materia en el sistema solar, son semejantes a los creados posteriormente por Voronoi.

Los primeros trabajos que efectivamente presentaron polígonos en forma de diagrama son: Dirichlet (1850) y Voronoi (1908), estos son estudiados en formas cuadráticas, considerando una forma especial de estos diagramas. La diferencia entre estos trabajos es que Dirichlet los estudio en dos y tres dimensiones, mientras Voronoi los estudio en n dimensiones (Boots et al. 1995).

En 1911 Thiessen uso los diagramas para la representación espacial de relaciones entre áreas geográficas para estimar mejor los promedios regionales de precipitación de lluvia (Rhynsburger 1973; Brassel y Reif 1979).

Con este enfoque presentamos un trabajo en el área de la biología, del comportamiento a lo largo del tiempo de células diferenciadas, su propagación y difusión dentro de un organismo. La herramienta utilizada son los Diagramas de Voronoi, que por su característica geométrica, diferencian un área convexa y cerrada de otras de igual características, y agregamos un tratamiento dinámico de los mismos.

Autores: Juan Carlos Barreto

Lugar: Universidad Nacional de Formosa

Modelos Fraccionales de Quimiotaxia

En el presente trabajo se analizan tres modelos de crecimiento de poblaciones biológicas difusivas con delay . El primer modelo es una generalización del de Gourley con múltiples delay. El segundo es el que utiliza Nicholson para modelar la distribución de la mosca de la fruta, finalmente se analiza un modelo integro-diferencial estocástico . En cada caso se define rigurosamente el problema de Cauchy y de frontera asociado y luego se obtienen algunas desigualdades a priori, las cuales nos permiten extraer conclusiones sobre la estructura de las soluciones

Autores: Ana Georgina Flesia, R. Fraiman, F. Leonardi

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Ana Georgina Flesia

Conferencia Invitada

Pattern recognition on random trees associated to protein functionality families

In this talk, we address the problem of identifying protein functionality using the information contained in its amino acid sequence. We propose a method to define sequence similarity relationships that can be used as input for classification and clustering via well known metric based statistical methods. To obtain our measure of sequence similarity, we first fit a Variable Length Markov model to each sequence of our database, generating estimated context trees, and then we compute the BFFS distance in tree space between each pair of trees. The BFFS distance takes into account the structure of each tree, that is directly related to the most relevant motifs of the sequence, and indirectly, to the probability of occurrence of each motif. This approach is motivated by the idea that proteins that have the same functionality could be modeled with the same VLMC, so their estimated context trees are observations of the same random variable, and should be close together in tree space.

In our examples, we specifically address three problems of supervised and unsupervised learning in structural genomics via simple metric based techniques on the space of trees

1. Unsupervised detection of functionality families via K means clustering in the space of trees,
2. Classification of new proteins into known families via k nearest neighbor trees
3. Detection of the evolutionary relationships within a known family using Ward linkage of trees.

We found evidence that the similarity measure induced by our approach concentrates information for discrimination. Classification has the same high performance that others VLMC approaches and the evolutionary tree of the FGF family is recovered via Ward linkage. Clustering is a harder task, though, but our approach for clustering is alignment free and automatic, and may

lead to many interesting variations by choosing other clustering or classification procedures that are based on pre-computed similarity information, as the ones that performs clustering using flow simulation, like TribeMCL, for instance.

Autores: Pablo Román, S. Menchón

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Pablo Román

Modelos de Markov y algunas de sus aplicaciones a la biología

En las últimas décadas los avances en la biología y en la genómica han dado lugar a una enorme cantidad de información biológica que requiere el uso de técnicas innovadoras para su visualización, modelización, interpretación y análisis. Uno de los aspectos fundamentales es el diseño de modelos matemáticos que interpreten las secuencias biológicas e identifiquen patrones en las mismas. Uno de los modelos más utilizados para este propósito, lo son las cadenas de Markov. En esta comunicación se describen los elementos esenciales de los modelos ocultos de Markov y como éstos se aplican en la búsqueda de regiones codificantes del genoma.

Autores: Silvia Menchón, P. Román
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Silvia Menchón

Estimación de parámetro en un modelo de Markov oculto

Una vez definido un cierto modelo oculto de Markov existen dos problemas básicos en su análisis: el problema del aprendizaje y el problema de la inferencia. El primer problema consiste en estimar los parámetros del modelo dada una secuencia de observaciones, es decir, identificar las probabilidades de transición y emisión. Una vez que los parámetros han sido estimados (o bien si son previamente conocidos), el problema de la inferencia consiste en obtener la correspondiente sucesión de estados ocultos. Para resolver el problema del aprendizaje usualmente se utiliza el denominado algoritmo de Baum-Welch. En esta comunicación presentaremos este algoritmo y comentaremos su aplicación a problemas biológicos.

Autores: Marisa Gutiérrez, L. Alcón, M. Cerioli, C. de Figueiredo, J. Meidanis
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Marisa Gutiérrez
Conferencia Invitada

Grafos Loop: Una caracterización por descomposición

Los grafos de intervalos son grafos que representan las intersecciones de un conjunto de intervalos de la recta real. Muchos problemas relativos al ADN pueden ser modelados con grafos de intervalos. Sin embargo, los grafos de intervalos no toman en cuenta las estructuras repetidas en la molécula de ADN. Los grafos Loop fueron introducidos para modelar el problema de mapeo del ADN cuando aparecen probes repetidas, reformulando la definición de intersección entre intervalos. La Clase de grafos Loop contiene la Clase de grafos de Intervalos y la Clase de grafos Arco-circulares.

Estamos interesados en el problema de reconocimiento y en la búsqueda de configuraciones prohibidas minimales de dicha clase. En trabajos previos hemos resuelto el problema en el caso particular de árboles [1]; hemos encontrado configuraciones prohibidas minimales conteniendo ciclos [2] y estudiado los conjuntos asteroidales [3]. En este trabajo presentamos una caracterización de los grafos Loop basada en la descomposición del grafo en subgrafos inducidos: dos de intervalos y uno arcocircular. Dicho resultado proporciona una herramienta útil, no solo para saber si un grafo dado es loop o no, sino también para establecer la posición relativa de los intervalos representantes. Lamentablemente, esta descomposición no conduce a un algoritmo polinomial de decisión.

Referencias:

[1] Alcón L., C. H. de Figueiredo, M. Cerioli, M. Gutierrez and J. Meidanis, *Tree Loop Graphs*, Discrete Applied Mathematics Series on Computational Molecular Biology **155**, (2007), 686–694.

[2] Alcón L., C. H. de Figueiredo, M. Cerioli, M. Gutierrez and J. Meidanis, *Non Loop graphs with induced cycles*, Proceedings of GRACO 2005, Electronic Notes in Discrete Mathematics, **19**, (2005), 289–295.

[3] Alcón L., C. H. de Figueiredo, M. Cerioli, M. Gutierrez and J. Meidanis, *Loop graphs and asteroidal sets*, Proceedings of ICGT 2005, Electronic Notes in Discrete Mathematics, **22**, (2005), 179–183.

Autores: Liliana Alcón, M. Gutierrez, S. Tondato, J. Szwarcfiter
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Liliana Alcón
Conferencia Invitada

Árboles filogenéticos y grafos cordales

Uno de los problemas centrales en Biología es explicar la historia evolutiva de las especies que encontramos hoy en la tierra. Usualmente se intenta construir árboles cuyas hojas representan las especies actuales y cuyos nodos interiores representan los antecesores hipotéticos. Este tipo de árboles se llaman *árboles filogenéticos*. Más generalmente pueden construirse árboles filogenéticos para objetos (poblaciones, proteínas, genes, etc.).

Pensaremos en objetos descritos por los estados que ellos exhiben sobre un conjunto de características dadas. Sea M la matriz de características-estados con n filas (objetos) y m columnas (características), luego M_{ij} denota el estado que el objeto i tiene para la característica j . El objetivo es construir un árbol T cuyas hojas sean los objetos y con la propiedad siguiente: para cada estado s de cada característica c , el conjunto de nodos de T (objetos e interiores) que adquieren el estado s en la característica c , induce un subárbol de T . Si ese tipo de árbol existe se dice que M admite una filogenia perfecta.

Este problema se resuelve utilizando grafos cordales. Los *grafos cordales* se definen como grafos que no poseen ciclos inducidos de longitud mayor o igual a 4. Además pueden caracterizarse como grafos de intersección de subárboles de un árbol, llamadas *representaciones* del grafo cordal. Por este motivo, es natural pensar en este modelo para resolver el problema de la construcción de árboles filogenéticos.

Dada una matriz de características-estados se construye un grafo llamado SIG que tiene un vértice por cada par (c, s) (característica, estado) y dos vértices se conectan por una arista si existe un objeto que adquiere esos estados en esas características. Se ha probado que M admite un árbol filogenético si y solo si SIG es c -cordal, esto es, si pueden adicionarse aristas a SIG entre vértices correspondientes a distintas características.

De este modo, los grafos cordales dan respuesta a la pregunta de si una matriz admite o no una filogenia perfecta pero además, los árboles donde SIG puede representarse ayudan a la construcción misma del árbol filogenético correspondiente. En este trabajo se presentaran resultados sobre los árboles clique de los grafos cordales que son árboles con mínimo número de vértices de todos aquellos donde un grafo cordal puede representarse. Se definen y

analizan parámetros naturales como número de hojas y grado.

Ecuaciones Diferenciales

Organizan:

Julián Fernández Bonder

Autores: Jose L. Menaldi, Domingo A. Tarzia

Lugar: Wayne State Univ. (EE.UU.) y CONICET - Univ. Austral (Rosario, Argentina)

Expositor: Domingo A. Tarzia

Conferencia Invitada

Convergencia de una familia de controles óptimos parabólicos distribuidos con condiciones de contorno mixtas

Se estudia el comportamiento asintótico de una familia de controles óptimos distribuidos en los cuales el sistema está dado por la ecuación del calor con condiciones de contorno mixtas y el control es la energía interna g . El parámetro a de la familia es el coeficiente de transferencia de calor sobre una porción F_1 de la frontera de un dominio multidimensional D e interviene en la condición de contorno de tipo Newton (o condición de Robin). La condición de contorno sobre la porción restante de frontera F_2 es la dada por un flujo de calor. Se destaca que para adecuados datos del problema el sistema no representa a un problema de tipo Stefan. Para cada parámetro a el problema de control óptimo distribuido minimiza la energía interna g para una dada función de costo. Se prueba que la familia de controles óptimos con sus correspondientes sistemas y sistemas adjuntos convergen en norma en un adecuado espacio de Sobolev parabólico, cuando el parámetro a tiende a infinito, al control óptimo, al sistema y al sistema adjunto óptimos donde el problema límite tiene una condición de Dirichlet en lugar de la de Robin en la porción de frontera F_1 . La técnicas fundamentales utilizadas se derivan de la teoría de las inecuaciones variacionales parabólicas.

Autores: Sandra Martínez, Noemi Wolanski
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Sandra Martínez
 Conferencia Invitada

Un problema de perturbación singular en espacios de Orlicz

Estudiamos el siguiente problema de perturbación singular. Para todo $\varepsilon > 0$, sea u^ε la solución de,

$$\mathcal{L}u^\varepsilon := \operatorname{div} \left(\frac{g(|\nabla u^\varepsilon|)}{|\nabla u^\varepsilon|} \nabla u^\varepsilon \right) = \beta_\varepsilon(u^\varepsilon), \quad u^\varepsilon \geq 0. \quad (P_\varepsilon)$$

Una solución de (P_ε) es una función $u^\varepsilon \in W^{1,G}(\Omega) \cap L^\infty(\Omega)$ tal que para toda $\varphi \in C_0^\infty(\Omega)$

$$\int_{\Omega} g(|\nabla u^\varepsilon|) \frac{\nabla u^\varepsilon}{|\nabla u^\varepsilon|} \nabla \varphi \, dx = - \int_{\Omega} \varphi \beta_\varepsilon(u^\varepsilon) \, dx.$$

Aquí $\beta_\varepsilon(s) = \frac{1}{\varepsilon} \beta\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)$, donde $\beta \in \operatorname{Lip}(\mathbb{R})$, $\beta > 0$ en $(0, 1)$ y $\beta = 0$ en otro caso.

Las condiciones que asumimos para g fueron introducidas por G. Lieberman y son las siguientes: existen constantes $\delta, g_0 > 0$ tales que

$$\delta \leq \frac{tg'(t)}{g(t)} \leq g_0 \quad \forall t > 0.$$

Estudiamos el problema límite, cuando $\varepsilon \rightarrow 0$. Como en trabajos previos con $\mathcal{L} = \Delta$ o $\mathcal{L} = \Delta_p$ probamos, bajo ciertas hipótesis apropiadas, que cualquier función límite es una solución débil del problema de frontera libre,

$$\mathcal{L}u = 0 \text{ en } \Omega \cap \{u > 0\}, \quad u = 0, \quad |\nabla u| = \lambda^* \text{ en } \Omega \cap \partial\{u > 0\},$$

donde $\lambda^* g(\lambda^*) - G(\lambda^*) = \int \beta$ y $G' = g$.

Es más, cuando la función límite no degenera probamos que la frontera reducida es una superficie $C^{1,\alpha}$. Este resultado es nuevo aún en el caso del p -laplaciano. Además mostramos dos ejemplos donde esta condición de no degeneración se satisface siempre.

Autores: Pablo Amster, Leonardo Vicchi

Lugar: Universidad de Buenos Aires

Expositor: Leonardo Vicchi

Un problema de contorno en la semirrecta para un modelo de electrodifusión

En la teoría de electro-difusión se propone un modelo acoplado de la forma

$$n'_i = \nu_i n_i p - c_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$p' = \sum_{i=1}^m \nu_i n_i,$$

en donde n_i es el número de iones con la misma carga, p es el campo eléctrico, y ν_i, c_i son constantes apropiadas.

El caso $m = 2$ da lugar a una ecuación de la forma:

$$p''(x) - (\nu_1 + \nu_2)p(x)p'(x) + \frac{1}{2}\nu_1\nu_2p^3(x) - \nu_1\nu_2cxp(x) + \nu_1c_1 + \nu_2c_2 = 0.$$

A partir de la resolución del problema de Dirichlet asociado a esta ecuación para un intervalo acotado arbitrario, obtenemos una solución definida sobre la semirrecta $[0, \infty)$ por medio de un argumento diagonal. Probaremos la existencia de soluciones con condiciones $p(0) = p_0, p(\infty) = 0$, empleando el método de super y subsoluciones.

Autores: Griselda R. Itovich, Jorge L. Moiola

Lugar: Dpto. de Matemática, FaEA, Universidad Nacional del Comahue, Dpto. de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur y CONICET

Expositor: Griselda R. Itovich

Bifurcación de Hopf en ecuaciones diferenciales con retardos: Un enfoque en el dominio frecuencia

Se estudia la existencia de soluciones periódicas en un sistema de ecuaciones diferenciales con retardos (EDR) autónomo, esto es

$$\dot{x} = f(x(t), x(t - \tau_1), x(t - \tau_2), \dots, x(t - \tau_m), \lambda), \quad (15)$$

donde $x \in R^n$, $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $f : R^{n(m+1)} \times R \rightarrow R^n$, $f \in C^2$, $\tau_i \in R^+$.

Este tipo de sistemas aparece frecuentemente en relación con ciertas aplicaciones de ingeniería y de biología. La complejidad presente en modelos como (15) es mucho mayor que la observada en ecuaciones diferenciales ordinarias pues basta considerar $n = m = 1$ para hallar movimiento periódico, cuasi-periódico o bien comportamiento caótico. Debido a la dependencia con el pasado, una solución queda definida a través de una función inicial definida en un intervalo de longitud τ donde $\tau = \max_{1 \leq i \leq m} (\tau_i)$. Esta función pertenece a $C([-\tau, 0], R^n)$, y determina todo estado futuro del sistema considerado. De esta forma, se trata de resolver un problema infinito-dimensional. El tratamiento matemático de estas ecuaciones y de sus soluciones resulta de aplicaciones del análisis funcional y de la teoría de variable compleja.

La bifurcación de Hopf en sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias puede estudiarse en el dominio de la frecuencia por medio del Teorema gráfico de Hopf, que resulta de la aplicación de ideas de la teoría de sistemas realimentados y de técnicas de balance de armónicos. Este teorema puede extenderse para analizar el mismo fenómeno en sistemas como (15). Con esta metodología, se definen ciertas funciones características a través de las cuales también se pueden analizar bifurcaciones estáticas, efectuar continuaciones de curvas de Hopf o detectar degeneraciones de Hopf. En particular, se pueden obtener fórmulas aproximadas de alto orden para las soluciones periódicas, empleando las generalizaciones del teorema de Hopf para EDR. Cada aproximación permitirá estudiar el operador de monodromía de la solución periódica, de cuyo espectro resultará el análisis de su estabilidad. Entre los infinitos autovalores, conocidos como multiplicadores de Floquet, aparece

el multiplicador trivial 1. La precisión con la que éste se obtiene, puede ser considerada como una medida para evaluar la metodología empleada. Siguiendo una curva de bifurcaciones de Hopf, el análisis de la evolución de los multiplicadores permite detectar cambios de estabilidad y con ello bifurcaciones de ciclos locales. Los resultados alcanzados muestran una clara correspondencia con los del programa DDE-BIFTOOL v. 2.00 [1], específico de esta temática.

Referencias:

[1] Engelborghs, K., Luzyanina, T. and Samaey, G., DDE-BIFTOOL v. 2.00: a Matlab package for numerical analysis of delay differential equations, Report TW 330, Dept. of Comp. Science, K.U. Leuven, Belgium, 2001. Disponible en: <http://www.cs.kuleuven.be/~twr/research/software/delay/ddebiftool.shtml>.

Autores: M. Gaudiano, T. Godoy, C. Turner

Lugar: UNC

Expositor: M. Gaudiano

Comportamientos Asintóticos en el Problema de Frontera Libre de la
Difusión de Solvente en Polímeros

El estudio de la difusión de solventes en polímeros es de gran utilidad en la industria del plástico. Matemáticamente, estos procesos pueden ser modelados como problemas de frontera libre bajo diversas condiciones de contorno. Aquí presentaré cómo una condición de borde del tipo convectiva, con coeficiente de transferencia h , puede transformarse asintóticamente en una condición tipo Dirichlet cuando $h \rightarrow \infty$. La convergencia es uniforme.

Autores: Julián Fernández Bonder, Juan Pablo Pinasco

Lugar: Dto. Matemática, FCEN-UBA

Expositor: Julián Fernández Bonder

Conferencia Invitada

Estimaciones de autovalores para sistemas elípticos cuasilineales

En esta charla mostraremos cotas inferiores explícitas para los autovalores de Dirichlet de sistemas elípticos cuasilineales de tipo resonantes con pesos en términos de los autovalores del p -Laplaciano. Además mostraremos cotas asintóticas de los autovalores por medio del estudio de la función espectral que es definida como la cantidad de autovalores menores que un número dado.

Autores: Tomás Godoy, Uriel Kaufmann

Lugar: FaMAF - UNC

Expositor: Uriel Kaufmann

Conferencia Invitada

Soluciones positivas a problemas no lineales de tipo elíptico o parabólico
periódico

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un dominio suave y acotado. Estudiamos existencia y no existencia de soluciones positivas a problemas periódicos parabólicos semi-lineales con condición de borde Dirichlet de la forma

$$\begin{cases} Lu = h(x, t, u) & \text{en } \Omega \times \mathbb{R} \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \times \mathbb{R} \\ u \text{ } T\text{-periódica} \end{cases}$$

para una clase de funciones Caratheodory $h : \Omega \times \mathbb{R} \times [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ tales que $h(\cdot, 0) = 0$ y $\lim_{\xi \rightarrow 0^+} \xi^{-1} h(\cdot, \xi) = 0$ ó $\pm\infty$. Todos los resultados permanecen válidos para los correspondientes problemas elípticos.

Autores: P. Amster, P. De Nápoli
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Pablo De Nápoli
 Conferencia Invitada

Un problema resonante para un sistema con condiciones periódicas

Estudiamos el siguiente sistema no lineal de ecuaciones de segundo orden para una función vectorial $u : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^N$ que satisface:

$$u'' + m^2 u + g(u) = p(t) \quad 0 < t < 2\pi$$

bajo condiciones periódicas:

$$u(0) = u(2\pi), \quad u'(0) = u'(2\pi).$$

Suponemos que g es continua y acotada, y que $m \neq 0$ es entero, situación que se conoce en la literatura como un caso de resonancia en un autovalor de orden superior.

Para el caso $N = 1$, Lazer y Leach [LL] probaron que si existen los límites $g(\pm\infty)$ en infinito, entonces una condición suficiente para la existencia de soluciones es:

$$\sqrt{\alpha_p^2 + \beta_p^2} < \frac{2}{\pi} |g(+\infty) - g(-\infty)|,$$

en donde α_p and β_p son los m -ésimos coeficientes de Fourier de p .

En este trabajo presentamos una generalización de este resultado para el caso $N > 1$, bajo una condición apropiada en el grado de la extensión de g a la esfera infinita.

[LL] A. Lazer, D. Leach, Bounded perturbations of forced harmonic oscillators at resonance, *Ann. Mat. Pura Appl.* 82 (1969), pp. 49-68.

Autores: Alberto Déboli, Pablo Amster

Lugar: Universidad de Buenos Aires

Expositor: Alberto Déboli

Un problema de Neumann en la semirecta

En este trabajo probamos existencia de solución de un problema tipo Neumann en la semirecta que presenta la particularidad de que en la ecuación intervienen los datos de contorno:

$$\begin{cases} u'' = f(t, u, u(0), u(\infty)) & \text{en } (0, \infty) \\ u'(0) = u_0, u'(\infty) = 0 \end{cases}$$

donde $f \in C([0, \infty) \times \mathbb{R}^3; \mathbb{R})$ y $u \in C^2([0, \infty); \mathbb{R})$ bajo la hipótesis de existencia de sub y super-soluciones globales ordenadas.

Un antecedente de este problema se halla en el artículo de Thompson [T] en el cual se prueba existencia y unicidad de solución bajo condiciones apropiadas para f en un intervalo acotado usando un argumento del tipo *shooting*.

Para realizar la prueba, en una primer etapa probamos solución para todo intervalo acotado recurriendo a la teoría del punto fijo de Schauder y en una segunda etapa construimos una solución en la semirecta positiva usando el método de la diagonal.

[T] Thompson B. H. Existence for a two Point Boundary Value Problem Arising In Electrodiffusion. Acta Mathematica Scientia 8 (1988), 4, 373-387.

Autores: Fernando E. Menzaque, Cristina V. Turner

Lugar: FaMAF-UNC

Expositor: Fernando E. Menzaque

Análisis de estabilidad para flujos de dos y tres capas

En este trabajo se analizan modelos para fluidos estratificados de dos y tres capas teniendo en cuenta el balance hidrostático.

Las ecuaciones diferenciales que modelan el problema de n capas en general, pueden ser escrita de la siguiente forma : [1]

$$S^j_t - ((1 - S^j) u^j)_x = 0 \quad (16)$$

$$u^j_t + u^j u^j_x + M^j_x = 0, \quad (17)$$

$$\Delta_2 M^j = S^j \quad (18)$$

donde el espesor de cada capa es $h^j = 1 - S^j$, u^j es la correspondiente velocidad, la diferencia entre las densidades de dos capas ha sido normalizada a 1, y M^j es el llamado potencia de Montgomery dado por

$$M^j = h(p^{j+1} + p^{j-1}) + g \rho^j h(z^{j+1} + z^{j-1}). \quad (19)$$

La variable p^j representa la presión en la interfase entre dos capas, z^j la altura, y $\Delta_2 M^j = M^{j+1} - 2M^j + M^{j-1}$.

Para el caso de dos capas se muestran las transformaciones no lineales que mapean las ecuaciones del modelo de dos capas con tapas rígidas en las ecuaciones para aguas poco profundas.

Para flujos de dos capas periódico probaremos que para número de Richardson mayor que uno el fluido es no linealmente estable. Para flujos de tres capas mostraremos dominios de estabilidad local. Más aún para estos flujos se puede ver que no poseen un criterio de estabilidad no lineal como el caso de dos capas.

Referencias

- [1] L. Chumakova, F. Menzaque, P. A. Milewski, R. R. Rosales, E. G. Tabak, C. V. Turner, "Shear instability for stratified hysdrostatic flows", submitted, 2007.

- [2] Howard, L. N., "Note on a paper of John W. Miles", *J. Fluid Mech.*, **10**, 509, 1961.
- [3] A. J. Majda, Michael Shefter, "Nonlinear instability of elementary stratified flows at large Richardson numbers", *J. Fluid Mech.*, **10**, 2000.
- [4] Miles, J. W., "On the stability of heterogeneous shear flows", *J. Fluid Mech.*, **10**, 496, 1961.
- [5] P. A. Milewski, E. G. Tabak, C. V. Turner, R. R. Rosales, F. Menzaque, "Nonlinear stability of two-layer flow", *Comm. Math. Sci.*, **2**, 427-442, 2004.

Autores: O. Barraza, C. Ruscitti

Lugar: UNLP

Expositor: Oscar Barraza

Comportamiento asintótico de las soluciones de las ecuaciones de Boussinesq

En la transferencia natural convectiva, el calor es transportado entre una superficie sólida y un fluido que se mueve sobre ella. El movimiento del fluido puede ser laminar o turbulento, sin embargo, debido a las bajas velocidades que existen en el proceso de convección natural, generalmente el flujo laminar es el más frecuente. Este fenómeno puede ser modelizado por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}v_t + (v \cdot \nabla)v + \nabla p &= \Delta v - \beta T + F, \\ \nabla \cdot v &= 0, \\ T_t + v \cdot \nabla T &= \Delta T, \\ v(0, x) &= v_0(x), \quad T(0, x) = T_0(x),\end{aligned}$$

denominado sistema de ecuaciones de Boussinesq viscoso.

Aquí, la variable temporal t pertenece al intervalo $[0, \infty)$, la variable espacial x pertenece a \mathbb{R}^3 , el vector $v(t, x)$ es la velocidad desconocida del fluido y la función escalar $T(t, x)$ es la temperatura desconocida. Además, $F(t, x)$ es una fuerza externa dada, β es el vector proporcional al coeficiente de dilatación térmica del fluido y a la fuerza gravitacional, v_0 y T_0 son condiciones iniciales dadas.

En este trabajo, bajo ciertas hipótesis, se estudia el comportamiento asintótico de soluciones globales del sistema de Boussinesq en ciertos espacios de Banach abstractos.

Autores: T. Godoy, U. Kaufmann, S. Paczka
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Tomás Godoy
 Conferencia Invitada

Una fórmula para autovalores principales de problemas parabólico
 periódicos con peso

Sea V un dominio suave en R^N y sea $m = m(x, t)$ una función definida sobre $V \times R$. Asíumase que $m(x, t)$ es T -periódica en t , que m restringida a $V \times (0, T)$ pertenece a $L^r(V \times (0, T))$ para algún $r > N + 2$ y que

$$\int_{(0, T)} \text{esssup}_{x \in V} m(x, t) dt > 0.$$

Sea L un operador parabólico con coeficientes T periódicos de la forma

$$Lu = u_t - \text{div}(A \nabla u) + \langle b, \nabla u \rangle + c_0 u.$$

Asumiendo que A es uniformemente elíptica sobre $V \times R$, que c_0 es no negativa y también condiciones standard de regularidad sobre los coeficientes de L , demostramos que el autovalor principal positivo $\lambda_1(m)$ del problema

$$Lu = \lambda_1(m)u \text{ en } V \times R, u = 0 \text{ en } \partial V \times R, u > 0 \text{ en } V \times R, uT - \text{periodica}$$

puede ser expresado como

$$\lambda_1(m) = \inf_u \left(\int_V \langle A \nabla u, \nabla u \rangle + \langle b, \nabla u \rangle + u + c_0 u^2 \right) + u^2 \langle A \nabla W_u, \nabla W_u \rangle$$

donde U es un apropiado espacio de funciones y W_u es una solución de la ecuación

$$(u^2)_t - \text{div}(u^2(2A/\text{nabla}W_u - b)) = 0.$$

Física Matemática

Organizan:

Hernán Cendra

Autores: Hernán Cendra ⁽¹⁾, María Etcehoury ⁽²⁾, Sebastián Ferraro ⁽³⁾

Lugar: (1) Dto de Matemática, UNSur, (2) Dto de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, (3) CSIC, Madrid, España

Expositor: María Etcehoury

Control de la bola simétrica rodando sin deslizamiento y sin girar sobre su eje vertical

Una bola se dice simétrica si tiene 2 de sus 3 momentos de inercia iguales y su centro de masa coincide con su centro geométrico. La bola simétrica que rueda sobre un plano horizontal, sin deslizamiento y sin girar sobre su eje vertical, es un ejemplo interesante de un sistema no-holónimo. La *dinámica* de este sistema ha sido descrita detalladamente en términos de funciones de Liouville (ver *Rolling of a symmetric sphere on a horizontal plane without sliding or spinning*, Rep. Math. Phys., Vol. 57, No 3, 2006). Se muestra que el sistema es equivalente a un sistema dinámico sobre $S^2 \times S^1$. Por otro lado, el *problema isoholónico* para una bola sin masa rodando sin deslizamiento y sin girar sobre su eje vertical ha sido estudiado recientemente, enfatizándose la geometría del problema (ver *A isoholonomic approach to isoparallel problems and some applications*, Dyn. Syst., Vol. 21, No 4, 2006). El *sistema placa-bola* es uno de los mecanismos que nos permite implementar esta clase de problema de control óptimo. En este trabajo se realiza un estudio geométrico del control impulsivo de la bola simétrica, utilizando resultados de las dos referencias citadas previamente.

Autores: Alejandro Cabrera
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Sistemas controlados y fases geométricas

En esta comunicación, comentamos sobre el estudio de sistemas mecánicos, cuyo espacio de configuraciones es $Q \rightarrow Q/G$, para los cuales las variables de la base Q/G están siendo controladas. El movimiento total del sistema es inducido por el de la base debido a la presencia de vínculos no-holónomos y veremos que la solución puede factorizarse como producto de una parte dinámica por otra geoméricamente definida. Mostraremos que, cuando la estructura cinemática del sistema es geoméricamente favorable, el factor dinámico admite una posterior factorización, dado que se puede expresar en términos de una fórmula de fases de reconstrucción. Finalmente, ejemplificamos estos resultados en sistemas mecánicos concretos.

Autores: Cora Tori, J. Fernández, M. Zuccalli

Lugar: Instituto Balseiro, U.N.Cu - Departamento de Matemática, U.N.L.P.

Expositor: Cora Tori

Reducción de sistemas mecánicos discretos de tipo Chaplygin por medio de técnicas variacionales

Un *sistema mecánico lagrangiano discreto (con vínculos)* consiste de una variedad diferencial Q , el espacio de configuración, una función $L_d : Q \times Q \rightarrow \mathbb{R}$, el Lagrangiano discreto, una distribución sobre Q , \mathcal{D} , los vínculos variacionales y una subvariedad $\mathcal{D}_d \subset Q \times Q$, los vínculos dinámicos. Una curva discreta consiste de un $q. \in Q^n$ para algún n y una *trayectoria* de un sistema discreto es una curva $q.$ tal que $(q_{j-1}, q_j) \in \mathcal{D}_d$ para todo j y que $q.$ es un extremo de la acción $S_d(q.) = \sum_j L_d(q_{j-1}, q_j)$ para variaciones infinitesimales $\delta q_j \in \mathcal{D}_{q_j}$.

Los sistemas mecánicos discretos aparecen, por ejemplo, como resultado de una discretización de un sistema mecánico continuo. En este sentido son de interés porque proveen integradores numéricos para la evolución de estos últimos. El integrador en cuestión está dado por la trayectoria del sistema discreto y se construye a partir de ecuaciones análogas a las de Euler-Lagrange asociadas al principio variacional discreto que satisfacen. Los integradores así construidos son llamados *variacionales* y son estudiados con interés ya que gozan de muy buena estabilidad para tiempos largos. Esta estabilidad está relacionada con la preservación de estructuras geométricas del sistema original (estructura simpléctica, momentos, etc), que es una propiedad natural de los integradores variacionales [M].

Cuando un sistema discreto tiene un grupo de simetrías G , es decir, G actúa sobre Q de modo que su acción diagonal preserva \mathcal{D}_d y la acción levantada a TQ preserva L_d y \mathcal{D} es de interés *reducir* el sistema, es decir, asociarle otro sistema en, por ejemplo, Q/G , de modo que las trayectorias de ambos sistemas se correspondan.

En esta comunicación discutiremos un resultado de reducción para sistemas de tipo *Chaplygin*, es decir que vale $T_q Q = T(G \cdot q) \oplus \mathcal{D}_q$ para todo q . En concreto, veremos que *cuando el grupo G es abeliano hay una correspondencia entre las trayectorias de un sistema tipo Chaplygin en Q y las trayectorias de un sistema sin vínculos en Q/G pero sometido a fuerzas exteriores*. Ilustraremos el resultado con el análisis del caso de la partícula libre no holónoma.

Cabe mencionar que J. Cortés ya había estudiado la reducción de este tipo de sistemas [C]. Sin embargo, nuestro enfoque es totalmente independiente y la aplicación de las conexiones discretas de M. Leok et al [L] nos permite simplificar la demostración así como también ofrece la posibilidad de extenderse a otras situaciones más generales.

Referencias

- [C] Cortés Monforte, J.: *Geometric, control and numerical aspects of non-holonomic systems*, Lecture Notes in Math., **1793**, Springer-Verlag (2002).
- [L] Leok, M., Marsden, J., Weinstein A.: *A Discrete Theory of Connections on Principal Bundles*, preprint arXiv:math/0508338 (2005).
- [M] Marsden, J., West, M.: *Discrete mechanics and variational integrators*, Acta Numer., **10**, 357–514, (2001).

Autores: Guido Raggio

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Conferencia Invitada

El problema del entrelazamiento de estados cuánticos

Según E. Schrödinger el “entrelazamiento” de estados de un sistema cuántico compuesto (dos o más sistemas interactuantes) es la propiedad distintiva de la mecánica cuántica respecto de la mecánica clásica. Plantearemos el problema de decidir si un dado estado es o no “entrelazado” (explicaremos que es esto) como problema puramente matemático (fuera de cualquier otro contexto) y en su versión más simple. Luego diremos algo sobre el origen (cuántico), sobre la historia y la evolución del problema y presentaremos lo poco que podemos decir hoy sobre su solución.

Autores: Valeria Yanina González, Ana Laura Frapiccini, Gustavo Gasaneo
Lugar: Universidad Nacional del Sur
Expositor: Valeria Yanina González

Los polinomios de la carga en la ecuación de Schrodinger

La solución de la ecuación de Schrodinger Radial Coulombiana (ESRC), describe la interacción de dos partículas cargadas.

En esta charla propondremos una expansión para la solución de la ESRC, dada en términos de funciones de Laguerre [1]. Al sustituir esta expansión en ESRC, obtenemos una relación para los coeficientes del desarrollo. Esta, es una relación de recurrencia que genera polinomios dependientes de la carga y de la energía. Yamani y Rehinhardt han estudiado dichos polinomios con respecto a la energía [2]. Dichos autores establecieron una relación entre los coeficientes del desarrollo y los polinomios estudiados por Pollaczek [3,4].

En este trabajo estudiaremos los coeficientes de la expansión en términos de las cargas de las partículas involucradas. Mostraremos que los mismos forman un conjunto de polinomios ortogonales y presentaremos distintas propiedades de los mismos.

Referencias:

[1] A. L. Frapiccini, V. Y. Gonzalez, J. M. Randazzo, F. D. Colavecchia, G. Gasaneo, *Int. J. Quantum Chem.*, vol **107**, 832-844, 2007.

[2] H. A. Yamani and W. P. Reinhardt, *Phys. Rev. A* **11**, 4, 1144 - 1156, 1975.

[3] E. Bank and M. E. H. Ismail, *Constr. Approx.* **1**, 103 - 119, 1985.

[4] G. Szego, *Orthogonal Polynomials*, American Mathematics Society, 1959.

Autores: María Eugenia García, Marcela Zuccalli

Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP

Expositor: María Eugenia García

Relación entre Sistemas Hamiltonianos Clásicos y Cuánticos para momentos no equivariantes

En el contexto de la cuantización por deformación se establece una estrecha relación entre sistemas hamiltonianos clásicos y cuánticos.

En esta dirección se han considerado sistemas hamiltonianos clásicos con simetrías en los que la aplicación momento asociada es equivariante.

En este trabajo proponemos generalizar esta relación para el caso en el que la aplicación momento no es equivariante, dado que existen interesantes ejemplos físicos de este tipo.

Para hacerlo consideramos la extensión central del álgebra de Lie del grupo de simetría asociada al 2-cociclo dado por la no equivarianza del momento.

En particular, describimos la reducción clásica de Marsden-Weinstein correspondiente a aplicaciones momento no equivariante y analizamos, a través de su versión algebraica, la correspondiente reducción cuántica.

[1] Abraham R.-Marsden, J., "Foundations of Mechanics", 1978. The Benjamin/Cummings Publishing Company.

[2] Bursztyn, H., "Momentum Maps, Dual Pairs and Reduction in Deformation Quantization", 2001.

<http://math.berkeley.edu/~alanw/277papers00/bursztyn.pdf>

[3] Weinstein, A., "Deformation Quantization", Séminaire Bourbaki, 1994.

[4] Xu, P., "Fedosov *-products and quantum momentum maps". *Comm. Math. Phys.* 197.1 (1998), 167-197.

Autores: Hugo Montani

Lugar: Comisión Nac. de Energía Atómica - Centro Atómico Bariloche

Conferencia Invitada

Dualidad T y sistemas integrables

La dualidad T relaciona diferentes teorías de campos en dos dimensiones (una temporal y otra espacial). Presentaremos una descripción hamiltoniana de esta relación en el caso de modelos sigma cuyos respectivos “targets” son grupos de Lie duales entre sí.

Autores: Teresita A. Rojas, Francisco S. Lopéz, Jose L. Nieva

Lugar: Universidad Nacional de Catamarca

Expositor: Francisco S. Lopéz

La Mecánica y su Álgebra Simpléctica

Las funciones definidas sobre el espacio fase, de la Mecánica Clásica, exhiben características inherentes a la geometría simpléctica, donde la forma bilineal está dada por el corchete de Poisson, quien nos permite definir transformaciones lineales sobre dichas funciones generando un álgebra. Este trabajo pretende demostrar que con esta álgebra es posible construir expresiones equivalentes al Hamiltoniano con el objeto de generar ecuaciones dinámicas con menor grado de libertad.

Autores: Paula Balseiro, Jorge E. Solomín

Lugar: UNLP, La Plata

Expositor: Paula Balseiro

Ecuaciones de Gibbs-Appell para sistemas no holónomos generalizados

Se presentan las *Ecuaciones de Gibbs-Appell* y el *Principio de Gauss de mínima acción* adaptados para los sistemas no holónomos generalizados. Haciendo uso de productos internos adecuados definidos sobre el espacio tangente, se obtiene una interpretación geométrica simple de estas ecuaciones y del rol que juegan los desplazamientos virtuales al plantear las ecuaciones de movimiento para estos sistemas.

Autores: Juan Pablo Paz
Lugar: FCEN, Universidad de Buenos Aires
Conferencia Invitada

Computación Cuántica

Autores: M.C. Olgúin, M.C. Sanziel, D.A. Tarzia

Lugar: Fac.Cs.Exactas, Ingeniería y Agrimensura y Consejo de Investigaciones de la Univ.Nacional de Rosario - Fac.de Cs.Empresariales de la Univ.Austral - CONICET

Expositor: Mariela C. Olgúin

Comportamiento de la solución de un Problema de Stefan con respecto a cambios en los coeficientes térmicos de una sustancia

En este trabajo se considera un un problema de tipo Stefan unidimensional a una fase, con una condición de flujo de calor variable con el tiempo sobre el borde fijo. Este problema modela el comportamiento de los llamados materiales de cambio de fase (PCM)[1-2]. Se obtienen resultados de monotonía para la solución del problema. Se prueba que la frontera libre y la distribución de temperatura tienen un comportamiento monótono decreciente con respecto a cambios en tres de los coeficientes que aparecen en la formulación del problema: el calor latente de fusión, el calor específico y la densidad de masa, utilizando para ello el principio del máximo y el lema de Hopf [3-4]. Además, mediante un esquema numérico de diferencias finitas implícito con grilla variable en el tiempo, se muestra que no hay monotonía de la solución del problema respecto a variaciones de la conductividad térmica del material [5].

REFERENCIAS

[1] M. M. Farid, A. M. Khudhair, S. A. K. Razack and S. Al-Hallaj, A review on phase change energy storage: materials and applications, *Energy Conversion and Management*, vol. 45, pp. 1597-1615, 2004.

[2] P. Lamberg, R. Lehtiniemi, A. Henell, Numerical and experimental investigation of melting and freezing processes in phase change material storage, *International Journal of Thermal Sciences* 43 (2004), 277-287.

[3] J. R. Cannon, *The one-dimensional heat equation*, Addison-Wesley(1984).

[4] M. H. Protter - H. F. Weinberger, *Maximum principles in differential equations*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J. (1967).

[5] M. Zerroukat and C. R. Chatwin, *Computational moving boundary problems*, John Wiley & Sons, 1994.

Autores: Teresita A. Rojas, Jose E. Nieva
Lugar: Universidad Nacional de Catamarca
Expositor: Teresita A. Rojas

Propagación de Ondas Electromagneticas en Relatividad General

En este trabajo consideramos la propagación de ondas electromagnéticas en Relatividad General. Para ello analizamos las ecuaciones de Einstein-Maxwell y desarrollamos un esquema perturbativo que tiene en cuenta la reacción sobre la métrica. En particular se estudia la dispersión de ondas electromagnéticas debido a perturbaciones gravitacionales.

Autores: Alejandro M. Mesón, Fernando Vericat
Lugar: GAMEFI, Facultad de Ingeniería, UNLP e IFLYSIB (CONICET-UNLP)
Expositor: Alejandro M. Mesón

Un problema de rigidez en Mecánica Estadística

En esta comunicación tratamos el problema de establecer cuándo un sistema mecánico estadístico es determinado por su energía libre. Se considera un sistema de red modelado por un grafo dirigido y pesado, cuyos vértices pueden pensarse como spines y cuya matriz de adyacencia M está determinada por las reglas de transición del sistema. Para una matriz $A(q)$ (q puede interpretarse como la inversa de la temperatura) dependiente de las interacciones del sistema, y tal que $A(0)$ coincide con la matriz entera M , la energía libre del sistema $F(A, q)$ se define como el radio espectral de $A(q)$. A la matriz $A(0) = A$ se le impondrá la condición de ser irreducible. Esta clase de energía libre puede relacionarse con otra introducida en forma más tradicional usando la función de partición. En este escenario, analizamos bajo qué condiciones es válida la siguiente proposición: "si dos sistemas están respectivamente determinados por matrices A , B y $F(A, q) = F(B, q)$, entonces las matrices resultan equivalentes en algún sentido". Este tipo de cuestiones son conocidas como problemas de rigidez. Obtenemos un resultado al respecto en el espíritu de un teorema de Pollicott and Weiss pero siguiendo un esquema más mecánico-estadístico. Incluimos una clasificación para los estados de Gibbs asociados a matrices $A(q)$. Las técnicas desarrolladas para obtener los resultados reportados en esta comunicación, válidos para interacciones finitas, pueden ser extendidas, con las correspondientes modificaciones, a fin de considerar potenciales de largo alcance.

Autores: M. Gaudiano, G. Raggio, O. Osenda

Lugar: UNC

Expositor: Marcos Gaudiano

Entrelazamiento Cuántico en una Cadena de Heisemberg con Interacciones de Largo Alcance

La computación cuántica es un reto tecnológico que se deberá superar dentro de los próximos 20 años, cuando -según la ley de Moore-, el tamaño de los microprocesadores alcanzará dimensiones atómicas, escala donde la física se rige exclusivamente mediante las leyes de la mecánica cuántica. Un aspecto clave en todo esto, es el estudio y comprensión del denominado *entrelazamiento*, cuya formulación matemática es simple, pero detectar su existencia es tan complicada que equivale a demostrar el problema del millón P vs NP . Solamente para los sistemas más simples se sabe qué hacer al respecto. Aquí presentaré un hamiltoniano de Heisemberg con interacciones tipo $1/r^\alpha$ ($\alpha \geq 0$) y mostraré ciertas propiedades del entrelazamiento en los subsistemas de dos q -bits, entre otras curiosidades que presenta este hamiltoniano, cuando se hace variar el parámetro α entre cero y el infinito.

Autores: Jose Luis Nieva, Teresita A. Rojas, Jose E. Nieva

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca

Expositor: Jose Luis Nieva

Formulación conforme de Cartan en GR

La Teoría de la Relatividad General otorga un rol preponderante a la geometría para describir la interacción gravitatoria, lo que conlleva a la necesidad de estudiar problemas de geometría diferencial con aplicación a Relatividad General. En muchas teorías de campos aparece en forma natural una estructura conforme, o sea, solo es necesario conocer la métrica conforme para formular dichas teorías, tal es el caso de la formulación de superficies nulas en RG. Se usa Cartan para incluir ecuaciones en derivadas parciales y obtener de forma geométrica el formalismo de superficies nulas y tratar de encontrar, bajo ciertas condiciones, una ecuación escalar equivalente a las ecuaciones de gravedad conforme para la métrica conforme de Relatividad General.

Autores: Jorge Moiola
Lugar: Universidad Nacional del Sur
Conferencia Invitada

Resonancias no lineales en circuitos eléctricos

Algunos fenómenos oscilatorios en sistemas físicos pueden explicarse mediante la bifurcación de Hopf, mecanismo por el cual se genera una oscilación suave al variar un parámetro característico. En la denominada bifurcación de Hopf doble aparecen, en cambio, dos modos oscilatorios que pueden interactuar entre sí, dando lugar a soluciones cuasiperiódicas. En esta presentación se mostrará un circuito eléctrico resonante donde aparecen varios modos oscilatorios al variar un par de parámetros distintivos. Se agregará un segundo ejemplo de un sistema eléctrico de potencia para reflejar la aparición de otros fenómenos dinámicos característicos.

Autores: Adolfo Ordóñez, Mario Castagnino, Daniela Emmanuele

Lugar: Fac. Ciencias Exactas, Ing. y Agr. de Rosario

Expositor: Adolfo Ordóñez

Una estructura matemática general para el operador de inversión temporal

El propósito de este trabajo es el análisis matemático del operador de inversión temporal y su definición como una estructura geométrica, de modo tal que pueda ser generalizada al ámbito puramente matemático. En estricto sentido, sólo estando previamente dada una tal "estructura de inversión temporal", es posible decidir si un sistema dinámico es "t-simétrico." o no. Se presentan ejemplos de "la estructura de inversión temporal" de varios sistemas importantes, tanto físicos como matemáticos, mostrando que existen categorías matemáticas cuyos objetos son los "sistemas dinámicos (clásicos o abstractos) con inversión temporal", y cuyos morfismos generalizan la transformación de Wigner.

Autores: Aroldo Kaplan

Lugar: Centro de Investigación y Estudios de Matemática de Córdoba

Conferencia Invitada

Octoniones y esferas rodantes

El sistema definido por una esfera rodando sobre otra sin deslizar ni girar sobre sí, es completamente no-integrable si los radios son distintos. Cuaterniones y Octoniones son útiles para representarlo y descubrir sus simetrías ocultas.

Geometría

Organizan:

María Josefina Druetta - Carlos Olmos

Autores: Cristián U. Sánchez
Lugar: Fa.M.A.F.-CIEM Córdoba

Secciones Normales de Hipersuperficies Isoparamétricas

En este trabajo se continúa el estudio de las secciones normales de sub-variedades homogéneas compactas en espacios euclídeos. Aquí se presentan resultados para hipersuperficies isoparamétricas en esferas, en particular resultados sobre la estructura de las clases de secciones normales (o equivalentemente de sus vectores generadores) determinadas por su invariante "b" que se define como el producto del cuadrado de su curvatura por su torsión en el origen de la sección. El trabajo incluye, en particular, una caracterización de hipersuperficies isoparamétricas de Cartan en términos de sus variedades de secciones normales planas, es decir de la clase correspondiente al valor $b = 0$. Se incluyen también resultados sobre la estructura de las otras clases de secciones ($b \neq 0$) para dichas hipersuperficies.

Autores: María J. Druetta

Lugar: Famaf-Ciem, Univ. Nac. Córdoba

Espacios D'Atri de tipo de Iwasawa

Una variedad riemanniana completa M se dice que es un espacio de D'Atri si localmente las simetrías geodésicas preservan el elemento de volumen, salvo signo. Equivalentemente,

$$\det A_v(t) = \det A_{-v}(t) \text{ para todo } v \in SM \text{ y } t > 0 (t \sim 0),$$

where $A_v(t)$ es el tensor de Lagrange asociado a la geodésica $\gamma_v(t)$ determinado por la condición $A_v(0) = 0$, $A'_v(0) = \text{Id}$, que está definido por la ecuación $A''_v(t) + R_{\gamma_v(t)} \circ A_v(t) = 0$ con $A'_v(t)^{-1} \circ A_v(t)$ simétrico.

Consideramos el caso M un espacio homogéneo de tipo de Iwasawa y rango algebraico uno. Esto es, M está representado por un grupo de Lie soluble S con métrica invariante a izquierda cuya álgebra de Lie, asociada \mathfrak{s} se expresa como $\mathfrak{s} = \mathfrak{n} \oplus \mathbf{R}H$, $|H| = 1$, $H \perp \mathfrak{n} = [\mathfrak{s}, \mathfrak{s}]$ con la propiedad que $\text{ad}_H|_{\mathfrak{n}}$ tiene todos sus autovalores positivos. Probamos que,

Un espacio D'Atri de tipo de Iwasawa y rango uno es un Damek-Ricci.

La propiedad de ser un espacio D'Atri implica que la función $\det A_v(t)$ es invariante por el flujo geodésico. Este hecho y la propiedad de tener el elemento distinguido H en el álgebra de Lie, nos permite mostrar que

$$\det A_v(t) = \det A_H(t) \text{ para todo vector unitario } v \in \mathfrak{s} \text{ y } t > 0.$$

O sea, todo espacio M de tipo de Iwasawa y rango uno que es D'Atri es armónico; por un resultado de Heber J., On harmonic and asymptotically harmonic homogeneous spaces, GAFA 16, 2006 (869-890), M es un espacio de Damek-Ricci. El resultado que hemos obtenido es probado, por el mismo autor, para el caso de espacios homogéneos de curvatura no positiva y con técnicas propias de curvatura no positiva.

Autores: Giovanni Forni, Alejandro Kocsard

Lugar: University of Toronto; IMPA

Expositor: Alejandro Kocsard

Conferencia Invitada

Rigidez Cohomológica: la Conjetura de Katok en dimensión 3

Dada una variedad d -dimensional, compacta, orientable y sin borde M , y $X \in \mathfrak{X}(M)$ un campo vectorial C^∞ sobre ella, una *ecuación cohomológica* asociada al campo X es una ecuación diferencial de la forma

$$\mathcal{L}_X u = \psi, \quad (20)$$

donde \mathcal{L}_X denota la derivada parcial en la dirección del campo, $\psi: M \rightarrow \mathbb{R}$ es el dato del problema y $u: M \rightarrow \mathbb{R}$, la solución de la ecuación.

La existencia de soluciones para la ecuación (20) (en una cierta clase de regularidad) es un problema que está íntimamente relacionado con las características geométricas y ergódicas del flujo inducido por X .

Con el objetivo de comprender mejor esta relación, y motivado por los trabajos de Margulis, Zimmer y Gromov sobre rigidez de acciones de grupos, Anatole Katok, a comienzos de la década de los '80, propuso caracterizar los campos vectoriales *sin cohomología*: diremos que $X \in \mathfrak{X}(M)$ es *libre de cohomología* si $\forall \psi \in C^\infty(M, \mathbb{R}), \exists u \in C^\infty(M, \mathbb{R})$ y $\exists c(\psi) \in \mathbb{R}$ verificando

$$\mathcal{L}_X u = \psi - c(\psi).$$

De hecho, Katok conjeturó que la existencia de campos sin cohomología impone una fuerte rigidez, caracterizando completamente a la variedad M . Más precisamente, propuso la siguiente

Conjetura (Katok (1984) [1]). Si $X \in \mathfrak{X}(M)$ es libre de cohomología, entonces existe un difeomorfismo $C^\infty H: M \rightarrow \mathbb{R}^d/\mathbb{Z}^d$, y $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_d) \in \mathbb{R}^d$ tales que $DH(X(p)) = \alpha, \forall p \in M$.

Más aún, α es un vector Diofántico, i. e. $\exists C, \tau > 0$ tales que

$$\left| \sum_{i=1}^d \alpha_i q_i \right| > \frac{C}{\max_i |q_i|^\tau}, \quad \forall (q_1, \dots, q_d) \in \mathbb{Z}^d \setminus \{0\}.$$

En este trabajo probamos la conjetura de Katok para 3-variedades.

Referencias

- [1] S. Hurder. Problems of rigidity of group actions and cocycles. *Ergodic Theory & Dynamical Systems* 5 (1985), 473–484.

Autores: Daniel Joaquín

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales- Universidad Nacional de Córdoba

Hipersuperficies Afines con Operador de Forma Paralelo

Sea $F : M \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ una hipersuperficie no degenerada en la que consideraremos los invariantes de la Geometría Afín: la estructura pseudo-Riemanniana afín inducida h , la normal afín ξ y su correspondiente conexión normal afín ∇ , la conexión de Levi-Civita asociada a h , que denotaremos $\bar{\nabla}$ y la conexión conormal $\hat{\nabla}$.

El propósito del presente trabajo es clasificar aquellas hipersuperficies de tipo descomponible del espacio afín que tengan, además, operador de forma no nulo y paralelo respecto de las conexiones antes mencionadas.

Autores: Adrián Andrada, María Laura Barberis, Gabriela Ovando
Lugar: FaMAF-CIEM, Univ. Nac. Córdoba, FCEIA - Univ. Nac. Rosario
Expositor: Adrián Andrada

Álgebras simétricas a izquierda asociadas a conexiones afines de tipo complejo

Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie sobre un cuerpo \mathbb{K} de característica cero. Una estructura de *álgebra simétrica a izquierda* (LSA por sus siglas en inglés) en \mathfrak{g} es un homomorfismo $\rho : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{gl}(\mathfrak{g})$ de álgebras de Lie que satisface la siguiente condición:

$$\rho(x)y - \rho(y)x = [x, y].$$

Las álgebras simétricas a izquierda surgen en diversos contextos en matemática y física. Por ejemplo, las LSA se relacionan con sistemas integrables en hidrodinámica [K], y para $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, una estructura LSA en el álgebra de Lie \mathfrak{g} induce una estructura afín invariante a izquierda en el grupo de Lie simplemente conexo G asociado a \mathfrak{g} .

Hay muchas familias de álgebras de Lie que no poseen estructura LSA, por ejemplo las semisimples [MO]. Una gran cantidad de álgebras de Lie solubles admite una estructura LSA, aunque recientemente se han encontrado ejemplos de álgebras nilpotentes que no admiten tales estructuras [Be, Bu].

En este trabajo mostramos una manera de construir estructuras LSA en una cierta clase de álgebras de Lie complejas. Para ello, consideramos la siguiente situación: si J es una estructura compleja en \mathfrak{g} , entonces se puede definir un nuevo corchete $[\cdot, \cdot]_J$ en el espacio vectorial \mathfrak{g} mediante:

$$[x, y]_J = [Jx, y] + [x, Jy], \quad x, y \in \mathfrak{g},$$

que satisface la identidad de Jacobi debido a la integrabilidad de J . Más aún, $\mathfrak{g}_J := (\mathfrak{g}, [\cdot, \cdot]_J)$ es un álgebra de Lie compleja [ABO].

Si el álgebra de Lie \mathfrak{g} admite una estructura compleja J y una conexión afín ∇ que satisfacen ciertas condiciones de compatibilidad, entonces el álgebra de Lie \mathfrak{g}_J admite una estructura LSA. Como consecuencia de este resultado obtenemos familias de álgebras de Lie con estructuras LSA.

Referencias

- [ABO] A. Andrada, M.L. Barberis, G. Ovando, *Lie bialgebras of complex type*, preprint 2006, math.DG/0610415.

- [Be] Y. Benoist, *Une nilvariété non affine*, J. Differential Geom. **41** (1995), 21–52.
- [Bu] D. Burde, *Affine structures on nilmanifolds*, Int. J. of Math. **7** (1996), 599–616.
- [K] B. Kupersmidt. *Left-symmetric algebras in hydrodynamics*, Letters in Math. Phys. **76** (1) (2006), 1–18.
- [MO] H. Matsushima, K. Okamoto, *Non existence of torsion free flat connections on a real semisimple Lie group*, Hiroshima Math. J. **9** (1979), 59–60.

Autores: Rubén Puente
Lugar: Dpto. Matemáticas. UNSL

El cuerpo convexo cíclico y problemas de momentos

Tratamos dos problemas: el primero, decidir cuándo un elemento fijo de \mathbb{R}^d es el vector de los primeros d momentos de alguna distribución de probabilidad discreta en un intervalo $[a, b]$ dado (problema de *factibilidad*), y el segundo, maximizar (minimizar) una combinación lineal dada de n momentos, en el conjunto de las distribuciones de probabilidad discretas en $[a, b]$ cuyos d primeros momentos están fijos (problema de optimización). Estos problemas están relacionados con el cuerpo cíclico (unión de todos los politopos cíclicos en $[a, b]$). Los polítopos cíclicos han sido extensivamente estudiados y sus propiedades combinatorias y geoméricas son notables. El cuerpo cíclico hereda también interesantes propiedades geométricas. Determinamos completamente su estructura de caras e hiperplanos soporte, y construimos una representación externa mediante sistemas de inecuaciones lineales cuyos coeficientes son polinomios simétricos que dependen de los parámetros. Estas herramientas nos permiten resolver los dos problemas de momentos mencionados, usando programación lineal semi-infinita. Obtenemos también una representación para polinomios no negativos sobre $[a, b]$ (similar a la representación de Pólya-Szegö).

MSC 2000: 52A20, 90C34, 44A60, 52B12

Keywords: Convex bodies; Semi-infinte programming; Discrete moment problems; Cyclic polytopes; Generalized Vandermonde determinant.

Autores: Jorge Lauret

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Conferencia Invitada

Métricas Ricci solitons y su rol en la prueba de Perelman

Los *Ricci solitons* son métricas Riemannianas que aparecieron como generalizaciones naturales de las métricas de Einstein, y en Física son conocidas como métricas *quasi-Einstein*. Se destacan por ser puntos fijos del flujo de Ricci, visto como un sistema dinámico en el espacio moduli de métricas Riemannianas salvo isometría y homotecia, y a menudo aparecen como límites del flujo cuando se acerca a una singularidad. En esta charla, luego de repasar el estado actual de la prueba de Hamilton-Perelman (con referatos de lujo de Cao-Zhu, Kleiner-Lott y Morgan-Tian) de las Conjeturas de Poincare y de Geometrización de Thurston, se expondrán algunos resultados y problemas abiertos sobre la geometría de los Ricci solitons, inspirados en gran parte por el importante rol que cumplen en la prueba arriba mencionada.

Autores: Marcos Salvai

Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física (Universidad Nacional de Córdoba) y CIEM (Conicet)

Conferencia Invitada

La geometría del espacio de líneas orientadas del espacio hiperbólico

Sea H el espacio hiperbólico n -dimensional de curvatura seccional constante -1 , sea G la componente conexa de la identidad del grupo de isometrías de H y sea \mathcal{G}_n el espacio de todas las líneas de H (módulo reparametrizaciones que preservan la orientación). Encontramos todas métricas pseudo-riemannianas G -invariantes de \mathcal{G}_n y caracterizamos las curvas nulas y las de tipo temporal o espacial, proveyendo una relación entre las geometrías de \mathcal{G}_n y H . Además, probamos que \mathcal{G}_3 es Kähler y hallamos una estructura casi compleja ortogonal en \mathcal{G}_7 .

Autores: M. Puente, T. Rojas, L. Quiroga
Lugar: Univerisidad Nacional de Catamarca
Expositor: Mónica Puente

Metrica Hausdorff en el contexto de Espacios Euclideos n-dimensionales

En Trabajos previos se analizo la estructura de las formas geométricas fundamentales en un Espacio Métrico de Hausdorff usando la métrica homónima como una herramienta para medir distancias entre conjuntos compactos. Se describe la relación entre la distancia Hausdorff en un espacio métrico de Hausdorff y la distancia euclidiana en un espacio euclídeo n-dimensional. Quedando temas abiertos tales como noción de circulo Hausdorff y líneas Hausdorff. Asimismo se analiza bajo que condiciones las líneas Hausdorff resultan líneas euclídeas en un espacio euclídeo n-dimensional. Temas que son objeto del presente trabajo.

Autores: Salvador Gigena, Daniel Abud, Moisés Binia

Lugar: Universidad Nacional de Rosario y Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Salvador Gigena

Evolución Afín de Cáscaras

La Teoría de Cáscaras es un tema aplicado de amplia difusión en Ingeniería, Aviónica, etc. Una cáscara (sólido tridimensional), constituido por un cierto material de características físicas predeterminadas, en estado inicial, no-deformado \mathbb{C} , es sometido a una fuerza o sollicitación física pasando al estado final, deformado \mathbb{C}^* . En consecuencia la superficie media pasa de $M = \{X(u_1, u_2) : (u_1, u_2) \in U \subset \mathbb{R}^2\}$ a $M^* = \{X^*(u_1, u_2)\}$. Básicamente, el problema es determinar los límites de variación de los objetos físicos y geométricos que determinan la cáscara. En trabajos anteriores hemos comenzado a reformular la modelización matemática, hasta el presente euclidiana, i.e., invariante bajo el Grupo Euclídeo $ASO(3, \mathbb{R})$, ([5], [6], [7], [8], [9], [10]), en base a la Geometría Diferencial Afín de Superficies, que lo es con respecto a la acción del Grupo Unimodular Afín $ASL(3, \mathbb{R})$, ([1], [2], [3], [4]). En estos artículos, luego de completar las ecuaciones representativas, de compatibilidad, y de equilibrio, se establecieron las ecuaciones constitutivas, las desigualdades básicas entre los objetos que intervienen en la teoría y las estimativas superiores de los tensores de tensión y deformación, usando la función (afín) de densidad de energía.

En el presente trabajo mostraremos, como paso previo al desarrollo de aproximaciones numéricas invariantes, el comportamiento de la deformación de la cáscara para el caso en que su superficie media satisfaga la ecuación de evolución $\frac{\partial X_t}{\partial t} = N_{ua}$, con condición inicial $X(u_1, u_2; 0) = X_0(u_1, u_2) =$ "Superficie Media Inicial". Así, bajo esta hipótesis, se determinan las evoluciones de todos los objetos geométricos: primera, segunda y tercera formas fundamentales afines, normal y conormal afines, entre otros.

Referencias

- [1] S. Gigena, M. Binia, D. Abud, Condiciones de Compatibilidad para Cáscaras Afines, *Mecánica Computacional*, Vol. XXI, (2002), 1862-1881.
- [2] S. Gigena, M. Binia, D. Abud, Ecuaciones de Equilibrio en Cáscaras Afines, *Mecánica Computacional*, Vol. XXII, (2003), 1953-1963.
- [3] S. Gigena, M. Binia, D. Abud, Teoría de Cáscaras Afines: Desigualdades Básicas, *Mecánica Computacional*, Vol. XXIII, (2004), 639-652.

[4] S. Gigena, M. Binia, D. Abud, Teoría de Cáscaras Afines: Estimativas de la Tensión y la Deformación, *Mecánica Computacional*, Vol. XXIV, (2005), 2745-2758.

[5] L.A. Godoy, C.A. Prato, F.G. Flores, Introducción a la Teoría de Elasticidad, 2ª. Edición, Universitas, Editorial Científica Universitaria, Córdoba, 2000.

[6] A.E. Green, W. Zerna, *Theoretical Elasticity*, Oxford University Press, 1954.

[7] F. John, Estimates for the Derivatives of the Stresses in a Thin Shell and Interior Shell Equations, *Comm. Pure Appl. Math.* N° 18, (1965), 235-267.

[8] W.T. Koiter, On the mathematical foundation of shell theory, *Proc. Int. Congr. of Mathematics*, Nice, 1970, Vol. 3, Paris, (1971), 123-130.

[9] A.E.H. Love, *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th. edition, Dover, 1944.

[10] L.E. Malvern, *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice Hall, New Jersey, 1969.

Autores: Cristina Egeuz, Ana María Aramayo

Lugar: Universidad Nacional de Salta

Expositor: Cristina Egeuz

Determinación de la cantidad de vórtices en un trapecio mediante transformaciones conformes

Se han utilizado y elaborado varios paquetes del Mathematica para hallar la transformación conforme que convierta regiones acotadas del plano en un círculo.

Se ha usado el esquema de demostración del Teorema de Riemann para transformaciones conformes, realizada por Koebe, en el cual se plantea en forma iterativa las composiciones de dos transformaciones de Moebius y una de raíz cuadrática en el plano complejo, las cuales convergen a la transformación conforme que transforma cualquier frontera de una región simplemente conexa a un círculo.

Este problema, además del interés geométrico y del cálculo complejo, puede ser utilizado para aplicaciones de la mecánica de fluidos. Por ejemplo, al resolver el problema de Navier Stokes que modela la convección natural en un rectángulo, es conocido que la cantidad de vórtices formados en el interior del recinto, depende del salto de temperatura impuesto, de la razón de aspecto del recinto y de las propiedades del fluido que se haya en el interior del mismo. Un problema aún no resuelto es la determinación de la cantidad de vórtices en un recinto trapezoidal, bajo las mismas condiciones de borde impuestas para el recinto rectangular.

Por ello se utiliza los programas elaborados bajo el entorno del Mathematica, a fin de hallar la transformación conforme que convierta el rectángulo en el círculo para analizar la imagen de los vórtices circulares inscriptos en el rectángulo, mediante la transformación conforme encontrada. Una vez concluida esta tarea, usando la transformación inversa, que también será conforme, se puede conseguir una transformación del rectángulo en el trapecio, y mediante ésta determinar las características de los vórtices.

Autores: Gabriela P. Ovando

Lugar: Depto Matematica, ECEN-FCEIA, UNR

Un modelo para algebras de Lie dos pasos nilpotentes con metricas
ad-invariantes

Se provee una construcción de algebras de Lie dos pasos nilpotentes con métricas ad-invariantes a partir de transformaciones antisimétricas. Esto permite mostrar ejemplos trazando un paralelo con el caso riemanniano. Desde el punto de vista geométrico los grupos de Lie respectivos simplemente conexos resultan planos.

Autores: Roberto Miatello, Ricardo Podestá

Lugar: UNC

Expositor: Ricardo Podestá

Espectro e invariante eta del operador de borde en una variedad compacta plana

Dada una variedad compacta orientable plana M de dimensión $4k - 1$, se estudia el espectro del operador B definido por Atiyah-Singer, el cual es un operador elíptico de primer orden en el espacio de formas pares de M , que satisface $B^2 = \Delta_{ev}$, el operador de Hodge-Laplace. Se construye un sistema completo de autofunciones de B dándose una fórmula explícita para la multiplicidad de los autovalores y estudiándose la asimetría espectral. Se obtiene una expresión general para la serie eta y para el invariante η de dicho operador y ejemplos en que η es no nulo.

Autores: Alberto Formica, Mabel Rodríguez

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento, Instituto del Desarrollo Humano, Buenos Aires

Expositor: Alberto Formica

Algunos resultados sobre conjuntos estrellados no acotados

El presente trabajo corresponde al área Convexidad Generalizada. Muchas características de conjuntos convexos o estrellados (no convexos) que son acotados han sido estudiadas, y lo siguen siendo, dentro de ella. El estudio de los conjuntos estrellados no acotados, en cambio, no ha sido tan desarrollado hasta este momento, aunque varios matemáticos han incursionado en él. Hansen G. ha trabajado en el tema a partir de estudiar relaciones con conos, logrando resultados en cierta medida paralelos a los conocidos para convexos hasta incluso obtener teoremas de separación para estrellados. En esta comunicación presentamos el análisis de elementos de los estrellados no acotados y no convexos, en particular el mirador del conjunto. Utilizamos como recurso la teoría sobre conos.

Algunas definiciones involucradas en el trabajo, para un conjunto $S \subset \mathbb{R}^n$, son las siguientes: S es *estrellado* si y sólo si $\text{mir}S \neq \emptyset$, donde $\text{mir}S = \{a \in S : \forall x \in S, [a, x] \subset S\}$; S es un *cono de vértice* $a \in \mathbb{R}^n$ sii $\forall \lambda > 0, \lambda(S - a) \subset S - a$. Los puntos a que verifican esta relación se llaman *vértices del cono* y forman una variedad lineal de \mathbb{R}^n que se denomina *cresta del cono* y se nota $\gamma I(\text{mir}S)$; el *cono de infinitud de* S es $I(S) = \{\bar{0}\} \cup \{R(a \rightarrow x) - a : \exists a \in S, R(a \rightarrow x) \subset S\}$, donde $R(a \rightarrow x)$ es la semirrecta (*rayo*) cerrada que pasa por x y tiene origen en a . ($\bar{0}$ denota el origen en \mathbb{R}^n); el *cono de recesión* de S es $R(S) = \{\bar{0}\} \cup \{R(a \rightarrow x) - a : \forall a \in S, R(a \rightarrow x) \subset S\}$.

Para estudiar el mirador de un conjunto estrellado no acotado S utilizamos conos asociados a S y a su mirador. Entre los resultados obtenidos que presentaremos, mencionamos, por ejemplo: si $S \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto estrellado cerrado con mirador no acotado, vale que si $x \in S$ entonces $I(\text{mir}S) + \{x\} \subset S$ y también $R(\text{mir}S) \subset R(S)$. Además, si $I(\text{mir}S) = I(S)$ y S es cerrado o abierto, entonces $R(\text{mir}S) = R(S)$. En este caso, también resulta que $R(S) \neq \{\bar{0}\}$. Para el caso $\gamma I(\text{mir}S) = \{a\}$, estudiamos la existencia de una componente convexa K tal que $I(S - K) = \{\bar{0}\}$. Mostraremos también ejemplos que indican que no pueden debilitarse las hipótesis que hemos planteado en cada caso.

Referencias:

Hansen, G.,(2006) “Nuevos hallazgos sobre conjuntos estrellados”, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires . En prensa.

Hansen, G., (2000) “La clausura cósmica de Rockafellar-Wets vs. el espacio ampliado”, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires.

Hansen, G.; Dupin, J., (2001) “Generalized convexity for unbounded sets: the enlarged space”, en Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 502 pp 231-239

Jongmans, F., (1983-1984) “Etude des cônes associés à un ensemble”, séminaire stencilé, Liège

Autores: M. Laura Barberis, Isabel Dotti

Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba, CIEM - CONICET

Expositor: María Laura Barberis

Conferencia Invitada

Métricas especiales en nilvariedades afines de dimensión 8

Una *estructura compleja abeliana* en un álgebra de Lie real \mathfrak{g} es un endomorfismo J de \mathfrak{g} que satisface

$$J^2 = -I, \quad [Jx, Jy] = [x, y], \quad \forall x, y \in \mathfrak{g}.$$

Estas condiciones garantizan la integrabilidad de la estructura compleja J , es decir, si G es un grupo de Lie con álgebra de Lie \mathfrak{g} , J induce en G una estructura de variedad compleja tal que las traslaciones a izquierda son difeomorfismos holomorfos.

En [?] se da una caracterización de las álgebras de Lie que admiten estructura compleja abeliana en términos de álgebras afines $\text{aff}(\mathcal{A}) := \mathcal{A} \oplus \mathcal{A}$ donde \mathcal{A} es un álgebra asociativa y conmutativa. El corchete de Lie en $\text{aff}(\mathcal{A})$ se define como sigue:

$$[(a, b), (c, d)] = (0, ad - cb), \quad a, b, c, d \in \mathcal{A}.$$

En particular, $\text{aff}(\mathcal{A})$ es 2-pasos soluble, y es nilpotente si y solamente si \mathcal{A} es nilpotente como álgebra asociativa.

En el presente trabajo obtenemos una descripción explícita de las álgebras asociativas nilpotentes y conmutativas \mathcal{A} de dimensión 4 y estudiamos métricas especiales en las nilvariedades de dimensión 8 correspondientes a $\text{aff}(\mathcal{A})$.

Autores: Víctor González, Mabel Rodríguez

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento - Instituto del Desarrollo Humano. Bs As.

Expositor: Víctor González

Un estudio sobre las componentes convexas de conjuntos finitamente estrellados.

Esta presentación corresponde al área de Convexidad Generalizada y Visibilidad Afín. En particular, trabajamos con conjuntos finitamente estrellados, que son una generalización de los conjuntos convexas.

Un conjunto $S \subset \mathbb{R}^n$ es *finitamente estrellado* si para cualquier conjunto finito $F \subset S$ existe un punto $p \in S$ tal que $F \subset st(p, S)$, donde $st(p, S) := \{x \in S / [p, x] \subset S\}$ es la *estrella de p en S* . En [1] se probó que un conjunto cerrado plano S es finitamente estrellado si y sólo si S admite una familia cobertora de componentes convexas que tiene la propiedad de la intersección finita (pif). En este trabajo abordamos la generalización de este resultado a \mathbb{R}^n . Dado que esta caracterización es válida para conjuntos finitamente estrellados que son estrellados (ver [2]), nuestro trabajo considera los conjuntos finitamente estrellados no estrellados. Hemos necesitado obtener resultados sobre las características de las componentes convexas de este tipo de conjuntos en \mathbb{R}^n en términos de los elementos usuales de la Visibilidad Afín. Como mencionaremos, algunas de las descripciones que obtuvimos son válidas incluso para conjuntos estrellados no acotados.

La familia de todas las componentes convexas de un finitamente estrellado no estrellado, sin duda es cobertora, pero no necesariamente tiene pif, de modo que estudiamos aquí condiciones que permitan ir prescindiendo de algunas componentes convexas en el siguiente sentido. Dado \mathcal{F} cubrimiento por componentes convexas de un conjunto S , decimos que $C \in \mathcal{F}$ es *prescindible para el cubrimiento \mathcal{F}* si $\mathcal{F} \setminus \{C\}$ es un subcubrimiento de S (en caso contrario, C es *imprescindible para el cubrimiento \mathcal{F}*).

Presentaremos varios resultados que guían la construcción de una familia cobertora por componentes convexas de S que tenga pif. Entre ellos mencionamos: siendo \mathcal{F} la familia de todas las componentes convexas de S , entonces es posible prescindir de las componentes convexas que no contienen puntos de no convexidad local del conjunto. En las mismas condiciones, si K es una componente convexa tal que alguno de sus puntos, por ejemplo a , admite a K como única componente convexa que lo contiene, entonces K es imprescindible para \mathcal{F} y contiene puntos de no convexidad local del conjunto

S . Además, la estrella de a en S coincide con K . Asimismo, hemos encontrado que no es condición necesaria para poder prescindir de una componente convexa K que la clausura del ϵ -paralelo de ella, notado $cl(K_\epsilon)$, cumpla que $cl(K_\epsilon) \cap \text{inc}S$ sea un conjunto no compacto, para poder prescindir de dicha componente convexa. Mostraremos distintos ejemplos y la forma compleja de construir la familia cobertora de componentes convexas que proponemos para la generalización del resultado.

Referencias:

[1] Rodríguez, M., Toranzos, F.; "Structure of closed finitely starshaped sets", Proceedings of the American Mathematical Society, (2000), Vol. 128, Nro. 5, pp 1433-1441.

[2] Toranzos, F.A; "Radial functions of convex and star-shaped bodies", Amer. Math. Monthly, 74 (1967), 278-280. MR 34:8279.

Autores: Graciela M. Desideri

Lugar: NUCOMPA-Departamento de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNCPBA

Productos que relacionan operadores sobre campos vectoriales

Un B_n^k -producto es una aplicación que produce un cierto cambio de signo en algunos términos de los operadores sobre campos vectoriales definidos sobre hipersuperficies no nulas en espacios Lorentzianos n -dimensionales. En este trabajo se presentan propiedades de los B_n^k -productos. Además, se analizan y se muestran casos particulares.

Autores: Graciela S. Birman, Graciela M. Desideri
Lugar: NUCOMPA-Dto. de Matemática, Fac. de Cs. Ex., UNCPBA
Expositor: Graciela S. Birman

Una topología para el cono proyectivo Lorentziano

En este trabajo construimos el cono proyectivo Lorentziano y lo equipamos con la correspondiente estructura topológica para su compactación.

A tal efecto, compactificamos el cono nulo del espacio tridimensional de Lorentz, sin aplicar la conocida compactificación por un punto de Alexandroff. El proceso de compactificación que presentamos es diferente al utilizado por Penrose y Rindler en "Spinors and Spacetime", vol. 2, de Penrose y , Cambridge University Press, Cambridge, 1986, quienes realizaron una compactificación conforme del cono motivada por problemas de naturaleza física; el punto de vista de este trabajo es esencialmente topológico.

Básicamente, el cono proyectivo Lorentziano se presenta como unión de dos espacios cocientes.

Por último, mostramos propiedades topológicas de dicho cono proyectivo.

Autores: Eduardo Hulett
Lugar: FaMAF-CIEM, UNCba
Conferencia Invitada

El espacio reflector de $S(3,1)$

Dada una variedad Lorentziana 3-dimensional (M, g) se define su "fibrado reflector" $\pi : \mathcal{L} \rightarrow M$, cuya fibra \mathcal{L}_p sobre $p \in M$ es la pseudoesfera $\mathbb{S}^{1,1}(p)$ formada por los vectores $X \in T_p M$ con $g_p(X, X) = 1$. De este modo las fibras de $\pi : \mathcal{L} \rightarrow M$ tienen estructura de 2-variedad paracompleja (a diferencia del fibrado twistorial de M cuyas fibras son complejas, [B-R], [E-S], [H]).

En este trabajo se explora la geometría del fibrado reflector del espacio de De Sitter 3-dimensional $\mathbb{S}_1^3 = \{x \in \mathbb{R}_1^4 : \|x\|^2 = 1\}$ y se define una distribución $SO(3,1)$ -invariante \mathcal{H} en \mathcal{L} que determina la noción de mapa horizontal paracomplejo $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathcal{L}$, del plano \mathbb{R}^2 con la métrica de Lorentz g_L . Se prueba que una clase amplia de mapas armónicos Lorentzianos (o mapas de onda) $\phi : (\mathbb{R}^2, g_L) \rightarrow \mathbb{S}_1^3$ se obtienen por proyección de mapas paracomplejos horizontales $\Phi : (\mathbb{R}^2, g_L) \rightarrow \mathcal{L}$.

[B-R] F. Burstall, J. Rawnsley, *Twistor theory for Riemannian Symmetric spaces*, LNM Vol. 1424, Springer Verlag, 1990.

[E-S] J. Eells, S. Salamon, *Twistorial construction of harmonic maps of surfaces in four manifolds*, Ann. scuola Norm. sup. Pisa 12 (1985).

[H] E. Hulett, *On the twistor bundle of De Sitter space \mathbb{S}_1^3* , Beitrage zur Algebra und Geometrie (en prensa).

Lógica y Computabilidad

Organizan:

Manuela Busaniche - Roberto Cignoli

Autores: Alejandro Petrovich

Lugar: Facultad de Cs. Exactas - Universidad de Buenos Aires

Conferencia Invitada

La lógica trivalente de la teoría de formas cuadráticas sobre anillos

En este trabajo presentaremos algunas ideas y resultados que muestran la interacción entre la lógica trivalente de Lukasiewicz-Post y un área de actual investigación vinculada a las versiones axiomáticas de la teoría de formas cuadráticas sobre anillos conocidas como *la teoría de los espectros reales abstractos y los semigrupos reales*. Hemos descubierto algunas de estas conexiones durante el período 1999-2000. Parte de este trabajo se encuentra publicado en [2] y [3] y los resultados de los mismos son el punto de partida de un extenso programa de investigación basados en los siguientes puntos:

a) El reconocimiento de la inherente estructura trivalente del espectro real de un anillo.

b) El desarrollo de la *teoría de los espectros reales abstractos* considerados por M. Marshall en [4]. En esta monografía Marshall muestra la íntima relación que existe entre los espectros reales abstractos y la teoría (abstracta y sobre anillos) de formas cuadráticas.

c) El trabajo [1] de Dickmann y Miraglia donde se desarrolla la llamada *teoría de los grupos especiales*, que representan una teoría axiomática de las formas cuadráticas y que entre sus modelos figuran la teoría de las formas cuadráticas sobre cuerpos de característica diferente de dos y las álgebras de Boole.

Referencias

- [1] M. Dickmann, F. Miraglia, **Special Groups. Boolean-Theoretic Methods in the Theory of Quadratic Forms**, *Memoirs Amer. Math. Soc.* **689**, (2000).
- [2] M. Dickmann, A. Petrovich, **Abstract Real Spectra, Real Semigroups and Three-valued Logic**, *Séminaire de Structures Algébriques Ordonnées*, (F. Delon, M. Dickmann, D. Gondard, eds), Paris 7-CNRS Logique **73** (2002), 33 pp. (Extended Abstract)
- [3] M. Dickmann, A. Petrovich, **Real semigroups and Abstract Real Spectra. I**, *Contemporary Mathematics*, Vol. 344, 99-119 (2004).

- [4] M. Marshall, **Space of Orderings and Abstract Real Spectra**, *Lecture Notes Math.* **1636**, Springer-Verlag, Berlin, (1996).

Autores: Marta A. Zander

Lugar: Universidad Nacional del Sur - Bahía Blanca

Decomposability of the finitely generated free HBCK-algebra

We prove that, for $n > 1$, the n -generated free algebra $F_V(n)$ in any locally finite subvariety V of the variety of HBCK-algebras can be written in a unique nontrivial way as $\mathbf{L}_2 \times A'$, where A' is a directly indecomposable algebra in V . Precisely, we prove that the unique non-trivial pair of factor congruences of $F_V(n)$ is given by the deductive systems $[J]$ and $F_V(n) - (J)$, where the element J is recursively defined from the term $j(x, y) = ((x \rightarrow y) \rightarrow y) \rightarrow x \rightarrow x$ introduced by W. H. Cornish.

As an additional result we obtain a characterization of minimal irreducible deductive systems of $F_V(n)$ in terms of its coatoms.

Autores: Hernán San Martín
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Funciones compatibles en reticulados residuados conmutativos

En [3] se introduce ecuacionalmente una función uno - aria S denominada sucesor sobre la variedad de álgebras de Heyting, que resulta no ser un polinomio.

En [2] se extiende esta definición sobre la variedad de reticulados residuados conmutativos CRL , probándose la compatibilidad de la misma. Denominaremos $SCRL$ a la variedad de reticulados residuados conmutativos con sucesor, y SH a la subvariedad de álgebras de Heyting generalizadas con sucesor. El trabajo se divide en dos partes.

En primer lugar, estudiaremos algunas de las propiedades del sucesor sobre las variedades SH y $SCRL$. Por ejemplo, veremos que el sucesor preserva el ínfimo (si estamos en un reticulado distributivo), y que las funciones uno-arias que cumplen con ciertas condiciones permutan con el sucesor.

En segundo lugar, estudiaremos una familia de funciones compatibles introducidas en [1], familia que contiene como caso particular al sucesor. Para cada $L \in CRL$, y un polinomio $P : L \times L \rightarrow L$ dado, se define (de existir) una función $x \mapsto \min\{y \in L : P(x, y) \leq y\}$. Daremos también algunos ejemplos.

Referencias

- [1] J.L. Castiglione, M. Menni, Marta Sagastume, *Compatible operations on commutative residuated lattices* (abril de 2007).
- [2] J.L.Castiglioni, R.Ertola, M.Menni, M. Sagastume, *t-dense elements and some compatible functions in commutative residuated lattices*, draft.
- [3] Caicedo, X., Cignoli, R., *An algebraic approach to intuitionistic connectives*, Journal of Symbolic Logic, 66, N°4, 1620-1636 (2001).

Autores: Leonardo Manuel Cabrer, Manuela Busaniche

Lugar: CONICET - Universidad Nacional del Centro - Universidad Nacional del Litoral

Expositor: Leonardo Manuel Cabrer

Canonicidad en BL-álgebras

Dado un retículo distributivo $\mathbf{L} = \langle L, \wedge, \vee \rangle$, su extensión canónica \mathbf{L}^σ es un retículo distributivo doblemente algebraico que contiene a \mathbf{L} como un subretículo denso y compacto.

Si $\mathbf{A} = \langle A, \wedge, \vee, \{f_i\}_{i \in I} \rangle$ es un álgebra con reducto de retículo distributivo, la estructura de la extensión canónica permite definir en ella dos extensiones para cada f_i , llamadas la extensión canónica f_i^σ y la extensión canónica dual f_i^π .

Esto da al menos dos maneras de extender el álgebra \mathbf{A} a un álgebra del mismo tipo: la extensión canónica $\mathbf{A}^\sigma = \langle \langle A, \wedge, \vee \rangle^\sigma, \{f_i^\sigma\}_{i \in I} \rangle$ y la extensión canónica dual $\mathbf{A}^\pi = \langle \langle A, \wedge, \vee \rangle^\sigma, \{f_i^\pi\}_{i \in I} \rangle$. Una clase de álgebras es llamada σ -canónica (π -canónica) si es cerrada bajo extensiones canónicas (duales).

Las BL-álgebras fueron introducidas por Hájek como la contrapartida algebraica de la Lógica Básica. Las BL-álgebras son retículos distributivos acotados con dos operaciones.

En esta comunicación presentaremos un análisis detallado de la σ -canonicidad y π -canonicidad de las subvariedades de BL-álgebras. Los resultados más principales que presentaremos son los siguientes:

Teorema 1. Dada una subvariedad \mathcal{V} de BL-álgebras, las siguientes proposiciones son equivalentes:

1. \mathcal{V} es σ -canónica.
2. \mathcal{V} es generada por una familia finita de BL-cadenas finitas.

Teorema 2. Sea \mathcal{V} una subvariedad de BL-álgebras tal que existe en \mathcal{V} una cadena cuya descomposición en suma ordinal de Wajsberg Hoops posee un Wajsberg Hoop no finito. Entonces, \mathcal{V} no es π -canónica.

Teorema 3. Para cada $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ tenemos que la variedad generada por la cadena $\mathbf{L}_n \oplus \mathbf{G}$ es π -canónica. Donde \mathbf{L}_n es el álgebra de Lukasiewicz de n elementos y \mathbf{G} es cualquier álgebra de Heyting totalmente ordenada e infinita.

Autores: Víctor L. Fernández

Lugar: ICB (Area Matemática); Facultad de Filosofía, H. y Artes; Univ. Nacional de San Juan

Una demostración constructiva de completitud para la jerarquía $I^n P^k$

La jerarquía de lógicas $I^n P^k$ consiste en un conjunto de lógicas n -valentes que, en su mayoría, invalidan al mismo tiempo el principio de no contradicción y el principio de tercero excluido. Son una generalización de la lógica paraconsistente P^1 de Sette, y de la paracompleta I^1 , de Sette y Carnielli.

Dichas lógicas fueron definidas en [1], y estudiadas en [2]. Puede probarse que cada una de estas lógicas tiene una axiomática en el estilo de Rosser y Turquette (ver [3]); es decir que la cantidad de axiomas depende de la cantidad de valores de verdad de cada lógica. Por ende, uno de los problemas abiertos consiste en hallar una axiomática con una cantidad fija de axiomas para todas las lógicas de la jerarquía.

En esta comunicación se indica tal axiomática, con la siguiente característica adicional: la correspondiente demostración de completitud (con respecto a cada una de las lógicas) está basada en la demostración de L. Kalmár (ver [4]) de completitud de la lógica proposicional clásica, la cual es constructiva. Es decir, dada una tautología α de $I^n P^k$, puede indicarse una *demostración formal de α* con la axiomática respectiva.

Referencias

- [1] V.L. Fernández; *Semântica de Sociedades para lógicas n -valentes*. Tesis de maestría, IFCH/UNICAMP, 2001.
- [2] V.L. Fernández, M.E. Coniglio, J. Bueno; *An introductory study about the many-valued hierarchy $I^n P^k$* . Actas del "XIV Encontro da Sociedade Brasileira de Lógica". Rio de Janeiro, Brasil, 2006.
- [3] S. Gottwald; *A treatise on Many-Valued Logics*. Research Studies Press Ltd., 2001.
- [4] E. Mendelson; *Introduction to Mathematical Logic*. Van Nostrand Company, 2nd Edition, 1964.

Autores: Fernando Ramos, Mariana Furlán

Lugar: ICB (Área Matemática), Facultad de Filosofía, H. y Artes; Univ. Nacional de San Juan

Expositor: Fernando Ramos

Semántica de Estructuras Twist para las Lógicas de la Jerarquía $I^n P^k$

En el año 1977 M. Fidel y D. Vakarelov, de forma independiente (ver [2] y [4]), dieron una semántica algebraica alternativa a la lógica intuicionista fuerte de Nelson. Dicha semántica considera ciertas estructuras $R \subseteq A \times A^*$, siendo A un álgebra de Heyting y A^* su álgebra dual. Tales estructuras son conocidas en la literatura como *estructuras Fidel-Vakarelov* o *estructuras Twist*.

Nuestra intención es adaptar la técnica de Fidel-Vakarelov a otras lógicas, diferentes de la de Nelson. Por tal motivo, construimos estructuras Twist para la lógica paraconsistente $I^0 P^1$ definida en [3].

En tal construcción definimos las estructuras $R \subseteq B \times B^*$, siendo B un álgebra de Boole. Finalmente generalizamos esta técnica a la jerarquía $I^n P^k$, con $k, n \geq 0$, estudiadas en [1]. De esta forma, damos semánticas algebraicas alternativas a todas las lógicas mencionadas.

Referencias

- [1] V.L. Fernández, *Semántica de Sociedades para lógicas n -valentes*. Tesis de maestría, IFCH/UNICAMP, 2001.
- [2] M. M. Fidel, *An Algebraic Study of a Propositional System of Nelson*. Proceedings of the first Brazilian Conference on Mathematical Logic. (A. I. Arruda, N. C. A. da Costa, R. Chuaqui ed.); Marcel Dekker Inc.; New York, 1977.
- [3] A. M. Sette, *On the Propositional Calculus P^1* . *Mathematica Japonicae* 18. Págs: 173-180, 1973.
- [4] D. Vakarelov, *Notes on N -Lattices and constructive logic with strong negation*. *Studia Logica* 36(1), Págs: 109-125, 1977.

Autores: Verónica Quiroga, Isabel Pi

Lugar: ICB (Area Matemática). Facultad de Filosofía, H. y Artes. Univ. Nacional de San Juan

Expositor: Verónica Quiroga

Análisis de las F -estructuras asociadas a la Lógica C_w

A partir del estudio de los sistemas formales inconsistentes surge, creado por N. da Costa, la familia de lógicas C_n , teniendo todas ellas como una cota inferior a la lógica C_w . Las lógicas mencionadas pueden ser usadas como base para teorías inconsistentes no triviales. En el estudio de todas estas lógicas se definieron, en [1], ciertas estructuras adecuadas, llamadas actualmente estructuras de Fidel o F -estructuras (cf. [2]). La idea básica de dichas estructuras es la siguiente: ya que no puede encontrarse una relación de equivalencia compatible con la negación de dichas lógicas, entonces a cada elemento le corresponde un conjunto; el *conjunto de todas las negaciones correspondientes a ese elemento*. Por tal motivo, las F -estructuras pueden ser vistas, en realidad, como estructuras algebraico-relacionales.

Independientemente de su creación para resolver problemas de decidibilidad, las características fundamentales de estas estructuras nunca fueron estudiadas. En esta comunicación pretendemos, por lo indicado, mostrar algunas características de las F -estructuras asociadas a la lógica C_w y, sobre todo, de los conjuntos N_x , que contienen a las negaciones de cada elemento. Se puede observar por ejemplo que, en aquellas F -estructuras que son saturadas vale:

- Todo elemento es negación de 1.
- La única negación de 0 es 1.
- Los elementos incomparables no son negaciones mutuas.

Por otro lado, esta comunicación se discutirá, adicionalmente, el problema de la representación topológica de la clase de las F -estructuras acotadas.

Referencias

- [1] M. M. Fidel; *The Decidability of the Calculi C_n* . Reports on Mathematical Logic, 8; Págs: 31–40, 1977.
- [2] S. Odintsov; *Algebraic Semantics for Paraconsistent Nelson's Logic*. Journal of Logic and Computation, 13(4); Págs: 453–468, 2003.

Autores: Manuel Abad
Lugar: Universidad Nacional del Sur
 Conferencia Invitada

Congruencias factor en BCK-álgebras

Una *BCK*-álgebra es un álgebra $\langle A, \rightarrow, 1 \rangle$ de tipo $\langle 2, 0 \rangle$ que satisface las siguientes identidades y cuasiidentidad:

- (1) $(x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) \approx 1$,
- (2) $x \rightarrow x \approx 1$,
- (3) $x \rightarrow 1 \approx 1$,
- (4) $1 \rightarrow x \approx x$,
- (5) $x \rightarrow (y \rightarrow z) \approx y \rightarrow (x \rightarrow z)$,
- (6) $x \rightarrow y \approx 1$ y $y \rightarrow x \approx 1 \implies x \approx y$.

Las *BCK*-álgebras constituyen los $\{\rightarrow, 1\}$ -subreductos de los pocrim. Fueron introducidas por K. Iséki como los modelos algebraicos del *BCK*-cálculo de C. A. Meredith's, un cálculo no clásico que contiene la implicación como único conectivo proposicional. Las *BCK*-álgebras son una cuasivariiedad *BCK* que no es una variedad.

En este trabajo se caracterizan las congruencias factor en las *BCK*-álgebras. Como aplicación, se prueba que en cualquier subvariedad de *BCK*-álgebras, el álgebra libre sobre un conjunto infinito de generadores es indescomponible. Se estudia también la descomponibilidad de las álgebras libres en la variedad de los subreductos implicativos de los hoops (*HBCK*-álgebras) y en sus subvariedades. Se prueba que las álgebras libres en una subvariedad no *k*-potente de *HBCK* son indescomponibles, mientras que las álgebras libres finitamente generadas en subvariedades *k*-potentes tienen una única descomposición no trivial como producto directo de dos factores, y uno de ellos es el álgebra de Tarski con dos elementos.

Autores: A. V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani
Lugar: Universidad Nacional del Sur. Universidad Nacional de San Juan
Expositor: Alicia Ziliani

Marcos de Kripke para los retículos distributivos monádicos

En este trabajo determinamos una dualidad topológica entre las categorías de los retículos distributivos monádicos y la de los marcos de Kripke aumentados perfectos satisfaciendo ciertas propiedades, que extiende a la de Bezhnashvili indicada en [1] para las álgebras de Heyting monádicas.

Referencias

- [1] G. Bezhnashvili, *Varieties of monadic Heyting algebras. Part I*, *Studia Logica* 61, 3(1998), 367–402.
- [2] A. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani, *Monadic distributive lattices*. Por aparecer en *The Journal of IGPL*.

Autores: A. V. Figallo, N. Oliva, A. Ziliani

Lugar: Universidad Nacional de San Juan, Universidad Nacional del Sur

Expositor: N. Oliva

Sobre las congruencias de las pm -álgebras

Estas álgebras fueron introducidas en [1] con el nombre de álgebras de De Morgan pseudocomplementadas modales (o pm -álgebras). En [2] iniciamos el estudio de la subvariedad de las álgebras de De Morgan pseudocomplementadas que verifican la propiedad adicional: (M) $x \vee \sim x \leq x \vee *x$. En esta nota obtenemos resultados acerca de los subconjuntos del álgebra que caracterizan a las congruencias de una pm -álgebra, lo que nos permitió obtener propiedades relevantes de esta variedad.

Referencias

- [1] A. V. Figallo and P. Landini, *Notes on 4-valued modal algebras*, Preprints del Instituto de Ciencias Básicas, U. N. de San Juan, 1, 1(1996), 29–40.
- [2] A. V. Figallo, N. Oliva and A. Ziliani, *A note on pm -algebras*, Noticiero de la Unión Matemática Argentina, LIV Reunión de Comunicaciones Científicas, (2004), 52.

Autores: Diego Vaggione
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba
Conferencia Invitada

Computabilidad via funciones mixtas

Se desarrollarán algunos resultados clásicos de computabilidad usando una clase de funciones llamadas mixtas ya que combinan argumentos numéricos con alfabéticos. El enfoque permite hacer una presentación mas directa de los resultados evitando en muchos casos codificaciones de palabras por números.

Autores: A. V. Figallo, P. Landini, A. Ziliani
Lugar: Universidad Nacional de San Juan , Universidad nacional del Sur
Expositor: Paolo Landini

La subvariedad de Kleene de las álgebras de Ockham - Nelson

Los N -reticulados generalizados (o gNL) fueron introducidos por A. V. Figallo en [3] como una generalización de los N -lattices definidos por Rasiowa en [5] y llamados álgebras de Nelson A. Monteiro en [2]. Estas álgebras se obtienen omitiendo la ley de Kleene en la definición de Monteiro. Posteriormente en [4] hemos introducido a las álgebras de Ockham Nelson (o ON) como una generalización natural de los gNL , en donde hemos reemplazado la estructura de álgebra de De Morgan de un gNL por la de álgebra de Ockham definida en [1].

En esta nota investigamos la subvariedad ON que satisface la ley de Kleene, a la cuales hemos llamado kON -álgebras

Referencias

- [1] J. Berman, *Distributive lattices with an additional unary operation*, Aequationes Math., 16(1977), 165–171.
- [2] D. Brignole et A. Monteiro, *Caractérisation des algèbres de Nelson par des égalités II*, Proc. of the Japan Acad. 43, 4(1967), 284–285.
- [3] A. V. Figallo, *Notes on generalized N -Lattices*, Revista de la Unión Matemática Argentina, 35(1990), 61–65.
- [4] A. V. Figallo, P. Landini, A. Ziliani, *On the variety of Ockham - Nelson algebras*. Conference on “Residuated Structures and Many-valued Logics”. Grecia, 2004.
- [5] H. Rasiowa, *N -Lattices and constructive logic with strong negation*, Fundamenta Mathematicae, 46(1958), 61–80.

Autores: Aldo V. Figallo, María Jiménez

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Universidad Nacional de San Juan

Expositor: María Jiménez

qM_3 -retículos subdirectamente irreducibles

En este trabajo describimos las qM_3 -congruencias y las qM_3 -álgebras subdirectamente irreducibles de la variedad de los qM_3 -retículos introducidos en [1].

Referencias

- [1] A.V. Figallo y M. A. Jiménez. M_3 -retículos con un cuantificador. Resúmenes de comunicaciones científicas de la LVI Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina. B. Blanca, pag. 55, 2006.

Autores: Aldo V. Figallo, Claudia M. Gómes

Lugar: Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Claudia M. Gómes

Sobre las \mathbf{Df}_2 álgebras especiales

En esta nota introducimos la clase \mathbf{hmB} de las ternas (A, \exists, h) tales que (A, \exists) es un álgebra de Boole monádica y $h : A \rightarrow A$ es un automorfismo monádico de período k , donde k es un entero positivo.

Es bien conocido que en el caso de las álgebras de Boole finitas los automorfismos determinan a los cuantificadores, luego en el caso finito esta clase permite realizar una nueva descripción de la clase de las \mathbf{Df}_2 (ver [1]).

En particular, hemos descrito por medio de filtros especiales al retículo completo de las \mathbf{hmB} -congruencias de cualquiera \mathbf{hmB} -álgebra A , y esto nos ha permitido obtener propiedades importantes de esta clase ecuacional.

Referencias

- [1] Figallo, Martín; *Una contribución sobre la variedad de las álgebras cilíndricas de dimensión dos libres de elementos diagonales* Tesis de Magíster. Universidad Nacional del Sur.

Autores: A. V. Figallo

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Universidad Nacional de San Juan
 Conferencia Invitada

Sobre las álgebras residuadas de Lukasiewicz monádicas

Las álgebras de implicación de Abbot de 1967, o álgebras de Tarski de Monteiro de 1962, pueden ser presentadas de diversas maneras. Nosotros las definiremos aquí, de acuerdo con nuestras necesidades posteriores, como álgebras $\langle A, \rightarrow, 1 \rangle$ de tipo $(2, 0)$ satisfaciendo ciertas identidades

- $1 \rightarrow x = x,$
- $x \rightarrow (y \rightarrow x) = 1,$
- $(x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1,$
- $(x \rightarrow y) \rightarrow y = (y \rightarrow x) \rightarrow x,$
- $(x \rightarrow y) \vee (y \rightarrow x) = 1,$ donde $x \vee y := (x \rightarrow y) \rightarrow y,$
- $(x \rightarrow y) \vee x = 1.$

Esta variedad fue estudiada en detalle por Abott en su trabajo *Implicational algebras*, Bull. Math. Soc. Sc. Math. R.S. Roumaine, 11 (1967), 3-23.

A. Monteiro y L. Iturrioz, con el objeto de estudiar algebraicamente el $\{\forall, \rightarrow\}$ -cálculo proposicional monádico clásico, definieron las álgebras de Tarski monádicas como álgebras $\langle A, \rightarrow, \forall, 1 \rangle$ de tipo $(2, 1, 0)$ tales que $\langle A, \rightarrow, 1 \rangle$ es un álgebra de Tarski y \forall es un operador unario sobre A que satisface las identidades:

- $\forall 1 = 1,$
- $\forall x \vee x = x,$ donde $x \vee y$ es una abreviatura para $(x \rightarrow y) \rightarrow y,$
- $\forall(x \vee \forall y) = \forall x \vee \forall y,$
- $\forall(x \rightarrow y) \rightarrow (\forall x \rightarrow \forall y) = 1.$

Monteiro e Iturrioz extendieron los teoremas de representación de Halmos para las álgebras Boole monádicas por medio de álgebras de *equivalencia monádicas* y de álgebras *funcionales monádicas* al caso de las álgebras de Tarski monádicas.

En 1940 G. C. Moisil, para estudiar con técnicas algebraicas al cálculo trivalente de Lukasiewicz, del cuál hablaremos más adelante, introdujo a las álgebras de Lukasiewicz trivalentes, y en 1962 A. Monteiro presentó una versión ecuacional de estas álgebras. Por otra parte es bien conocida que estas álgebras son polinomialmente a las de Wajsberg trivalentes. Es decir, las álgebras de Wajsberg trivalentes también son modelos algebraicos del cálculo de Lukasiewicz trivalente.

L. Monteiro definió las álgebras de-Lukasiewicz 3-valuadas monádicas, la cuales permiten definir de manera natural a las a las álgebras de Wasjberg trivalentes monádicas, las cuáles serán polinomialmente equivalentes a las álgebras de-Lukasiewicz 3-valuadas monádicas.

Este resultado que acabamos de repasar es uno de los motivadores para la introducción de las clases de álgebras que presentaremos en esta exposición.

Autores: M. M. Fidel, A. V. Figallo

Lugar: Universidad Nacional del Sur. Universidad Nacional de San Juan

Expositor: M. M. Fidel

Semánticas algebraicas para la lógica de Moisil-Lukasiewicz de orden n

En este trabajo se introduce una clase especial \mathcal{L}_U de álgebras de Moisil-Lukasiewicz de orden n llamadas n -álgebras de Moisil. Los elementos de una n -álgebra de Moisil son $2n$ -uplas de ciertos elementos denominadas n -uplas de Moisil-Lukasiewicz. Entonces se prueba que toda álgebra de Lukasiewicz-Moisil A de orden n es isomorfa a un álgebra de Moisil-Lukasiewicz de orden n de $\mathcal{L}_U(A)$.

La importancia de \mathcal{L}_U radica en el hecho que sus elementos pueden utilizarse para obtener nuevas semánticas para las lógicas n -valuadas relacionadas con las lógicas de Lukasiewicz n -valuadas estudiadas por M. M. Fidel en [1].

Referencias

- [1] M. M. Fidel, *Semantic models of modal logic in n -valued logics*, Proceedings of the Fourth "Dr. Antonio A. R. Monteiro" Congress on Mathematics, (Bahía Blanca, 1997), 167 - 177, Univ. Nac. del Sur, Bahía Blanca, 1997.

Autores: Martín Figallo
Lugar: UNS - Bahía Blanca

Sobre los operadores de Moisil en el cálculo proposicional de Lukasiewicz
 $(n + 1)$ -valuado

A. V. Figallo en [1] estudió la clase de álgebras $\langle A, \rightarrow, \sigma_1, 1 \rangle$ generada por el álgebra $\langle C_{n+1}, \rightarrow, \sigma_1, 1 \rangle$, donde $C_{n+1} = \{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1\}$, la operación \rightarrow está definida por la prescripción $x \rightarrow y = \min\{1, 1-x+y\}$ y $\sigma_1 : C_{n+1} \rightarrow C_{n+1}$ está definida por la prescripción $\sigma_1 1 = 1$ y $\sigma_1 x = 0$ en otro caso.

En esta nota describimos un método para construir $\sigma_t : C_{n+1} \rightarrow C_{n+1}$, de modo tal que verifiquen

$$\sigma_t \left(\frac{j}{n} \right) = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{j}{n} \leq \frac{n-t}{n}, 1 \leq j, t \leq n \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

A partir de este resultado se puede obtener fácilmente una construcción de los funtores de Moisil $\sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$, en el $\{\rightarrow, \sigma_1\}$ -fragmento del $\{\rightarrow, \sim\}$ -cálculo proposicional de Lukasiewicz $(n + 1)$ -valuado, similar a la de Suchón dada en [2].

Referencias

- [1] A. V. Figallo. $(n + 1)$ -valued C-algebras with an additional operation. Actas del Congreso Dr. Antonio Monteiro, 6 (2001), 137–148.
- [2] W. Suchoń, *Definitions des foncteurs modaux de Moisil dans le calcul n-valent des propositions de Lukasiewicz avec implication et negation*, Rep. on Math. logic, 2 (1974), 43–48.

Autores: Sergio A. Celani

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas- UNICEN- CONICET

Conferencia Invitada

Bisimulaciones y propiedades de saturación en lógica modal monotónica

Una lógica modal monotónica es una lógica proposicional Λ con un operador modal Δ que cumple únicamente la propiedad de monotonía respecto al operador Δ , es decir, si $\varphi \rightarrow \psi \in \Lambda$, entonces $\Delta\varphi \rightarrow \Delta\psi \in \Lambda$. Para interpretar semánticamente a estas lógicas se utiliza los marcos y modelos monotónicos. Un marco monotónico es una estructura $\mathcal{F} = \langle X, R \rangle$ donde X es un conjunto y R es un subconjunto del producto $X \times \mathcal{P}(X)$ tal que para todo elemento x de X , la imagen $R(x)$ es un conjunto creciente bajo la relación de inclusión. Este tipo de lógicas tienen actualmente importancia por diversas aplicaciones a ciertas áreas de la Computación Teórica e Inteligencia Artificial.

El proposito de esta charla es presentar la noción de bisimulación entre modelos monotónicos, y estudiar ciertas propiedades de saturación, como modelos compactos, punto cerrados, punto-compactos y m -saturados. Dichas propiedades sirven, entre otras cosas, para dar condiciones suficientes para que la relación de equivalencia entre dos modelos sea una bisimulación, y para dar una prueba de que la clase de todos los modelos m -saturados es una clase de Hennessy-Milner maximal.

Una propiedad importante en los modelos de Kripke para las lógicas modales normales es que las extensión por ultrafiltros de cualquier modelo es un modelo m -saturado. La pregunta usual es si para modelos monotónicos tenemos algún concepto similar. Vamos a probar que en realidad es posible dar dos tipos de extensiones m -saturadas para modelos monotónicos, la usual extensión por ultrafiltros y una nueva noción llamada extensión valuada. Veremos que estas dos tipos de extensiones están estrechamente relacionadas. Estas dos extensiones se pueden ver como un tipo de completamiento de un modelo monotónico.

Los resultados son presentados de una perspectiva general utilizando herramientas algebraicas y topológicas. Por ejemplo, ciertas propiedades de saturación en modelos monotónicos se pueden expresar más claramente mirando a los modelos como espacios topológicos e introduciendo una nueva topología en el conjunto de los subconjuntos cerrados o compactos del espacio inicial. Nociones tales como la de m -saturación se pueden caracterizar en términos de estos espacios topológicos diciendo que un espacio es m -saturado si la imagen del cualquier punto está formada por conjuntos cer-

rados (o compactos) y este conjunto es la vez un conjunto compacto en el hiperespacio asociado al espacio inicial.

Vamos a finalizar comentando algunos problemas abiertos, cuales son las dificultades encontradas y posibles caminos de solución.

Autores: C. Tsinakis

Lugar: Universidad de Vanderbilt, Nashville, USA

Conferencia Invitada

Residuated Structures: their algebra and logic

The focus of this talk is substructural logics. *Substructural logics* are non-classical logics that are weaker than classical logic, in the sense that they lack one or more of the structural rules of contraction, weakening and exchange in their Genzen-style axiomatization. These logics encompass a large number of non-classical logics related to computer science (linear logic), linguistics (Lambek Calculus), philosophy (relevant logics), and many-valued reasoning.

The following are among the objectives of the talk:

- Propose a uniform framework for the study of the algebraic counterparts of substructural propositional logics. These algebras, referred to as *residuated lattices*, have a recently discovered rich structure theory.
- Show how the algebraic theory of residuated lattices can produce powerful tools for the comparative study of substructural logics.
- Stress that the bridge algebraic logic builds is beneficial to both algebra and logic, and that an in depth study of residuated lattices requires the use of logical and proof-theoretic techniques.

Autores: Aldo Figallo Jr.

Lugar: Universidad Nacional de San Juan. Universidad Nacional del Sur.

Álgebras de Lukasiewicz-Moisil de orden n libres sobre conjuntos ordenados

En esta nota se continúa con el estudio de la construcción presentada en [2]. Se observa que dicha construcción puede ser generalizada a toda variedad generada por un número finito de álgebras, donde las mismas pueden ser o no finitas.

Esta construcción suministra un algoritmo para obtener la mencionada álgebra libre, y al aplicarlo al caso de las álgebra de-Lukasiewicz-Moisil de orden n ([1]), se obtienen resultados que generalizan los indicados en [3].

Referencias

- [1] V. Boiescu, A. Filipoiu, G. Georgescu, S. Rudeanu, *Lukasiewicz-Moisil Algebras*, Annals of Discrete Mathematics 49, North-Holland, 1991.
- [2] A. Figallo Jr., *Free algebras over a poset*, Algebraic and Topological Methods in Non-Classical Logics II, Barcelona, 2005.
- [3] A. V. Figallo, L. Monteiro and A. Ziliani, *Free Three-valued Lukasiewicz, Post and Moisil Algebras over a Poset*, IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic 1990. 433-435.

Autores: A. V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani
Lugar: Universidad Nacional de Sanjuan y Universidad Nacional del Sur
Expositor: Inés Pascual

Congruencias booleanas en las álgebras de Lukasiewicz θ -valuadas sin negación

Es bien conocido que las álgebras de-Lukasiewicz θ -valuadas (o Lk_θ -álgebras) (ver [1, 2]) no constituyen una variedad ya que existen Lk_θ -álgebras cuyas congruencias no producen álgebras cocientes que sean Lk_θ -álgebras. Nosotros llamaremos θLk_θ -congruencias a las Lk_θ -congruencias tales que las álgebras cociente son Lk_θ -álgebras.

En esta nota, entre otros resultados probamos que las Lk_θ -congruencias booleanas son también θLk_θ -congruencias y determinamos los filtros que las definen. Además establecemos condiciones necesarias y suficientes para que una Lk_θ -congruencia principal sea booleana.

Referencias

- [1] C. Boicescu, A. Filipoiu, G. Georgescu and S. Rudeanu, *Lukasiewicz-Moisil Algebras*, North-Holland, 1991.
- [2] A. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani, *Dualidades para las álgebras de-Lukasiewicz θ -valuadas con y sin negación*. Por aparecer.

Autores: Cristina Canals Frau
Lugar: Universidad Nacional de San Juan

Congruencias principales de las álgebras de Heyting modales
 $(n + 1)$ -valuadas

En este trabajo se caracterizan las congruencias principales de las álgebras de Heyting modales $(n + 1)$ -valuadas (ver [1, 2]). Más precisamente, se prueba que las congruencias principales son ecuacionalmente definibles, que satisfacen la P.E.C., y que su estructura algebraica es la de un álgebra de Boole.

Referencias

- [1] M. Canals Frau, A.V. Figallo, $(n + 1)$ -valued modal implicative Semi-lattices , Proceedings of the twenty second international symposium on multiple valued Logic, Sendai, Japon,1992, 190–196.
- [2] M. Canals Frau, J. Carrizo, A.V. Figallo, I. Pelegrina. Dualidades para las álgebras de Heyting $(n + 1)$ -valuadas con operaciones adicionales. LVI Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina. Universidad Nacional del Sur, 2006.

Optimización Combinatoria y Grafos

Organizan:

Guillermo Durán - Graciela Nasini

Autores: Nestor Aguilera

Lugar: Universidad Nacional del Litoral, CONICET

Conferencia Invitada

Poliedros Asociados a Matrices circulantes

Dada una matriz $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con coeficientes 0-1, y un vector objetivo $c \in \mathbb{R}_+^n$, dos problemas fundamentales en optimización combinatoria son el de *empaquetamiento*,

$$\text{máx } \{c \cdot x : Mx \leq 1, x \in \{0, 1\}^n\},$$

y el de *cubrimiento*,

$$\text{mín } \{c \cdot x : Mx \geq 1, x \in \{0, 1\}^n\},$$

en los que la restricción $x \in \{0, 1\}^n$ hace que, en general, estos problemas sean difíciles de resolver en la práctica.

Si se cambia la restricción binaria pidiendo sólo $x \in \mathbb{R}^n, x \geq 0$, los problemas se pueden resolver en forma eficiente mediante programación lineal, y se habrá resuelto el problema si el óptimo se obtiene en un vértice entero del poliedro correspondiente,

$$P = \{x \in \mathbb{R}_+^n : Mx \leq 1\} \quad \text{para el caso de empaquetamiento,}$$

y

$$P = \{x \in \mathbb{R}_+^n : Mx \geq 1\} \quad \text{para el caso de cubrimiento.}$$

Si el óptimo no fuera entero, entonces pueden agregarse nuevas restricciones (achicando los poliedros). De aquí que un estudio de los vértices y las facetas de las cápsulas convexas de las soluciones 0-1 factibles, sea de sumo interés.

En esta charla veremos algunos resultados recientes, repasando algunos resultados clásicos, cuando la matriz de restricciones es una matriz *circulante*, de la forma

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde una serie de k unos consecutivos y $n - k$ ceros consecutivos se rota cíclicamente.

Autores: Santiago Balseiro, Irene Loiseau, Juan Ramonet

**Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires,
Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires**

Expositor: Santiago Balseiro

Algoritmo de colonia de hormigas para un problema de ruteo de vehículos con distancias dependientes del tiempo.

Los problemas de Ruteo de Vehículos (VRP) en su forma general, consisten en determinar un conjunto óptimo de rutas para un conjunto de vehículos brinden servicio a un conjunto de clientes. Tal cual aparece en la vida real el problema puede tener muchas restricciones adicionales diferentes, como por ejemplo la capacidad de los vehículos, el tiempo máximo que un chofer puede trabajar, limitaciones en la longitud de las rutas, horarios en los cuales los clientes pueden ser servidos, los tiempos que demanda el servicio en cada cliente, etc. El objetivo a minimizar en la mayoría de los casos es la distancia total recorrida por la flota o el tiempo total que lleva completar todas las rutas. Los problemas de ruteo pueden modelarse en forma inmediata como problemas de grafos. En los trabajos clásicos los tiempos de recorrer cada arco se suponen constantes y dependientes de la distancia recorrida. En este trabajo abordamos una variante del problema (TDVRPTW) que toma en cuenta que este tiempo, sobretodo en modelos de problemas en la ciudad, puede tener variaciones significativas según la hora del día u otros factores. Consideramos también que hay ventanas de tiempo en las cuales se tiene que atender a los clientes.

Se propuso una nueva formulación para el problema como problema de programación lineal entera que disminuye el número de variables respecto de la formulación más conocida propuesta por Malandraki. Sin embargo, dado que el problema TDVRPTW es NP-Hard, se propone en este trabajo un algoritmo heurístico basado en Colonia de Hormigas. Esta técnica metaheurística, relativamente reciente está inspirada en el comportamiento cooperativo de las hormigas en su búsqueda de alimento. Ha mostrado ser muy robusta para proveer buenas soluciones para problemas de optimización combinatoria. Para testear nuestro algoritmo usamos las conocidas instancias de Solomon para el VRPTW, dado que no encontramos en la literatura o en la WEB, instancias disponibles para nuestro caso. Los datos de dichas instancias fueron modificadas apropiadamente para poder representar problemas con dependencia del tiempo. Los resultados obtenidos hasta el momento, comparados con resultados recientes de la literatura son muy

buenos. También se testeó el algoritmo en un caso real de una empresa.

Autores: Irene Loiseau , Nelson Maculan

Lugar: Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, COPPE, Universidad Federal de Rio de Janeiro

Expositor: Irene Loiseau

Un algoritmo de generación de columnas para el problema del cubrimiento mínimo de un grafo por ciclos acotados

Presentamos una nueva versión de un algoritmo de generación de columnas para el problema de determinar un recubrimiento de los ejes de un grafo por ciclos acotados de costo mínimo (Bounded Cycle Cover). Dado un grafo con costos o pesos asignados a los ejes el objetivo es determinar un conjunto de ciclos acotados de mínimo costo en el grafo, de modo tal que cada eje del grafo pertenezca al menos a uno de los ciclos del cubrimiento. El problema puede ser formulado como problema de programación lineal entera como un problema de Set-Covering. En esta nueva versión se genera una solución inicial mediante un algoritmo heurístico tipo Tabu Search. La generación de columnas se hace ahora, en primer lugar usando heurísticas basadas en determinar la base de ciclos de un grafo o en el problema del cartero chino, y después como en la versión anterior, usando un modelo de flujo que se traduce en un modelo de programación lineal entera mixta. El algoritmo fue testeado en problemas de la literatura y también contra la cota que provee el conocido problema del Cartero Chino. También se puede observar que el algoritmo puede ser usado como una muy buena heurística generando sólo un número limitado de columnas en cada nodo del Branch & Bound o limitando el número de iteraciones de cada LP.

Autores: Gabriela R. Argiroffo, Silvia M. Bianchi

Lugar: Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Gabriela R. Argiroffo

El índice de no-idealidad de matrices circulantes

Una matriz M es *ideal* si el poliedro $Q(M) = \{x : Mx \geq 1, x \geq 0\}$ es entero, es decir si $Q(M) = Q^*(M) = \text{conv}(Q(M) \cap \mathbb{Z}^n)$.

En [2] se ha definido un índice de no-idealidad de una matriz M , como $\max\{t : Q(M) \subset tQ^*(M)\}$, que satisface

$$\text{ini}(M) \leq \min\left\{\frac{n_i}{\tau(M_i)\tau(b(M_i))}, i = 1, \dots, s\right\}, \quad (21)$$

donde M_i es un menor de M y $\tau(M_i)$ y $\tau(b(M_i))$ son los números de cubrimiento de M_i y de su blocker, respectivamente. Además, si M es mínimamente no-ideal, (21) es una igualdad.

Si M es una matriz circulante C_n^k , a partir de una caracterización de los puntos extremos fraccionarios de $Q(C_n^k)$ dada en [1], veremos en este trabajo, que las matrices mínimamente no-ideales no constituyen la única familia donde (21) se satisface por igualdad. Probaremos que si C_n^k es una matriz circulante y si $C_{n_i}^{k_i}$, $i = 1, \dots, s$ son sus menores circulantes con n_i y k_i primos relativos, entonces

$$\text{ini}(C_n^k) = \min\{\text{ini}(C_{n_i}^{k_i}) : i = 1, \dots, s\}.$$

Utilizando este resultado, obtendremos cotas para el índice de no-idealidad de matrices circulantes y podremos determinarlo exactamente en ciertas subfamilias de las mismas.

Finalmente, veremos la analogía entre el índice de no-idealidad de las matrices circulantes y el índice de imperfección definido en [4] sobre grafos webs, estudiado en [3].

Referencias

- [1] G. R. Argiroffo, S. M. Bianchi, *On the set covering polyhedron of circulant matrices: deriving facets and characterizing all fractional extreme points*, preprint.

- [2] G. R. Argiroffo, S. M. Bianchi, G. L. Nasini, *Clutter nonidealness*, Discrete Applied Mathematics, 154, pp. 1324–1334, 2006.
- [3] S. Coulonges, A. Pêcher, A. Wagler, *Characterizing and bounding the imperfection ratio for some classes of graphs*, to appear in Mathematical Programming A.
- [4] S. Gerke, C. McDiarmid, *Graph imperfection*, Journal of Combinatorial Theory B, 83, pp. 58–78, 2001.

Autores: Liliana Alcón, Luerbio Faria, Celina H. de Figueiredo, Marisa Gutierrez.

Lugar: UNLP - UFRJ

Expositor: Liliana Alcón

Subgrafos inducidos que son clique-Helly, clique-Helly hereditarios o grafos clique.

Un *completo* de un grafo $G = (V, E)$ es un subconjunto de V que induce un subgrafo completo. Un *clique* es un completo maximal respecto de la relación de inclusión. Denotamos $\mathcal{C}(G)$ a la familia de cliques de G . El *grafo clique de G* , $K(G)$, es el grafo intersección de $\mathcal{C}(G)$. Se dice que:

- G es un *grafo clique* si existe H tal que $G = K(H)$.
- G es un *grafo clique-Helly* si $\mathcal{C}(G)$ satisface la propiedad de Helly.
- G es un *grafo clique-Helly hereditario* si todo subgrafo inducido de G es clique Helly.

La clase de los grafos clique-Helly hereditarios (**hKH**) está contenida en la clase de los grafos clique-Helly (**KH**) la cual, a su vez, está contenida en la clase de los grafos clique (**K**). Los grafos clique y sus subclases han sido ampliamente estudiados, en el contexto de grafos de intersección y en el de operadores en grafos.

Un resultado conocido es que las clases **hKH** y **KH** son reconocibles polinomialmente. Recientemente probamos que por el contrario el reconocimiento de los grafos en **K** es un problema NP-completo [*]. En el presente trabajo consideramos los problemas de decisión: dado un grafo $G = (V, E)$ y un entero $k \geq 0$, determinar si existe un subconjunto $V' \subseteq V$, con $|V'| \geq k$, tal que el subgrafo inducido $G[V']$ sea, respectivamente, clique, clique-Helly o clique-Helly hereditario. El primer problema es claramente NP-completo por [*]; ahora probamos que los otros dos problemas son también NP-completos, aún restringidos a grafos planares con grado máximo 6. Consideramos también los correspondientes problemas de optimización: hallar el máximo subgrafo inducido que sea, respectivamente, clique, clique-Helly o clique-Helly hereditario. Probamos que estos problemas son Max SNP-hard, aún restringidos a grafos con grado máximo 6. Generalizamos estos resultados para otras clases de grafos.

Finalmente mostramos un algoritmo de aproximación para minimizar la cantidad de vértices que deben ser removidos de un grafo para obtener un

subgrafo clique-Helly hereditario. El algoritmo obtiene una solución de tamaño a lo sumo 6 veces la solución óptima.

Referencias

- [1] A. Brandstädt, V.B. Le, J.P. Spinrad. *Graph Classes: A survey*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 1999.
- [2] C. H. Papadimitriou and M. Yannakakis. Optimization, approximation, and complexity classes. *J. Comput. System Sci.*, 43:425–440, 1991.
- [3] J. L. Szwarcfiter. A survey on Clique Graphs. In *Recent Advances in Algorithmic Combinatorics*, C. Linhares-Sales and B. Reed, eds., Springer-Verlag, 2002.

Autores: Teresa Braicovich, Elsa Osio
Lugar: Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Teresa Braicovich

Sobre el Polinomio Característico de grafos $(2,1)$ adjuntos

Dos temas de relevancia en la Teoría de Grafos son Adjunción y Espectro, referido este a polinomios característicos, autovalores y autovectores.

En particular, en este caso, se toman digrafos y grafos $(2,1)$ adjuntos. Estos últimos, son grafos no dirigidos que se definen a partir del concepto de digrafos (h,j) adjuntos y digrafos $(2,1)$ adjuntos. En este trabajo, considerando grafos carentes de bucles y de aristas paralelas, se presentan determinados coeficientes de los polinomios característicos de las matrices de adyacencia de ellos, de sus adjuntos y de sus $(2,1)$ adjuntos. Basándonos en el Teorema de Sachs y en un corolario que surge directamente del mismo, se deducen ciertos coeficientes del polinomio característico del $(2,1)$ adjunto de G , sin necesidad de hallar el mismo, serán encontrados directamente a partir del grafo G dado. Para hallar algunos de estos valores se recurre a distintos conjuntos de vértices y de aristas independientes y también a subgrafos de máximo orden completos. Por último, se plantean situaciones relacionadas con el espectro de estas estructuras para el grafo sostén de ciertos digrafos $(2,1)$ adjuntos.

Autores: Flavia Bonomo
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Conferencia Invitada

Sobre coloreos $L(2,1)$ de grafos

El problema de $L(2,1)$ -coloreo surge de aplicaciones reales relacionadas con asignación de frecuencias. Un $L(2,1)$ -coloreo en un grafo $G = (V, E)$ es una función $f : V \rightarrow \mathbb{N}_0$ tal que si v y w son vértices adyacentes, $|f(v) - f(w)| \geq 2$ y si v y w son vértices a distancia 2, $f(v) \neq f(w)$. Se busca el mínimo λ en \mathbb{N}_0 tal que el grafo es $L(2,1)$ -coloreable con los colores $0, 1, \dots, \lambda$. Es fácil ver que $\lambda \geq \Delta(G) + 1$, donde $\Delta(G)$ es el grado máximo del grafo.

Dada la índole práctica del problema, es de interés encontrar algoritmos polinomiales para resolverlo en algunas clases de grafos. Otro problema abierto consiste en acotar λ superiormente en función del grado del grafo. Al respecto existe una conjetura, demostrada actualmente solo para ciertas clases muy simples de grafos.

En esta charla revisaremos el estado del arte del problema de $L(2,1)$ -coloreo y sus generalizaciones, y mostraremos algunos avances recientes en la clase de grafos de bloque (grafos cuyas componentes biconexas son completas), resultado del trabajo en colaboración con Márcia R. Cerioli (UFRJ, Brasil).

Autores: Pablo Rey
Lugar: Universidad de Chile
Conferencia Invitada

La investigación de operaciones como fuente de desafíos y oportunidades

En esta charla presentaremos algunos desarrollos recientes en Chile donde estuvimos involucrados miembros del DII de la Universidad de Chile. Comentaremos aplicaciones que van desde la planificación de explotación de bosques cultivados al apoyo a la operación de empresas de transporte público.

En cada caso, discutiremos la aplicación de técnicas de investigación de operaciones a problemas prácticos, los beneficios de hacerlo y los desafíos que significa. Dedicaremos particular interés a las oportunidades que este tipo de trabajos brindan para el desarrollo y aplicación de técnicas matemáticas tanto en el modelamiento como en la solución de los problemas resultantes.

Autores: Cristian Martinez, Silvia Rodríguez

Lugar: Universidad Nacional de Salta

Expositor: Cristian Martinez

Resolución de un problema de recolección de residuos con ventanas de tiempos aplicando algoritmos híbridos

El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) tiene como objetivo la determinación de rutas óptimas para vehículos que sirven a un conjunto de clientes, con la restricción de que cada cliente tiene un horario predeterminado en el cual puede ser atendido. En este trabajo se aborda un problema de VRPTW dinámico, en el cual se trata de diseñar rutas para vehículos que deben hacer entregas a clientes. Cada pedido tiene una localización espacial y una banda horaria durante la cual se debe realizar la entrega. Mientras se está construyendo una solución pueden ingresar nuevos pedidos, o extraerse conjuntos de pedidos del sistema. El método de optimización debe tener en cuenta estos cambios on-line..

Este problema es de suma importancia en empresas de logística, que incluyan entre sus servicios la entrega de productos a corto plazo y donde el conjunto de pedidos se modifique frecuentemente.

Dado que el problema estático VRPTW es NP-Hard, este problema también lo es. Por eso en este trabajo presentamos un algoritmo heurístico basado en Búsqueda Tabú, combinado con búsqueda local a partir de las mejores soluciones. De esta forma se obtienen buenas soluciones, en un tiempo muy corto de procesamiento, acorde a lo que se requiere en este tipo de aplicaciones. En el marco del desarrollo del algoritmo tabú se estudiaron varias estrategias de construcción de rutas y definición de vecinos, algunas de ellas basadas en las estrategias exitosas para el problema estático.

No encontramos ni en la bibliografía ni en la WEB, ninguna instancia de problemas de ruteo on-line con ventanas de tiempo, como para poder comparar nuestros resultados. Entonces en un principio, comparamos los resultados con algunas de las conocidas instancias de Solomon, correspondientes a la versión estática del problema, (es un caso particular de nuestro problema). Posteriormente se implementó una herramienta para generar casos de prueba dinámicos, donde los pedidos tuvieran una distribución aleatoria tanto temporal como espacial. En ambas situaciones los resultados obtenidos fueron muy satisfactorios. También se desarrolló una interfaz gráfica para ver el estado de la simulación a medida que iba avanzando.

Autores: Isabel Méndez-Díaz, Paula Zabala, Abilio Lucena

Lugar: Depto. de Computación, FCEyN, UBA

Expositor: Paula Zabala

A Branch-and-Cut Algorithm for the Deliveryman Problem

The Traveling Deliveryman Problem, *DMP*, is a generalization of the Minimum Cost Hamiltonian Path Problem where the starting vertex of the path, i.e. a depot vertex, is fixed in advance and the cost associated with a Hamiltonian path equals the sum of the costs for the layers of paths (along the Hamiltonian path) going from the depot vertex to each of the remaining vertices. Applications of *DMP* frequently arise in delivery situations where some kind of fairness criteria (for the visiting of clients) must be enforced.

DMP is known to be NP-hard for arbitrary graphs. The practical importance of the problem makes necessary to devise algorithms capable of solving, in acceptable computational times, medium to moderate instances arising in real-world applications. A lot of work has been spent in an attempt to develop efficient algorithms for the problem, mainly by using approximation algorithms and heuristic techniques to deal with large instances. Relatively few methods for solving the problem exactly can be found in the literature.

Like most optimization problems on graphs, *DMP* can be formulated as a linear integer programming problem. LP-based Branch-and-Cut algorithms are currently the most successful tool to deal with these models computationally. However, the amount of research effort spentable set.

In this work, we present a new attempt to solve *DMP* by this method is not comparable with that devoted to other problems, like TSP or maximum s integer programming formulation for *DMP*. We develop a polyhedral study of the polytope associated with the proposed model in order to derive families of facet-defining inequalities.

Branch-and-Cut implementations that take advantage of the particular structure of the problem under consideration have proved to be the most successful. In this sense, the use of cutting planes arising from a polyhedral study of the feasible solution set allowed many instances of hard combinatorial optimization problems to be solved to proven optimality for the first time.

We develop a Branch-and-Cut algorithm based on our theoretical polyhedral results. We also take into account many others factors like preprocessing, search and branching strategies, lower and upper bounds and strengthening of the LP-relaxation.

Autores: J.J. Miranda-Bront, I. Méndez-Díaz, G. Vulcano

Lugar: FCEyN, UBA / FCEyN, UBA / Stern School of Business, NYU

Expositor: J.J. Miranda-Bront

Un algoritmo de generación de columnas para la gestión de ingresos bajo preferencias de clientes

La disciplina conocida como *revenue management* se ocupa, entre otras cosas, de establecer políticas de control sobre distintos recursos con el objetivo de maximizar los ingresos. Ésta puede ser utilizada en diferentes áreas de servicios, por ejemplo en las aerolíneas, hoteles, ferrocarriles, etc.

En los últimos años, ha habido una nueva tendencia a enriquecer los modelos tradicionales de *revenue management* basados en el paradigma de demanda independiente (que asume que la demanda para cada producto es independiente, que los clientes arriban en un orden creciente en función de las tarifas de los productos, etc.) mediante la incorporación del comportamiento selectivo de los clientes.

Una forma de describir este comportamiento selectivo es asumir que cada cliente pertenece a un *segmento* que se caracteriza por su respectivo *consideration set*, es decir, un subconjunto de los productos que ofrece la compañía que el cliente considera como potenciales opciones. El cliente elige un producto en particular de acuerdo al criterio *multinomial-logit*, un modelo frecuentemente utilizado en la literatura de *marketing*.

En este trabajo, en particular nos centramos en *revenue management* aplicado a aerolíneas y consideramos el modelo determinístico de programación lineal basado en elección (CDLP) propuesto por Gallego et al., y la heurística de descomposición por programación dinámica propuesta por van Ryzin y Liu. Hasta el momento, los modelos que aparecen en la literatura son restrictivos desde el punto de vista práctico dado que no permiten superposición entre segmentos de clientes. En este trabajo abordamos el problema eliminando esta restricción y permitimos que los segmentos tengan productos en común, pudiendo así modelar situaciones reales.

El modelo de programación lineal propuesto por Gallego et al. tiene un número exponencial de variables, con lo cual desarrollamos un algoritmo de generación de columnas para resolverlo. El correspondiente subproblema de generación de columnas resulta en un problema de *programación hiperbólica 0-1*, y probamos que el mismo es NP-Completo. Considerando el entorno donde éste será utilizado, es fundamental poder resolverlo en forma eficiente. Por esta razón, utilizamos dos técnicas distintas: una heurística golosa para

obtener una solución aproximada en forma eficiente, y un modelo lineal entero mixto para resolverlo en forma exacta.

Para comparar la performance de las distintas políticas de control que incorporan la noción del comportamiento selectivo con una política basada en el modelo de demanda independiente, realizamos una serie exhaustiva de tests computacionales en un ambiente de simulación. También realizamos mediciones de tiempo para cada método, con el fin de evaluar si pueden ser aplicados en la práctica. Nuestros resultados computacionales muestran que incorporar al modelo el comportamiento selectivo de los clientes mejora significativamente los ingresos obtenidos y que la heurística golosa es muy efectiva. El método general presenta un buen potencial para ser aplicado en la práctica y lleva a soluciones de alta calidad.

Autores: Valeria A. Leoni, Graciela L. Nasini

Lugar: Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Valeria A. Leoni

Flexibilidad en problemas de optimización combinatoria sobre la intersección de dos matroides

El concepto de *flexibilidad* está asociado a una subestructura que, en un determinado rango de posibles estados, garantiza la misma *eficiencia* que la estructura original. Este concepto surge en el contexto de redes de intercambiadores de calor en ingeniería química y puede ser extendido naturalmente a muchos problemas de optimización.

En trabajos previos hemos abordado el estudio de la flexibilidad en problemas de optimización combinatoria. En términos de la teoría de complejidad computacional de problemas, y bajo ciertas hipótesis suficientemente generales, se probó que el problema de flexibilidad es siempre al menos tan difícil como el de optimización asociado. Sin embargo, problemas polinomiales como *Camino más corto* y *Mínimo corte* tienen problemas de flexibilidad NP-completos.

A raíz de su caracterización a través de los algoritmos golosos, los problemas de optimización sobre *matroides* son considerados «los más fáciles». Éstos resultaron ser los únicos para los cuales se pudo probar que sus problemas de flexibilidad son polinomiales. Este resultado lleva a preguntarse «cuán fácil» debe ser un problema de optimización para determinar un problema de flexibilidad polinomial. En este trabajo se intenta avanzar en este sentido.

En primer lugar, se logra relajar hipótesis en varios de los resultados del estudio general de los problemas de flexibilidad asociados a problemas de optimización combinatoria. De esta manera, se unifican pruebas y resultados.

Por otra parte, en referencia a la pregunta pendiente y en la búsqueda de una familia de problemas de optimización «un poco más difíciles» que los problemas sobre matroides, resulta natural considerar aquellos en los cuales se optimiza sobre la intersección de dos matroides. Ésta es una familia de problemas polinomiales que incluye al problema de *Matching de máximo peso* en un grafo.

Sin embargo el problema de flexibilidad asociado al problema de intersección de dos matroides resulta NP-completo: probamos que el problema de flexibilidad asociado a *Matching de máximo peso* es NP-completo, aún en instancias correspondientes a grafos bipartitos.

Autores: Blanca I. Niel

Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

Un método general para obtener los hamiltonianos óptimos no cíclicos

Sean las redes $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), (d_{ij})_{n \times n})$, donde $K_n(\sqrt[n]{1})$ es el grafo completo con vértices en las n -raíces de la unidad y $D = (d_{ij})_{n \times n}$ es la matriz de las distancias euclídeas entre nodos. V_0, \dots, V_{n-1} denotan los puntos $e^{\pi i \sqrt[n]{1}}$, enumerados en sentido horario por los enteros módulo n , a partir del vértice $V_0 = (-1, 0)$. Además, para $0 \leq k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ y $j \in Z_n$, $L_{k,j}^-$ representa al segmento que une V_j con V_{j+k} -en ese orden- y $L_{k,j}^+$ el que une V_j con V_{j-k} .

Definición 1.: Un segmento L se dice un *segmento de tipo L_k* si para algún k , $0 \leq k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ y $j \in Z_n$, es $L = L_{k,j}^-$ o bien $L = L_{k,j}^+$.

Definición 2.: Si L es un *segmento de tipo L_k* , se llama *entero asociado* a L al entero $e(L) = \begin{cases} k & \text{si } L = L_{k,j}^- \\ -k & \text{si } L = L_{k,j}^+ \end{cases}$.

Para el caso n par se usará también la notación l_{\max} para el diámetro representado por cualquier segmento $L_{\frac{n}{2},j}^- \equiv L_{\frac{n}{2},j}^+$. Además $l_{q,\max}^-$ para cualquier $L_{\frac{n}{2}-1,j}^-$ y $l_{q,\max}^+$ para cualquier $L_{\frac{n}{2},j}^+$. Cuando n es impar el diámetro no coincide con ningún segmento de tipo L_k .

Lema Principal: Si una sucesión de n segmentos de tipo L_k es tal que la suma (mod n) de los enteros asociados a cualquier subsucesión propia no es 0, entonces la trayectoria que determina es hamiltoniana (cerrada).

Definición 3.: Para n par, $1 \leq k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ y $0 \leq j \leq n-1$ se denota Γ_k al conjunto de todas las sucesiones que determinan un ciclo hamiltoniano de orden n con nodos en $\{V_0, \dots, V_{n-1}\}$ y formadas por exactamente un segmento $L_{k,j}^-$, $k-1$ segmentos $l_{q,\max}^-$, $\frac{n}{2}-k$ diámetros l_{\max} y $\frac{n}{2}-1$ segmentos $l_{q,\max}^+$. En el conjunto Γ_k se define una relación de equivalencia \sim y se demuestra el siguiente:

Teorema I: El conjunto cociente Γ_k / \sim tiene k clases de equivalencia, con $2n$ elementos en cada una.

Obs. 1 Para cada k , cualquier elemento de Γ_k al que se quita el segmento $L_{k,j}^-$ correspondiente, es el de máxima longitud entre todos los hamiltonianos no cíclicos, de $n-1$ segmentos, abiertos en $L_{k,j}^-$.

Obs. 2 Usando el *Lema Principal* se obtiene un procedimiento, que explicita los óptimos de los k problemas ($1 \leq k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$) de máximos hamiltonianos no cíclicos en las redes $\mathcal{N}(K_{n=2p+1}(e^{\pi i \sqrt[2p+1]{1}}), (d_{ij})_{n \times n})$.

Referencias

- [1] S. P. Fekete. " *Simplicity and Hardness of the Maximum Traveling Salesman Problem under Geometric Distances* ". In Proc. 10th ACM-SIAM Sympos. Discrete Algorithms, (1999) pg. 337 - 345.
- [2] Blanca I. Niel, " *Geometry of the Euclidean Hamiltonian Suboptimal and Optimal Paths in the $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), D)$'s Networks.* " Actas del VIII Congreso Dr. Antonio A. R. Monteiro, U.N.S., ISSN 0327-9170, (2006), pg. 67-84.
- [3] Blanca I. Niel, " *The Longest non cyclic Traveling Salesman's Paths in the Networks built on the n -th roots of the Unity.* Proceedings of MSME'06, U.N.S., C.D.: ISBN 987-1171-53-6, (2006), 14 pages.

Autores: Min Chih Lin, Francisco J. Soullignac, Jayme L. Szwarcfiter
Lugar: Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Francisco J. Soullignac

Caracterización y reconocimiento de los grafos clique de grafos arco-circulares Helly

Un modelo arco-circular (CA) $\mathcal{M} = (C, \mathcal{A})$ es un conjunto de arcos \mathcal{A} pertenecientes a un círculo C . Si ningún arco se encuentra contenido en otro arco, entonces \mathcal{M} es un modelo arco-circular propio (PCA) y cuando la familia de arcos satisface la propiedad de Helly, \mathcal{M} es un modelo arco-circular Helly (HCA). Si \mathcal{M} es a la vez propio y Helly, se dice que \mathcal{M} es arco-circular Helly propio (PHCA). Un grafo es CA (PCA) (HCA) (PHCA) si es el grafo de intersección de un modelo CA (PCA) (HCA) (PHCA).

Los grafos arco-circulares y sus subclases se encuentran muy estudiadas en la literatura. Recientemente se encontraron algoritmos de reconocimiento lineales para estas clases, muchos de ellos con certificados. En particular, para los grafos PHCA, Lin, Soullignac y Szwarcfiter dieron un algoritmo con certificados para el problema de reconocimiento que corre en tiempo $O(n)$ si se introduce como entrada un modelo PCA con los extremos ordenados. En este caso n denota la cantidad de arcos del modelo. La salida del algoritmo es un modelo PHCA, si el grafo es PHCA, o un subgrafo inducido prohibido si no es PHCA. Si en cambio se introduce como entrada un grafo, entonces primero hay que transformar grafo en tiempo $O(n+m)$ a un modelo PCA con el algoritmo con certificados de Kaplan y Nussbaum (basado en el de Deng, Hell y Huang), para obtener tiempo global $O(n+m)$.

Otra clase muy estudiada en la literatura es la de los grafos clique. El grafo clique $K(G)$ de un grafo G es el grafo de intersección de su familia de cliques. Un grafo G es grafo clique (de una familia \mathcal{G}) si existe otro grafo H (perteneciente a \mathcal{G}) tal que $G = K(H)$. Recientemente Alcón, Faria, Figueiredo y Gutiérrez demostraron que el problema de determinar si un grafo es grafo clique es un problema NP-hard. Sin embargo, para muchas subclases este problema se puede resolver en tiempo polinomial e incluso lineal. Una de estas clases es la de los grafos de intervalos. Hedman demostró que si G es un grafo de intervalos, entonces $K(G)$ es un grafo de intervalos propio y que para todo grafo de intervalos propios G existe $H \in K^{-1}(G)$ que también es un grafo de intervalos propio.

La clase de los grafos de intervalos es una subclase de la clase de grafos HCA, y los de intervalos propios lo son con respecto a los PHCA. En este trabajo demostramos un resultado similar al de Hedman para los grafos HCA y PHCA. Demostramos que la clase de los grafos clique de grafos HCA es precisamente la clase de los grafos PHCA y que para todo grafo PHCA G existe $K^{-1}(G)$ que es también PHCA. En consecuencia, el problema de reconocimiento de estos grafos resulta lineal, ya que consiste únicamente en reconocer si el grafo es PHCA. La preimagen PHCA también puede ser construida en tiempo lineal.

Autores: Mercedes Larriqueta, Virginia N. Vera de Serio

Lugar: Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza

Expositor: Mercedes Larriqueta

Relationship between the stability of the solution mapping and of the boundary mapping in LSIP

Any closed convex set F in \mathbb{R}^n is the solution set of some linear inequality system $\sigma = \{a'_t x \geq b_t, t \in T\}$, where T is the (possibly infinite) index set and the coefficients are given by the two functions $a : T \rightarrow \mathbb{R}^n$ and $b : T \rightarrow \mathbb{R}$. This nominal system gives an external linear representation of F .

We analyze the relationship between the stability in the sense of maintaining the consistency of the solution mapping and the lower semicontinuity of the boundary mapping. We show that the lower semicontinuity of the solution set mapping is equivalent to the lower semicontinuity of the boundary mapping under mild conditions.

We also study the relationship between the metric regularity of the solution mapping and the metric regularity of the boundary mapping in Semi-Infinite Linear Programming (LSIP). We consider the mappings \mathcal{M} and \mathcal{A} , and their inverse mappings, defined for a fixed $a : T \rightarrow \mathbb{R}^n$ as: $\mathcal{M} : \mathbb{R}^n \rightrightarrows \mathbb{R}^T$, $\mathcal{M}(x) = \{b \in \mathbb{R}^T / a'_t x \geq b_t, t \in T\}$, $\mathcal{A} : \mathbb{R}^n \rightrightarrows \mathbb{R}^T$, $\mathcal{A}(x) = \{b \in \mathbb{R}^T / a'_t x \geq b_t, t \in T, x \in \text{bd } F_b\}$, $\mathcal{M}^{-1} : \mathbb{R}^T \rightrightarrows \mathbb{R}^n$, $\mathcal{M}^{-1}(x) = \{x \in \mathbb{R}^n / a'_t x \geq b_t, t \in T\}$ and $\mathcal{A}^{-1} : \mathbb{R}^T \rightrightarrows \mathbb{R}^n$, $\mathcal{A}^{-1}(x) = \{x \in \mathbb{R}^n / a'_t x \geq b_t, t \in T, x \in \text{bd } F_b\}$.

We provide operational formulae for the distance from any $b^1 \in \mathbb{R}^n$ to the set $\mathcal{M}(x)$ and also for the distance of b^1 to $\mathcal{A}(x)$. We give an expression for $d(\bar{x}, \mathcal{A}^{-1}(b))$ whenever $\bar{x} \in F$. We also establish a relationship between the metric regularity of \mathcal{A} and the metric regularity of \mathcal{M} . Specifically we prove that the metric regularity of \mathcal{A} at (\bar{x}, b) , with $\bar{x} \in \text{bd } F$, implies the metric regularity of \mathcal{M} at (\bar{x}, b) , and that the converse holds under some additional conditions.

Autores: Marisa Gutierrez
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Conferencia Invitada

Representaciones canónicas de grafos cordales

Los *grafos cordales* fueron definidos como aquellos que no poseen ciclos inducidos de 4 vértices o más. Gavril [2] prueba que todo grafo cordal G , es el grafo de intersección de subárboles de un algún árbol. Más que eso, prueba que existe algún árbol T cuyos vértices son los cliques de G y para cada vértice v de G el conjunto de cliques que lo contiene, F_v , es un subárbol de T . Se llama *representación canónica* de G al par $(T, (F_v)_{v \in V(G)})$. En general un grafo cordal puede poseer más de una representación canónica.

Recíprocamente, si T es un árbol y $(F_i)_{i \in I}$ es una familia finita de subárboles de T que separa cada vértice de T , existe un grafo cordal que tiene a $(T, (F_i)_{i \in I})$ como representación canónica.

Por esta razones, pensar en grafos cordales es lo mismo que pensar en las parejas $(T, (F_i)_{i \in I})$, siendo T un árbol y $(F_i)_{i \in I}$ una familia finita y separadora de subárboles de T .

Por otro lado McKee [3] prueba que el árbol T debe ser un árbol generador maximal de $K_v(G)$, donde $K_v(G)$ es el grafo de intersección de los cliques de G , valuando sus aristas con el número de vértices en la intersección de sus cliques extremos.

Se mostrarán propiedades estructurales de los grafos cordales haciendo uso de sus representaciones canónicas.

Los *grafos de intervalos* pueden definirse como los grafos cordales que poseen una representación canónica sobre un árbol que es un camino. Mientras que los *grafos de caminos* son los grafos cordales que poseen una representación sobre un árbol de modo que los subárboles son caminos. De su propia definición se deduce que ambas clases de grafos son hereditarias, es decir, todo subgrafo inducido de uno de la clase de intervalos (resp. de caminos) será un grafo de intervalos (resp. de caminos). Por este motivo ambas clases pueden ser caracterizadas por familias de grafos prohibidos minimales. Se estudian grafos minimales prohibidos para ambas clases, haciendo uso de las representaciones canónicas. Claro que el resultado para grafos de intervalos es el clásico resultado de Lekkerkerker y Boland [2].

Bibliografía:

1. C.G. Lekkerkerker and J.C. Boland, Representation of a finite graph by a set of intervals on the real line, *Fundamenta Mathematicae* **51** (1962), 45–64.
2. F. Gavril, The intersection graphs of subtrees in trees are exactly the chordal graphs, *Journal of Combinatorial Theory (Series B)* **16** (1974), 47–56.
3. T.A. McKee and F.R. McMorris, *Topics in Intersection Graph Theory*, Monographs on Discrete Mathematics and Applications, vol. 2 SIAM, Philadelphia, 1999.

Autores: Adrián Eidelman, Alejandro Valdéz, Irene Loiseau

Lugar: Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Adrián Eidelman

Algoritmo Tabu Search para un problema de ruteo de vehículos dinámico con ventanas de tiempo

El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) tiene como objetivo la determinación de rutas óptimas para vehículos que sirven a un conjunto de clientes, con la restricción de que cada cliente tiene un horario predeterminado en el cual puede ser atendido. En este trabajo se aborda un problema de VRPTW dinámico, en el cual se trata de diseñar rutas para vehículos que deben hacer entregas a clientes. Cada pedido tiene una localización espacial y una banda horaria durante la cual se debe realizar la entrega. Mientras se está construyendo una solución pueden ingresar nuevos pedidos, o extraerse conjuntos de pedidos del sistema. El método de optimización debe tener en cuenta estos cambios on-line..

Este problema es de suma importancia en empresas de logística, que incluyan entre sus servicios la entrega de productos a corto plazo y donde el conjunto de pedidos se modifique frecuentemente.

Dado que el problema estático VRPTW es NP-Hard, este problema también lo es. Por eso en este trabajo presentamos un algoritmo heurístico basado en Búsqueda Tabú, combinado con búsqueda local a partir de las mejores soluciones. De esta forma se obtienen buenas soluciones, en un tiempo muy corto de procesamiento, acorde a lo que se requiere en este tipo de aplicaciones. En el marco del desarrollo del algoritmo tabú se estudiaron varias estrategias de construcción de rutas y definición de vecinos, algunas de ellas basadas en las estrategias exitosas para el problema estático.

No encontramos ni en la bibliografía ni en la WEB, ninguna instancia de problemas de ruteo on-line con ventanas de tiempo, como para poder comparar nuestros resultados. Entonces en un principio, comparamos los resultados con algunas de las conocidas instancias de Solomon, correspondientes a la versión estática del problema, (es un caso particular de nuestro problema). Posteriormente se implementó una herramienta para generar casos de prueba dinámicos, donde los pedidos tuvieran una distribución aleatoria tanto temporal como espacial. En ambas situaciones los resultados obtenidos fueron muy satisfactorios. También se desarrolló una interfaz gráfica para ver el estado de la simulación a medida que iba avanzando.

Autores: Daniel Negrotto, Irene Loiseau, Julián Araoz Durand

**Lugar: Depto. de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales,
Univ. de Buenos Aires, Depto. de Estadísticas e Investigación Operativa Univ.
Politécnica de Catalunya**

Expositor: Daniel Negrotto

Un nuevo modelo de flujo en redes para el problema de Ruteo de Vehículos con Restricciones de Capacidades

Los problemas de Ruteo de Vehículos (VRP) en su forma general, consisten en determinar un conjunto óptimo de rutas para un conjunto de vehículos brinden servicio a un conjunto de clientes. Tal cual aparece en la vida real el problema puede tener muchas restricciones adicionales diferentes, como por ejemplo la capacidad de los vehículos, el tiempo máximo que un chofer puede trabajar, limitaciones en la longitud de las rutas, horarios en los cuales los clientes pueden ser servidos, etc. En este trabajo estudiamos el problema de Ruteo de Vehículos con Restricciones en la Capacidad de los Vehículos (CVRP), en el cual el objetivo es minimizar la distancia total recorrida por la flota.

El problema es NP-Hard. Los métodos Branch&Cut se encuentran entre los más prometedores para resolver este tipo de problemas de optimización combinatoria de manera exacta. Se han propuesto numerosos modelos para representar este problema como problema de programación lineal entera. Dentro de estos pueden destacarse los modelos de flujo de 2 índices que utilizan $O(n^2)$ variables donde n es el número de clientes y los de 3 índices que utilizan $O(n^2K)$ variables donde K es la cantidad de vehículos. Estos últimos modelos son más flexibles, describen la solución con más detalle, y se adaptan mejor a diversas extensiones del CVRP.

En el presenta trabajo se presenta un nuevo modelo de flujo de 3 índices que utiliza $O(n^2)$ variables, pero mantiene la misma flexibilidad que los modelos de flujo de 3 índices. Se describe la implementación de un algoritmo Branch&Cut utilizando la nueva formulación. El nuevo modelo tiene más restricciones que el modelo anterior de 3 índices pero en la práctica, en el marco del Branch&Cut, las nuevas familias de restricciones se usan como planos de corte y se agregan sólo cuando son necesarias. Los resultados obtenidos hasta el momento comparados con resultados recientes de la literatura son muy buenos.

Autores: Min Chih Lin, Jayme L. Swarcfiter

Lugar: Depto. de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Univ. de Buenos Aires y Instituto de Matemática, NCE y COPPE de Universidade Federal do Rio de Janeiro

Expositor: Min Chih Lin

Reconocimiento lineal de grafos arco-circulares unitarios usando circulaciones en redes

En un artículo reciente, Durán, Gravano, McConnell, Spinrad y Tucker describieron un algoritmo de complejidad $O(n^2)$ para reconocer cuándo un grafo G con n vértices y m aristas es un grafo arco-circular unitario (UCA). Además las siguientes preguntas fueron planteadas en el trabajo mencionado: (i) ¿Es posible construir un modelo UCA de G en tiempo polinomial?; (ii) ¿Es posible construir un modelo UCA, donde los extremos de sus arcos corresponden a enteros de tamaño polinomial?; (iii) ¿Si (ii) es cierta, se puede construir tal modelo en tiempo polinomial? En el presente trabajo, presentamos una caracterización de grafos UCA, basado en circulaciones en redes. Esta caracterización conduce a un algoritmo de reconocimiento diferente y permite contestar afirmativamente las preguntas formuladas. Construimos un modelo UCA donde los extremos de sus arcos corresponden a enteros de tamaño $O(n)$. Los algoritmos propuestos, para reconocer grafos UCA y construir modelos UCA, tienen complejidad $O(n+m)$. Es más, la complejidad se reduce a $O(n)$, si es dado como input, un modelo arco-circular propio (PCA) de G con los extremos de los arcos ya ordenados. En cambio, si el modelo dado no tiene los extremos ordenados, entonces se debe agregar un costo adicional de $O(n \log n)$ para ordenarlos. Queremos destacar que un modelo PCA de G puede ser obtenido en tiempo $O(n+m)$, usando el algoritmo dado por Deng, Hell y Huang. Además es posible implementar este algoritmo de manera tal que el modelo construido ya tiene los extremos ordenados. Finalmente, también describimos un algoritmo lineal para encontrar circulaciones factibles en redes con capacidades inferiores no negativas y capacidades superiores no acotadas. Este algoritmo es utilizado en la obtención de modelos para grafos UCA.

Dejamos a continuación las preguntas pendientes de nuestro trabajo.

Dado un grafo UCA G , encontrar un modelo UCA donde los extremos de sus arcos corresponden a enteros y además satisface

- (i) la máxima distancia entre dos extremos consecutivos del modelo sea minimizada.

(ii) el tamaño del círculo del modelo sea minimizado.

Aún más general, para un n dado, encontrar el valor de l más pequeño posible, tal que cualquier grafo UCA con n vértices admite al menos un modelo UCA donde los extremos de sus arcos corresponden a enteros y

(iii) la máxima distancia entre dos extremos consecutivos del modelo es $\leq l$.

(iv) el tamaño del círculo del modelo es $\leq l$.

Uno de nuestros resultados permite asegurar que $l < 4n$ para la Pregunta (iii), y $l < 4n^2$ para la Pregunta (iv).

Autores: Marina Groshaus, Juan Carlos Terragno
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Departamento de Computación
Expositor: Juan Carlos Terragno

Transversal de bicliques y conjunto de bicliques independientes

Una clique de un grafo G es un subgrafo completo maximal. Una biclique de G es un subgrafo **inducido** bipartito completo maximal.

Un transversal de cliques de G es un conjunto de vértices tal que toda clique de G contiene al menos un vértice del conjunto. Denotamos con $\tau_c(G)$ al tamaño de un transversal de cliques mínimo. Por otro lado, se define $\alpha_c(G)$ como el tamaño de un conjunto de cliques independientes mínimo.

El problema de encontrar τ_c es NP-hard, mientras que encontrar $\alpha_c(G)$ es NP-completo, inclusive para ciertas subclases de grafos.

También fueron estudiadas subclases en donde ambos problemas resultan polinomiales.

En nuestro trabajo definimos el transversal de bicliques como un conjunto de vértices tal que toda biclique de G contiene un vértice del conjunto.

Denotamos por $\tau_b(G)$ al tamaño de un transversal de bicliques mínimo. Por otro lado, $\alpha_b(G)$ es el tamaño de un conjunto de bicliques independientes mínimo. Estudiamos la complejidad asociada al problema de encontrar $\tau_b(G)$ y $\alpha_b(G)$, tanto para el caso general como para subclases de grafos.

Probamos que, dado un grafo G y un subconjunto S de vértices de G , el problema de decidir si S es un transversal de bicliques de G es NP-hard. A su vez, el problema de encontrar $\alpha_b(G)$ resulta NP-completo.

Presentamos también clases de grafos para las cuales, tanto $\alpha_b(G)$ como $\tau_b(G)$, pueden encontrarse en tiempo polinomial.

Autores: F. Bonomo, G. Durán, L. Grippo
Lugar: Departamento de Computación (FCEyN-UBA)
Expositor: Luciano Grippo

Caracterización de grafos circulares domino lineales

Un grafo G se dice *circular* si tiene una representación mediante cuerdas en una circunferencia, de forma tal que dos vértices son adyacentes si y solo si sus respectivas cuerdas se cortan dentro de la circunferencia.

Un grafo se dice *completo* si todos sus vértices son adyacentes entre si. Al grafo completo con tres vértices se lo llama triángulo. Un grafo es *bipartito* si sus vértices pueden particionarse en dos conjuntos disjuntos, tales que cada arista tiene un extremo en cada conjunto. Los grafos *bipartitos* que tienen todas las posibles aristas son llamados *bipartitos completos*. Una *clique* es un subgrafo completo, maximal con respecto a la inclusión. Un *claw* es un grafo con tres vértices independientes adyacentes a un mismo vértice. Un *diamante* es un grafo completo al que se le extrajo una arista. Un *prisma* es un grafo con dos triángulos $\{a_1, a_2, a_3\}$ y $\{b_1, b_2, b_3\}$, donde a_i es adyacente a b_i para $i = 1, 2, 3$.

La subdivisión de una arista de un grafo, es la operación de reemplazar una arista por un nuevo vértice adyacente a cada extremo de la arista. Un *prisma extendido* es el grafo que se obtiene aplicando sucesivas subdivisiones, sobre las aristas de un *prisma* que no forman parte de los triángulos.

Un grafo G es *domino lineal* si y solo si cada vértice pertenece a lo sumo a dos cliques y cada arista esta incluida en una única clique. Esta familia de grafos ha sido caracterizada por subgrafos prohibidos, como aquellos grafos que no contienen ni un *claw* ni un *diamante* como subgrafo inducido.

Si existe una partición del conjunto de vértices V de un grafo G en dos conjuntos V_0, V_1 con $|V_0|, |V_1| \geq 2$. Siendo W_i los vértices de V_i que tienen vecinos en V_{i+1} , para $i = 0, 1$ (las sumas deben interpretarse módulo 2). Tal que el subgrafo inducido por $W_0 \cup W_1$ es un grafo *bipartito completo*. En ese caso se dice que G tiene una descomposición *split*. Un grafo que no posee tal descomposición es llamado *primo*. Esta descomposición es cerrada bajo la clase de grafos circulares, es decir, un grafo es circular si y solo si los subgrafos producto de tal descomposición son circulares. Más aún, los grafos circulares *primos* tienen una única representación. Esta propiedad es aprovechada en todos los algoritmos polinomiales de reconocimiento de esta clase. La descomposición *split* de un grafo no es única, pero Cunningham (1982) probó que hay unicidad en la descomposición en *completos*, *stars* y grafos *primos*, con un mínimo

número de componentes.

En este trabajo encontramos una caracterización por subgrafos prohibidos de los grafos *domino lineales* circulares, usando *descomposición split* y analizando los subgrafos *primos* producto de tal descomposición. Probamos que, dentro de la clase de grafos *domino lineales*, los grafos circulares son aquellos que no contienen *prismas extendidos* como subgrafos inducidos. La demostración pone también de manifiesto cómo pueden construirse tales grafos a partir de grafos más simples.

Autores: Isabel Méndez Díaz

Lugar: Depto. de Computación, FCEyN, UBA

Conferencia Invitada

Algoritmos Branch and Cut para problemas de Optimización Combinatoria

Muchos de los problemas de Optimización Combinatoria pueden ser modelados mediante formulaciones de programación lineal entera o entera mixta, como por ejemplo el ruteo de vehículos, la asignación de la tripulación a la flota de aviones de una aerolínea, el diseño de líneas de producción, la asignación de frecuencias radiales, etc., donde personas, máquinas, actividades, recursos, aviones, son indivisibles, etc. En estos modelos el objetivo es buscar el óptimo de una función lineal donde algunas o todas las variables están restringidas a ser enteras y deben verificar un sistema de desigualdades lineales.

La versatilidad dada por los modelos de programación lineal entera hace que esta área tenga gran importancia dentro de la Optimización Combinatoria. Si bien el problema general de programación entera pertenece a la clase NP-Difícil, se ha invertido mucho esfuerzo en el desarrollo de algoritmos competitivos.

A comienzos de los 80's se comenzó a aplicar una metodología mixta que conjuga lo algoritmos y las ideas que se habían desarrollado hasta entonces dando origen a los llamados algoritmos Branch-and-Cut. De esta manera se lograron resolver exitosamente instancias de tamaño considerable de una gran cantidad de problemas de programación lineal entera, como por ejemplo el Problema de Viajante de Comercio, el Problema de Ordenamiento lineal, el Problema de Corte Máximo, etc.

El éxito o fracaso de esta técnica depende de muchos factores que deben ser tenidos en cuenta. Un buen modelado, un estudio poliedral del conjunto de soluciones factibles, diseño de estrategias de búsqueda, desarrollo de heurísticas primales, etc. conforman elementos esenciales para poder resolver el problema eficientemente.

El objetivo de esta charla es analizar los aspectos principales de esta técnica y mostrar sus alcances en algunos problemas de grafos sobre los cuales hemos trabajado.

Procesamiento de Señales y Control

Organizan:

Bruno Cernuschi-Frías

Autores: Romina Cardo ⁽¹⁾, Alvaro Corvalán ⁽²⁾

Lugar: (1) Instituto del Desarrollo Humano. Universidad Nacional de General Sarmiento. y (2) Escuela de Ciencia y Tecnología. Universidad Nacional de San Martín

Expositor: Romina Cardo

Wavelets Leaders versus Gradient Modulus Wavelet Projection en ausencias cerebrales con chirps

En éste trabajo estimamos mediante distintos métodos, la irregularidad de series temporales de EEG de crisis epilépticas correspondientes a ausencias cerebrales con chirps (señal mixta).

Primeramente construimos el espectro multifractal de la crisis (con sus tres etapas) a través de la transformación de Legendre de la función de escala asociada al formalismo multifractal correspondiente al método de los Wavelets Leaders (WL) propuesto por Stéphane Jaffard (2004) [3], que se caracteriza por ser fiel al representar señales con un alto grado de oscilaciones, rasgo que lo hace una herramienta ideal para trabajar con chirps. Otra aproximación al espectro multifractal, de notable estabilidad respecto del tamaño del conjunto de datos, es la propuesta por el método del Gradient Modulus Wavelet Projection (GMWP) que describen Turiel et al (2006) [4], el cual analizamos mostrando su íntima relación con nuestro trabajo de la LASSPIA [5] en el cual obtuvimos el espectro multifractal asociado a los exponentes Hölder puntuales de la señal; los cuales aproximamos extendiendo a las medidas de Stieltjes asociadas a funciones de variación acotada, la noción de dimensión local para medidas de Borel. Se compararán los resultados obtenidos por ambos métodos, analizaremos limitaciones, ventajas y desventajas de cada uno y estudiaremos la eficiencia de los citados métodos para reconocer y eventualmente filtrar chirps que naturalmente se encuentren en señales biológicas y para las cuales la presencia de los mismos no sea evidente a priori, y desarrollaremos un procedimiento para estimar el espectro mediante la regresión de la ley de potencias correspondiente sólo a los valores líderes de las proyecciones del módulo del gradiente, en lugar de las obtenidas de todos los coeficientes wavelet, como alternativa que preserve tanto la eficiencia del método de los WL para las señales con singularidades oscilantes como la robustez del GMWP respecto del tamaño de la muestra.

REFERENCIAS:

[1] Andersson, P., Characterization of Pointwise Hölder Regularity (1997)

[2] Falconer, K. Techniques in fractal geometry, John Wiley and Sons Ltd, New York, 1997.

[3] Jaffard, S.(2004).Wavelet techniques in multifractal analysis, fractal geometry and applications, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, AMS, Providence, RI.

[4] Turiel, A., Pérez-Vicente,C., Grazzini,J., Numerical methods for the estimation of multifractal singularity spectra on sampled data:A comparative study (2006).

[5] Latin american School and Conference in Statistical Physics and Interdisciplinary Applications (Brazil, 2007) titulado Analysis of the Irregularity of time series of EEG by means of the Multifractal Spectrum, Cardo, Corvalán, Figliola y Serrano.

Autores: Marcela Fabio, Alejandra Figliola, Eduardo Serrano

Lugar: UBA- UNSAM - UNGS

Expositor: Marcela Fabio

Análisis de Ondas de Marea por medio de Paquetes de Onditas Oblícuos

Los Paquetes de Onditas (*Wavelet Packets*) definidos en el contexto de un Análisis de Multiresolución constituyen una alternativa para superar una de las principales limitaciones de la Transformada Wavelet Discreta. Como es sabido, las wavelets ortogonales no poseen una precisa localización en una frecuencia particular y proporcionan un análisis tiempo-escala más que un análisis tiempo-frecuencia.

Esto se traduce en su deficiente capacidad para caracterizar ondas o fenómenos oscilantes, con frecuencias bien definidas, de duración limitada y cuya amplitud varía en forma suave. Éste es el caso, por ejemplo, de las ondas de marea.

En general los paquetes se aplican iterando el par de filtros conjugados asociados al esquema de multiresolución u operando a partir de los coeficientes en wavelets. De esta forma la representación obtenida en una primera instancia modifica su estructura revelando mejor la información en frecuencia.

Diversas alternativas de paquetes de onditas pueden encontrarse en la literatura. Los autores han desarrollado e implementado paquetes ortogonales asociados a matrices de Fourier y a ventanas deslizantes disjuntas, imitando la estructura de las bases de Malvar.

Esta técnica permite realizar cálculos con energías y entropías en ciertas aplicaciones. Pero, en contraposición, no conduce a una eficiente descomposición de la señal en ondas. La condición de ortogonalidad limita la variedad del perfil de las componentes.

En esta presentación se expone una nueva alternativa. Los paquetes son oblícuos y son generados por matrices unitarias moduladas con pesos. Se desplazan con superposición parcial. Este diseño proporciona marcos o *frames* de los subespacios wavelet. Posibilitan una buena caracterización de las frecuencias propias de los fenómenos oscilantes y una eficiente descomposición de la señal.

Además del citado desarrollo se expone una aplicación al procesamiento de señales de ondas de marea.

Autores: Vicente Costanza

Lugar: Grupo de Sistemas No Lineales INTEC (UNL-CONICET), Santa Fe, Argentina

Conferencia Invitada

Las ecuaciones canónicas de hamilton en problemas de control óptimo con horizonte finito

En los problemas de control óptimo con horizonte finito que discutiremos se trata de minimizar un funcional del tipo

$$J(T, 0, x_0, u(\cdot)) = \int_0^T L(x(\tau), u(\tau)) d\tau + x'(T)Sx(T) \quad (22)$$

con respecto a todas las trayectorias de control $u(\cdot)$ que pueden aplicarse a un sistema de control determinístico, de dimensión finita, autónomo, inicializado, en general no lineal, sin restricciones sobre el estado final (aunque con penalización cuadrática), y con dinámica

$$\dot{x} = f(x, u); \quad x(0) = x_0. \quad (23)$$

Las funciones L, f serán asumidas suficientemente suaves (al menos C^2). El Hamiltoniano de un problema como éste, es decir

$$H(x, \lambda, u) \triangleq L(x, u) + \lambda' f(x, u) \quad (24)$$

será asumido regular (que H admita un único mínimo con respecto a u en el dominio de operación, y dicho mínimo pueda expresarse como una función continua $u^0(x, \lambda)$, donde λ es el coestado, o variable adjunta del problema). En estas condiciones, el Hamiltoniano minimizado toma la forma

$$\mathcal{H}^0(x, \lambda) \triangleq H(x, \lambda, u^0(x, \lambda)), \quad (25)$$

y es sabido que el estado y coestado deben obedecer, a lo largo de la trayectoria óptima, las ecuaciones canónicas de Hamilton ([Pontryagin et al.(1962)]; [Sontag(1998)], p. 406), es decir

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial \mathcal{H}^0}{\partial \lambda} \right)' \triangleq \mathcal{F}(x, \lambda); \quad x(0) = x_0, \quad (26)$$

$$\dot{\lambda} = - \left(\frac{\partial \mathcal{H}^0}{\partial x} \right)' \triangleq -\mathcal{G}(x, \lambda); \quad \lambda(T) = 2Sx(T). \quad (27)$$

Esta versión del problema es “de condiciones de contorno mezcladas” (two-point boundary-value), y por lo tanto de difícil (a veces imposible) resolución.

La conferencia versará sobre nuevos métodos para transformar este problema en uno de condiciones iniciales, a través de la submersión en una familia de problemas con dos grados de libertad: T, S . Se demostrará que el estado final y el coestado inicial óptimos, ambos desconocidos y denotados

$$\rho(T, S) \triangleq x^*(T) \quad (28)$$

$$\sigma(T, S) \triangleq \lambda^*(0) \quad (29)$$

obedecen un sistema de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales de primer orden, cuasi-lineal, con condiciones iniciales únicamente, y se ilustrará la solución de dichas ecuaciones en casos conocidos (lineal-cuadrático, bilineal-cuadrático, etc.). Para el caso unidimensional ([Costanza(2007)]) dichas ecuaciones toman la forma

$$\rho\rho_T - (SF + \frac{G}{2})\rho_S = \rho F \quad (30)$$

$$\rho\sigma_T - (SF + \frac{G}{2})\sigma_S = 0 \quad (31)$$

con condiciones iniciales

$$\rho(0, S) = x_0, \quad (32)$$

$$\sigma(0, S) = 2Sx_0. \quad (33)$$

Se discutirán nuevos resultados para el caso multidimensional, y sus potenciales aplicaciones para generar un control óptimo del tipo feedback según la fórmula

$$u^*(t) = u^0(x^*(t), \sigma(T-t, S) |_{x_0=x^*(t)}). \quad (34)$$

Referencias

- [Costanza(2007)] Costanza, V., “Finding initial costates in finite-horizon nonlinear-quadratic optimal control problems,” *Optimal Control Applications & Methods*, aceptado para su publicación, 2007.

- [Pontryagin et al.(1962)] Pontryagin, L.S., Boltyanskii, V.G., Gamkrelidze, R.V., Mischenko, E.F., *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. Wiley, New York, 1962.
- [Sontag(1998)] Sontag, E.D., *Mathematical Control Theory*, Springer, New York, 1998.

Autores: Tomas Crivelli, Bruno Cernuschi-Frias

Lugar: Facultad de Ingenierías UBA

Expositor: Tomas Crivelli

Campos aleatorios de Markov con estados mixtos

En este trabajo presentamos algunos resultados sobre distribuciones de probabilidad mixtas, donde definimos variables aleatorias que toman valores tanto discretos como continuos. En particular, se propone un modelo de campos aleatorios de Markov mixtos, y se destaca su importancia en procesamiento de imágenes.

Definamos $\mathcal{M} = \{r\} \cup \mathbb{R}$, con r un valor discreto, no necesariamente numérico, que llamamos *valor simbólico*. Llamamos a una variable aleatoria X definida en este espacio, variable de estado mixto y se construye de la siguiente forma: con probabilidad $\rho \in (0, 1)$, $X = r$ y con probabilidad $\rho^* = 1 - \rho$, X se distribuye en forma continua en \mathbb{R} .

X tiene densidad de probabilidad con respecto a la medida mixta $m(dx) = \nu_r(dx) + \lambda(dx)$, donde ν_r es la medida discreta en r y λ la medida de Lebesgue.

Sea $\mathbf{X} = \{x_i\}_{i \in S}$ un campo aleatorio Markoviano, luego $p(\mathbf{X}) = \exp Q(\mathbf{X})/Z$, con $Q(\mathbf{X}) = \sum_{A \subset S} V_A(\mathbf{X}_A)$, es su densidad conjunta de Gibbs. Definamos la densidad de probabilidad condicional mixta con respecto a $m(dx_i)$,

$$p(x_i | \mathbf{X}_{S \setminus i}) = \rho(\mathbf{X}_{S \setminus i}) \mathbf{1}_r(x) + \rho^*(\mathbf{X}_{S \setminus i}) \mathbf{1}_r^*(x) p^{ac}(x_i | \mathbf{X}_{S \setminus i}), \quad (35)$$

donde $\mathbf{1}_r(x)$ es la función indicador del valor r y $\mathbf{1}_r^*(x) = 1 - \mathbf{1}_r(x)$; p^{ac} es la densidad correspondiente al componente absolutamente continuo con respecto a λ de la función de distribución.

Demostremos que para densidades condicionales del tipo (35) que se pueden escribir como una familia exponencial d -paramétrica, y asumiendo que $Q(\mathbf{X}) = \sum_i V_i(x_i) + \sum_{\{i,j\}} V_{ij}(x_i, x_j)$, la densidad de probabilidad conjunta queda definida por,

$$Q(\mathbf{X}) = \sum_i \alpha_i \mathbf{S}_i(x_i) + \sum_{\{i,j\}} \mathbf{S}_i(x_i) \beta_{ij} \mathbf{S}_j(x_j) \quad (36)$$

donde $\alpha_i \in \mathbb{R}^d$ y $\beta_{ij} \in \mathbb{R}^{d \times d}$ y $\mathbf{S}_i(x_i)$ es una estadística suficiente. Llamamos a estos modelos, *auto-modelos con estados mixtos*. Como corolario, si p^{ac} define en si misma un campo aleatorio continuo, entonces la energía de Gibbs

se descompone en un componente continuo y uno discreto, $Q(\mathbf{X}) = Q^d(\mathbf{X}) + Q^c(\mathbf{X})$.

Como ejemplo, proponemos un modelo mixto gaussiano con estados mixtos, definimos sus parámetros y hallamos las condiciones de admisibilidad de la distribución de Gibbs. Se describen aplicaciones y resultados del modelo a procesamiento de imágenes en el contexto de análisis de movimiento.

Autores: Juan Miguel Medina, Bruno Cernuschi-Frías
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Juan Miguel Medina

Predicción de procesos armonizables utilizando muestras uniformes del pasado

El propósito de este trabajo es predecir el valor que toma en un instante t dadas como conocidas muestras tomadas a intervalos uniformes $(t-1, t-2, \dots)$ ciertos procesos estocásticos que se pueden representar de la siguiente forma: $X_t = \int_{\mathbb{R}} e^{i2\pi tx} d\mu(x)$ donde μ es una medida aleatoria, es decir, procesos que son, en algún sentido, transformadas de Fourier de una medida.

Se trabaja con procesos estacionarios en el amplio sentido y otros relacionados, tales como los procesos $\mu - (p, q)$ -acotados, que incluyen a los anteriores como caso especial:

Definición.[1] Sea μ una medida Borel regular sobre \mathbb{R} , $1 \leq p \leq \infty$ y $1 \leq q \leq \infty$. Un proceso $L^p(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ -acotado se dice $\mu - (p, \alpha)$ -acotado si X es fuertemente medible and y si existe $C > 0$ tal que: $\left(\mathbb{E} \left| \int_{\mathbb{R}} f(t) X_t dt \right|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq C \left\| \hat{f} \right\|_{L^\alpha(\mu)}$ para toda $f \in L^1(\mathbb{R}, dx)$ tal que $\hat{f} \in L^\alpha(\mathbb{R}, \mu)$.

Veremos que procesos que cumplen ciertas condiciones sobre las traslaciones del soporte de su espectro, que incluyen a los procesos de banda limitada como caso especial, pueden ser predecibles usando muestras uniformes bajo ciertas condiciones adicionales, por ejemplo: en el intervalo de muestreo, etc. En particular, este trabajo contiene como caso particular a uno de A. Papoulis [3], para señales estacionarias en el amplio sentido de banda limitada.

Condiciones similares se usaron en por ej. [2] para generalizar el clásico teorema de muestreo de Shannon, por lo que no es sorprendente éste resultado. Más precisamente en esta dirección se puede probar:

Teorema. Sea X $\mu - (p, \alpha)$ -acotado y fuertemente continuo, supongamos que $\exists A \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$ tal que $\mu_{ac}(A^c) = 0$, si denotamos $w = \frac{d\mu_{ac}}{d\lambda}$, entonces:

a) Si $\lambda([0, 1] \setminus \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} A + k) > 0$ entonces: $\inf_{a_k \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}} \left(\mathbb{E} \left| X_t - \sum_{k=1}^n a_k X_{t-k} \right|^p \right)^{\frac{1}{p}} = 0$.

b) Si $\lambda([0, 1] \setminus \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} A + k) = 0$ y si $\mu_{ac}(A \cap A + k) = 0$ entonces;

$$\inf_{a_k \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}} \left(\mathbb{E} \left| X_t - \sum_{k=1}^n a_k X_{t-k} \right|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq C \left(\exp \left(\int_A \log(w(x)) dx \right) \right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Referencias

- [1] M. Hernandez, C. Houdré, *Disjointness results for some classes of stable processes*, *Studia Math.* 105(3), 1993, pp. 135-153.
- [2] Lloyd S.P. "A sampling theorem for stationary (wide sense) stochastic processes", *Trans. A.M.S.* Vol. 92(1) pp.1-12, 1959.
- [3] Papoulis A. "A Note on the Predictability of Band-Limited Processes", *Proc. IEEE*, vol.73(8) p. 1332, Aug. 1985.

Autores: Rafael A. García

Lugar: Departamento de Físico-Matemáticas, Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Conferencia Invitada

Algunos resultados de estabilidad de sistemas de control conmutados

A diferencia con el caso de los sistemas de control clásicos, las propiedades de estabilidad de los sistemas de control conmutados no dependen solamente de las de sus sistemas componentes, sino también del tipo de leyes de conmutación consideradas. Se presentarán resultados acerca de estabilidad y estabilidad asintótica según Lyapunov y principios de invariancia de LaSalle para estos sistemas, y además resultados para diferentes tipos de estabilidad que involucran a las salidas de los sistemas y sus caracterizaciones en términos de funciones de Lyapunov.

Teoría de Juegos

Organizan:

Juan Carlos Cesco - Alejandro Neme

Autores: Ruth Martínez, Jordi Massó, Alejandro Neme, Jorge Oviedo
Lugar: Departamento de Matemática, Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Universidad Nacional de San Luis y Conicet
Expositor: Jorge Oviedo

El Lema del Bloqueo para el modelo de asignación de trabajadores a empresas

El Lema del Bloqueo identifica un par que bloquea para cada asignación no estable e individualmente racional que es preferido por algunos agentes de un lado del mercado a su asignación estable óptima. Su interés queda en el hecho que ha sido un resultado instrumental para demostrar resultados en el modelo de emparejamiento. Por ejemplo, el hecho que en el problema de admisión a la universidad, el mecanismo estable óptimo para los estudiantes es no manipulable por grupo para los estudiantes, también se usa para demostrar el teorema de estabilidad fuerte en el modelo de matrimonio. Sin embargo, se sabe que el Lema del Bloqueo y sus consecuencias no son verdaderos en el modelo de asignación trabajadores a empresas cuando tienen relaciones de preferencia de sustituible. En este trabajo mostramos que el Lema del Bloqueo se tiene para el modelo asignación de trabajadores a empresas en el que las relaciones de la preferencia son, además de sustituible, cuota q -separable. También mostramos que el Lema del Bloqueo es verdadero sobre un subconjunto de preferencias sustituible para las empresas si y solo si el mecanismo estable óptimo para los obreros es no manipulable por grupo para los obreros.

Autores: Mabel Marí

Lugar: San Juan-UNSJ-

Vacantes y equilibrios en un modelo de matching con resticción de cuota

En este trabajo se considera un modelo de asignación especial, en el cual intervienen dos tipos de agentes complementarios (trabajadores del tipo I y trabajadores del tipo II) y una institución, la cual tiene preferencias sobre los posibles matchings (asignaciones). Esta institución tiene para contratar un conjunto de pares de trabajadores complementarios, y tiene una cuota q que es el número máximo de candidatos permitidos para contratar. Se estudia el efecto que se produce cuando la institución puede aumentar la cuota q . Se diseña un algoritmo que construye un matching estable con una nueva cuota partiendo de un estable con la vieja cuota. Se muestra que, partiendo de un matching arbitrario del modelo, éste converge a un matching estable.

Autores: Delfina Femenia
Lugar: San Juan-(UNSJ)

El core en un modelo de asignación con restricción de capacidad

En este trabajo se estudia el core en un modelo de asignación especial, en el cual intervienen dos tipos de agentes complementarios (trabajadores del tipo I y trabajadores del tipo II) y una institución, la cual tiene preferencias sobre los posibles matchings (asignaciones). Esta institución tiene para contratar un conjunto de pares de trabajadores complementarios, y tiene una cuota q que es el número máximo de pares de candidatos permitidos para contratar. En el modelo se extiende, en un camino natural, el concepto de bloqueo por coalición y de q -core. Bajo la restricción de preferencias responsive de la institución se garantiza la existencia del q -core. Se muestra que el q -core depende de la extensión responsive de la institución, lo que induce a definir el concepto de q -core ampliado, y que, bajo la restricción mencionada, se obtiene una caracterización del q -core ampliado.

Autores: Sara Aida Alaniz, Luis Quintas
Lugar: Universidad Nacional de San Luis
Expositor: Sara Aida Alaniz

Juegos Cíclicos de N Jugadores con Unicos Puntos de Equilibrio
Completamente Mixtos

En el presente trabajo se construyen familias de juegos n-personales q-cíclicos (Marchi y Quintas(1983)), con únicos puntos de equilibrios prefijados, con una estructura similar a la bimatricial estudiada por Marchi y Quintas (1987), y siguiendo los lineamientos expuestos por Quintas (1988 a)). Las construcciones aquí presentadas para juegos n-personales q-cíclicos, completamente mixtos, generalizan las realizadas por Quintas (1988 a)), para juegos bipersonales. Se demuestra la unicidad del equilibrio, para las familias de juegos q-cíclicos completamente mixtas construidas de tres jugadores con tres estrategias cada uno y se esquematiza su extensión a n jugadores.

Autores: Fernando Tohme

Lugar: Departamento de Economía, Universidad Nacional de Sur
Conferencia Invitada

La Economía de los Palos y las Zanahorias: Un teorema de punto fijo en el espacio de formas de juegos

La teoría del Diseño de Mecanismos busca formas de implementar funciones de elección social. Esto es, caracterizar reglas de juego tales que para cualquier vector de preferencias individuales arrojen como solución los resultados de dichas funciones. Maskin mostró que el marco natural para analizar este problema es el de las “formas de juegos”.

Aquí en particular nos centramos en las formas de juego en las que las estrategias son declaraciones de preferencias sobre resultados. Estas formas de juego son llamadas mecanismos directos. Sobre el espacio de estos mecanismos postulamos una operación que a partir de un mecanismo cualquiera provee otros a partir de la optimización de las preferencias de los agentes. Un punto fijo para esta operación no es manipulable por los agentes individuales. Caracterizamos a este punto fijo en términos de uno de los principales teoremas de imposibilidad en la teoría de la Elección Social, el de Gibbard-Satterthwaite, para mostrar que es dictatorial, es decir implementa las preferencias de un único agente.

Autores: Patricia Lucia Galdeano, Luis Quintas

Lugar: San Luis

Expositor: Patricia Lucia Galdeano

Core para juegos con transferencia de información

Estudiaremos un problema de decisión sobre el valor de la información en un modelo cooperativo. Hay un agente (el innovador), que tiene información relevante que pueda vender a algunos potenciales compradores (los usuarios). Estos usuarios tienen que tomar una decisión con cierta probabilidad ζ sobre la ocurrencia de un suceso, además comparten un Mercado Fijo, es decir, que los jugadores serán los mismos durante todo el juego; ninguno se puede retirar durante el proceso. La utilidad prevista de cada uno de ellos puede ser mejorada obteniendo la información, la cual, una vez adquirida, se debe hacer uso de ella. Además los jugadores cooperan entre sí formando coaliciones: Informadas (el innovador pertenece a la coalición) o No Informada (el innovador no es parte de la coalición) y suponemos que los usuarios que están en una coalición piensan que los otros usuarios siempre toman decisiones correctas. Estas suposiciones determinan que el juego sea un juego sin externalidades. La situación entera se modela como un familia de juegos cooperativos de $(n+1)$ persona sin externalidades (uno para cada valor de c).

Se estudia las propiedades de la función característica de este juego. La cual satisface una versión débil de superaditividad, a saber 0-monotónica. El juego se demuestra ser monotónico.

Finalmente estudiamos el Core de cada juego y se determina que punto corresponde al valor de Shapley (calculado en trabajos anteriores).

Autores: Leandro Arozamena

Lugar: Departamento de Economía. Universidad Di Tella

Conferencia Invitada

Competencia en precios simultánea vs. secuencial: subastas y juegos de oligopolio

Se examina la competencia en precios bajo información incompleta: cada participante elige un precio, y quien fija el precio mínimo se convierte en ganador. Esta es la situación generada en licitaciones de primer precio y en algunos casos de oligopolio en mercados de productos homogéneos. Se presentan dos posibilidades: que todos los participantes fijen sus precios en simultáneo -el caso habitual- y que uno de ellos cuente con la ventaja de definir su precio conociendo los precios elegidos por sus rivales. Este último orden de movidas puede surgir debido alguna cláusula contractual o ventaja informativa. Se investiga si que un rival cuente con la posibilidad de mover último vuelve al comportamiento de equilibrio de los participantes más o menos agresivo. Además, se compara el bienestar de los participantes y la eficiencia en los equilibrios de ambos juegos.

Los resultados presentados corresponden a un trabajo en colaboración con Federico Weinschelbaum (Departamento de Economía, Universidad de San Andrés).

Autores: Ignacio Viglizzo

Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional de Sur
Conferencia Invitada

Espacios de tipos y lógica coalgebraica

Un espacio de tipos (concepto introducido por el premio Nobel en economía John Harsanyi), es un conjunto de descripciones de los posibles comportamientos de jugadores en un juego con información incompleta. Estas descripciones incluyen información sobre las expectativas del jugador sobre los factores desconocidos del juego, así como sobre el comportamiento de los otros jugadores. La construcción de un espacio universal de tipos, en el que todos los comportamientos posibles estén representados, es una tarea no trivial. La lógica modal coalgebraica ha permitido clarificar algunos aspectos de esta construcción, generalizar otros y mostrar conexiones con problemas en otras ramas de la matemática.

Autores: Juan Carlos Cesco

Lugar: IMASL-UNSL

A necessary and sufficient condition for a game have non-empty socially stable core

In a recent article, Herings et al (2007) study, in the framework of games with transferable utility, some properties of a very appealing solution concept, the socially stable core, which was first introduced in Herings QTRitet al. (2003) for games with non-transferable utility. According to the authors in the latter reference 'For a payoff vector to be in the socially stable core, there should be neither incentives to deviate from an economic point of view, nor from a social one'. Thus, the socially stable core takes into consideration two different structures related to a finite set of agents $N = \{1, \dots, n\}$. One is of an economic type, and it is described by a cooperative game that can be a game with non-transferable utility (*NTU*-game) like in the latter reference, or a game with transferable utility (*TU*-game) as in Herings QTRitet al. (2007). The other structure has a social character assuming that the agents in N are organized according to an underlying social structure represented by a set of coalitions. Within a coalition belonging to that structure, which is assumed to be given exogenously, each of its members has a power measured by a real number which is also given exogenously. The feasible payoffs (the worth) of the coalitions given by the characteristic function of the associated *NTU*-game (*TU*-game) are obtained in the understanding that the members of each coalition agree to cooperate according to the internal organization that the underlying social structure determines for the coalition. Thus, although it is not stated explicitly, both the social structure and the characteristic function of the game are related somehow. The set of payoff vectors which are both socially and economically stable in a very definite sense determine the socially stable core which, however, can be an empty set. Herings et al. (2003, 2007) gave a sufficient condition guaranteeing the non-emptiness of the socially stable core for structured games in general. Nevertheless, there is not known necessary and sufficient conditions guaranteeing the non-emptiness of the socially stable core not even for superadditive games. The main purpose of this note is to provide a necessary and sufficient condition for the non-emptiness of a general structured *TU*-game which, within the class of superadditive structured games resembles closely the classical condition of balancedness given by Bondareva (1963) and Shapley (1967) to guarantee the non-emptiness of the classical core.

References

- O.N. Bondareva, O.N., 1963. Some applications of linear programming methods to the theory of cooperative games [in Russian], *QTR Problemy Kibernetiki* QTR 10, 119-139.
- Herings, P.J.P., van der Laan, G., Talman, A.J.J., 2003. Socially structured games and its applications. Research memorandum 03/09. METEORO, Maastricht University.
- Herings, P.J.P., van der Laan, G., Talman, D., 2007. Socially stable core in structured transferable utility games. *Games and Economic Behavior* 59, 85-104.
- Shapley L., 1967. On balanced sets and cores, *Naval Research Logistic Quarterly* 14, 453-460.

Autores: Iris Auriol, Ezio Marchi

Lugar: Departamento de Matemática, Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Universidad Nacional de San Luis y CONICET

Expositor: Iris Auriol

Juegos de permutación con cooperación restringida

En este trabajo estudiamos el core de un juego con cooperación restringida, según la definición de Faigle (1989), al cual se le ha incorporado una estructura de juego de partición en el sentido de Kaneko-Woders (1982). Hacemos uso del concepto de juegos balanceados con cooperación restringida y el teorema de Faigle (1989) que establece condiciones necesarias y suficientes para que un juegos con cooperación restringida tenga core no vacío, y probamos que en un juego con ambas estructuras vale un resultado análogo.

Autores: Graciela Nasini, María Susana Montelar, María del Carmen Varaldo
Lugar: Universidad Nacional de Rosario
Expositor: María del Carmen Varaldo

Instancias Indivisibles y Reglas de Asignación de Costos

Consideremos un conjunto N de agentes, ubicados en distintos lugares geográficos, que requieren de un servicio que sólo puede ser suministrado por una fuente 0. Claramente, dada la matriz C de costos de conexión entre agentes y con la fuente, la red más económica estará dada por un árbol de expansión mínima. Ahora bien, para decidir cuánto paga cada agente de este costo global, debemos contar con una *regla de asignación de costos*.

Dada una instancia (N_0, C) del problema, la regla deberá devolvernos, para cada agente, una *asignación de costo* no negativa de manera que la suma de todas las asignaciones cubra el costo global.

En la búsqueda de reglas *justas*, existen en la literatura específica varias propiedades que se imponen. La monotonía de las asignaciones respecto a la variación de los costos (SOL) parece ser una de las más naturales e implica la propiedad de independencia respecto de árboles irrelevantes (IIT). La matriz irreducible C^* asociada a una matriz de costos C , definida por Bird, resulta fundamental para cualquier regla que satisfaga IIT ya que las asignaciones de todos los agentes deberán ser las mismas considerando como matriz de costos a C o a C^* . Así, todas las reglas que satisfacen IIT quedan determinadas por una regla definida sobre la familia de *instancias irreducibles* (IR). Otra propiedad muy frecuente es la llamada Monotonía Poblacional (MP), que implica la propiedad de Separabilidad (SEP).

En este trabajo definimos la *descomposición indivisible* de instancias.

Las *instancias indivisibles* (IN) resultan fundamentales para cualquier regla que satisfaga IIT y SEP en el mismo sentido que lo son las IR para aquéllas que sólo satisfacen IIT: toda regla que satisface IIT y SEP queda determinada por su comportamiento sobre IN. Más aún, probamos que toda regla definida sobre IN que satisface SOL y MP, da lugar a una regla general que también satisface SOL y MP. Estos resultados permiten reducir el análisis de las reglas de asignación sobre instancias indivisibles, las cuales tienen una fuerte estructura.

Así, probamos que existe una única regla definida sobre IN, que satisface el reparto equitativo de costos extras en la fuente (ESEC). Como corolario, obtenemos una prueba alternativa del resultado de Bergantiños y Vidal-Puga sobre la existencia de una única regla que satisface SEP, IIT y ESEC.

Recientemente, Gómez-Rúa y Vidal-Puga presentan una nueva propiedad que asegura que ningún grupo de agentes puede mejorar su situación actuando como un único agente (NAM). Sin embargo, los mismos autores prueban que NAM es incompatible con propiedades naturales como la de simetría. En este sentido, introducimos una nueva propiedad (NASM) alternativa a NAM y consistente con la simetría y probamos que hay una única regla que satisface MP, IIT y NASM.

Autores: Néstor Aguilera, Mariana Escalante

Lugar: UNL, UNR, CONICET

Expositor: Mariana Escalante

Sobre la estabilidad de familias de coaliciones

En este trabajo consideramos juegos cooperativos donde no todas las coaliciones puedan formarse. Sea N el conjunto de jugadores y \mathcal{K} una familia de coaliciones fija. El \mathcal{K} -core es el conjunto de todas las imputaciones no objetables para ningún miembro de la familia. La familia \mathcal{K} se dice *estable* si el \mathcal{K} -core es no vacío para toda función valor considerada.

Dada la familia de coaliciones \mathcal{K} , llamamos $M(\mathcal{K})$ a la matriz $0,1$ con $|N|$ columnas y cuyas filas son los vectores incidencia de las coaliciones en \mathcal{K} . A pesar de no ser la definición original, diremos que una familia de coaliciones es *particionable* si el poliedro $D(\mathcal{K}) = \{x \geq 0, M(\mathcal{K})^t x = 1\}$ no tiene vértices fraccionarios.

Dada una familia de coaliciones no estable analizamos si la incorporación o eliminación de coaliciones o jugadores permite generar una nueva familia estable.

Sea $[N]$ el conjunto de las coaliciones individuales en N y $P(\mathcal{K})$ el conjunto de las particiones en \mathcal{K} . Definimos $G(\mathcal{K})$ el grafo con $|\mathcal{K}|$ nodos y donde dos coaliciones son adyacentes si tienen un jugador en común. Si $\mathcal{K} = \mathcal{K}' \cup [N]$, valen los siguientes resultados:

Lema 1 Si \mathcal{K} es una familia no estable, existe un conjunto finito de jugadores tal que al incorporarlos a ciertas coaliciones en \mathcal{K} , la nueva familia $\widehat{\mathcal{K}}$ es estable y $P(\mathcal{K}) = P(\widehat{\mathcal{K}})$ si y sólo si $M(\mathcal{K}')^t$ no es clique nodo y $G(\mathcal{K}')$ es perfecto.

Lema 2 Si \mathcal{K} es no estable existe un conjunto de jugadores tal que al eliminarlo la nueva familia es estable.

Si $M(\mathcal{K}')^t$ es clique nodo, un conjunto mínimo de jugadores a ser eliminados debe ser un cubrimiento mínimo de circuitos impares (y de sus complementos) por cliques maximales. Sin embargo no cualquiera de ellos permite, al eliminarlo, conseguir estabilidad. Más aún, no necesariamente se mantienen las particiones de la familia original.

Lema 3 Si \mathcal{K} es no estable y $M(\mathcal{K}')^t$ es clique nodo, existe un conjunto de coaliciones tal que al eliminarlo la nueva familia $\widehat{\mathcal{K}}$ es estable y $P(\mathcal{K}) = P(\widehat{\mathcal{K}})$.

En este caso el menor número de coaliciones que deben ser eliminadas para obtener estabilidad coincide con el índice disyuntivo de $G(\mathcal{K}')$ (Nasini (2001)). Por otro lado, analizamos juegos cooperativos con participación parcial de jugadores en las coaliciones de \mathcal{K} . Esto se traduce en entradas racionales de la

matriz $M(\mathcal{K})$. Generalizamos los conceptos de particionabilidad y estabilidad a este tipo de familias de coaliciones y probamos resultados análogos a los existentes para matrices 0, 1.

En cualquiera de los dos modelos (participación parcial o entera de jugadores en coaliciones) existen ejemplos en los cuales es necesario incorporar una cantidad exponencial de jugadores para obtener estabilidad.

Autores: Gustavo Bergantiños
Lugar: Universidad de Vigo, España
Conferencia Invitada

Relaciones entre los repartos monótonos y el núcleo en el problema de
árbol de mínimo costo

Teoría de Lie

Organizan:

Jorge Vargas

Autores: Juan Tirao

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Conferencia Invitada

Funciones esféricas y Polinomios Ortogonales

Desde los trabajos fundacionales de E. Cartan, donde quedó claramente establecida la frutífera interrelación entre la teoría de funciones esféricas asociadas a diversos espacios geométricos G/K , la teoría de representaciones de G y la teoría de funciones especiales, mucho es lo que se ha logrado en estas tres grandes áreas de la matemática.

En las dos últimas décadas comenzó a desarrollarse la teoría de polinomios ortogonales matriciales de una variable, y en los últimos cinco años ha habido un desarrollo paralelo al clásico, en el estudio de funciones esféricas matriciales y funciones especiales matriciales.

En esta conferencia presentaremos algunas de las ideas fundamentales de esta interacción entre representaciones de grupos, funciones esféricas y polinomios ortogonales, indicando algunos resultados recientes en el caso matricial.

Autores: Cynthia Will, Meera Mainkar
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Cynthia Will

Examples of Anosov Lie algebras

Una difeomorfismo f de una variedad diferenciable compacta M se dice de Anosov si exhibe un comportamiento hiperbólico, es decir, en cada punto el espacio tangente TM de M es la suma directa de una parte de contracción y otra de expansión.

Luego de más de 40 años, los únicos ejemplos conocidos de difeomorfismos de Anosov son de naturaleza algebraica, es decir automorfismos de (en orden creciente de generalidad) toros, nilvariedades e infranilvariedades (i.e. cubiertas finitamente por nilvariedades).

Un álgebra de Lie racional $\mathfrak{n}^{\mathbb{Q}}$ (i.e. con coeficientes de estructura en \mathbb{Q}) de dimensión n se dice *Anosov* si admite un automorfismo *hiperbólico* A (i.e. todos sus autovalores tienen módulo diferente de 1) que es *unimodular*; esto es, $[A]_{\beta} \in GL_n(\mathbb{Z})$ en alguna base β de $\mathfrak{n}^{\mathbb{Q}}$, donde $[A]_{\beta}$ denota la matriz de con respecto a β .

También diremos que un álgebra de Lie real (o compleja) es *Anosov* si admite una forma racional que es Anosov. En este trabajo construimos familias de ejemplos de álgebras de Lie reales Anosov, a partir de enteros algebraicos.

Autores: María Inés Pacharoni
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Conferencia Invitada

Relación de recurrencia para funciones esféricas matriciales

La dualidad de espacios simétricos entre el plano hiperbólico complejo $P_2(\mathbb{H}) = SU(2,1)/U(2)$ y el plano proyectivo complejo $P_2(\mathbb{C})$ se manifiesta también en la teoría de funciones esféricas.

En este trabajo probamos una relación de recurrencia de tres términos para familias de funciones esféricas matriciales, del mismo K -tipo, asociadas al plano hiperbólico complejo. El paso crucial es obtener una fórmula de multiplicación para funciones esféricas, lo que se logra a partir de la descomposición explícita en G -módulos del producto tensorial del módulo de Harish-Chandra de una serie principal y una representación de dimensión finita.

Autores: R. Oviedo, A. Barrionuevo
Lugar: Dpto de Matemática FACET-UNT
Expositor: R. Oviedo

Cohomología de nilradicales 4-pasos nilpotentes

Sean \mathfrak{g} un álgebra de Lie semisimple sobre \mathbb{C} de dimensión finita, \mathfrak{h} una subálgebra de Cartan de \mathfrak{g} y W el correspondiente grupo de Weyl. Sean Δ^+ un conjunto de raíces positivas de \mathfrak{g} con respecto a \mathfrak{h} y $\Pi \subset \Delta^+$ un subconjunto de raíces simples.

Se sabe que las subálgebras parabólicas $\mathfrak{p} = \mathfrak{g}_1 \ltimes \mathfrak{n}$ del álgebra de Lie \mathfrak{g} están parametrizadas por los subconjuntos $\Pi_0 \subset \Pi$ a través del hecho que el conjunto de raíces positivas de la subálgebra de Levi \mathfrak{g}_1 de \mathfrak{p} es

$$\Delta_1^+ = \{\alpha \in \Delta^+ : \alpha \text{ tiene coordenada nula en las raíces de } \Pi_0\}.$$

Un famoso teorema de Kostant establece que la cohomología $H^*(\mathfrak{n})$ del álgebra de Lie nilpotente \mathfrak{n} se descompone bajo la acción de \mathfrak{g}_1 como

$$H^*(\mathfrak{n}) \simeq \bigoplus_{w \in W^1} \pi^{w(\rho) - \rho}$$

donde $W^1 = \{w \in W : w^{-1}\Delta_1^+ \subset \Delta^+\}$, ρ es la semisuma de las raíces de Δ^+ y $\pi^{w(\rho) - \rho}$ es la representación irreducible de \mathfrak{g}_1 de peso máximo $w(\rho) - \rho$.

Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie simple de tipo B y sea Π_0 un subconjunto arbitrario de 1 o 2 elementos de Π . En este trabajo calculamos explícitamente, en términos de diagramas de Young, el conjunto de pesos $\{w(\rho) - \rho : w \in W^1\}$ y calculamos su grado cohomológico. Verificamos además que estos subconjuntos Π_0 contemplan exactamente los casos de nilradicales k -pasos nilpotentes, $k \leq 4$, que aparecen en álgebras de Lie simples de tipo B .

Autores: Juan Pablo Rossetti, Roberto J. Miatello

Lugar: FaMAF, Univ. Nac. de Córdoba

Expositor: Roberto J. Miatello

Conferencia Invitada

Isospectralidad en p -formas y teoría de representaciones

Sea $X = G/K$ un espacio simétrico, donde G es un grupo de Lie semisimple y K un subgrupo maximal compacto de G . Si Γ es un subgrupo discreto cocompacto de G actuando libremente en X , $\Gamma \backslash X$ es una variedad riemannian compacta y $L^2(\Gamma \backslash G)$ se descompone

$$L^2(\Gamma \backslash G) = \sum_{\pi \in \widehat{G}} n_{\Gamma}(\pi) H_{\pi}$$

donde los H_{π} son subespacios cerrados, irreducibles, G -invariantes, con multiplicidad finita $n_{\Gamma}(\pi)$. Aquí \widehat{G} denota el dual unitario de G .

Sea (τ, V_{τ}) una representación compleja unitaria de K de dimensión finita. Huber Pesce consideró el espectro del operador de Laplace en $\Gamma \backslash X$ en conexión con la representación regular derecha de G relativa a τ y definió que dos subgrupos Γ_1, Γ_2 de G , son τ -equivalentes si $n_{\Gamma_1}(\pi) = n_{\Gamma_2}(\pi)$ para todo $\pi \in \widehat{G}_{\tau} = \{\pi \in \widehat{G} : \text{Hom}_K(\tau, \pi) \neq 0\}$; y probó que si Γ_1, Γ_2 son τ -equivalentes, entonces $\Gamma_1 \backslash X$ y $\Gamma_2 \backslash X$ son isospectrales para el operador de Laplace actuando en secciones del fibrado homogéneo $G \times_{\tau} V_{\tau} \rightarrow \Gamma_i \backslash G/K$, $i = 1, 2$ respectivamente.

Hemos estudiado, para espacios de curvatura seccional constante, la pregunta análoga para el p -espectro del operador de Hodge-Laplace actuando en p -formas de $\Gamma \backslash X$, probando que en general, p -isospectralidad no implica τ_p -equivalencia, y obteniendo una variante del resultado de Pesce:

Teorema. *Sea $X = G/K$ un espacio localmente simétrico compacto de curvatura constante.*

- (i) *Si $p < \frac{n-1}{2}$, $\Gamma_1 \backslash X$ y $\Gamma_2 \backslash X$ son q -isospectrales $\forall q, 0 \leq q \leq p$ si y sólo si son τ_q -equivalentes $\forall q, 0 \leq q \leq p$.*
- (ii) *Si $X \cong S^n$, para cada $0 \leq q \leq n$, $\Gamma_1 \backslash X$ y $\Gamma_2 \backslash X$ son q -isospectrales si y sólo si son τ_q -equivalentes.*

En curvatura 0, muchos ejemplos de variedades p -isospectrales y no τ_p -equivalentes resultan de ejemplos construidos en trabajos anteriores. Para formas esféricas, Ikeda, Pesce y recientemente Gornet y McGowan han obtenido espacios lentes p -isospectrales para algunos valores de p , que no pueden ser τ_q -equivalentes. En el caso hiperbólico, la construcción de tales ejemplos es difícil, puesto que se conoce muy poco de las multiplicidades $n_\Gamma(\pi)$. Sin embargo, hay ejemplos interesantes en dimensión n par y $p = \frac{n}{2}$.

Autores: R. Bruggeman, R. Miatello,
Lugar: U.Utrecht, U.N.Cba
Expositor: Roberto Miatello

Densidad de formas automorfas para el grupo modular de Hilbert

Sea F un cuerpo totalmente real y $\Gamma_0(I)$ un subgrupo discreto de tipo Hecke de $SL_2(F)$, para un ideal $I \neq 0$ en el anillo de enteros de F . Se obtiene una fórmula asintótica para una suma de productos de coeficientes de Fourier de formas automorfas cuspidales, cuyos autovalores están en una región Ω_t del espacio de multi-autovalores. El resultado implica, en particular, la existencia de infinitas representaciones automorfas cuspidales con multi-autovalor en regiones prefijadas de diversos tipos. Por ejemplo, regiones con coordenadas en pequeños intervalos prefijados para todos salvo uno de los "infinite places" de F , y sectores o bandas oblicuas en el caso cuadrático. Se obtienen también fórmulas de Weyl con pesos. La herramienta principal en la demostración es una fórmula asintótica de tipo Kuznetsov.

Autores: Leandro Cagliero, Nadina Rojas
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Nadina Rojas

Representaciones de dimensión mínima de álgebras de Lie de Heisenberg Truncadas

El Teorema de Ado afirma que toda álgebra de Lie \mathfrak{g} de dimensión finita sobre un cuerpo de característica cero k admite una representación fiel, dando origen al problema de calcular

$$\mu(\mathfrak{g}) = \min\{\dim V : (\pi, V) \text{ es una representación fiel de } \mathfrak{g}\}.$$

El invariante $\mu(\mathfrak{g})$ tiene relación con problemas de geometría diferencial y, por lo general, es difícil de obtener para un álgebra de Lie \mathfrak{g} dada. Salvo para la familia de álgebras de Lie semisimples, son contadas las álgebras de Lie \mathfrak{g} para las cuales se conoce $\mu(\mathfrak{g})$. En la clase de álgebras de Lie nilpotentes se sabe, por ejemplo, que si \mathfrak{g} es filiforme, entonces $\mu(\mathfrak{g}) \geq \dim \mathfrak{g}$; que si \mathfrak{g} es \mathbb{Z} -graduado, entonces $\mu(\mathfrak{g}) \leq \dim \mathfrak{g} + 1$ y que existen álgebras de Lie nilpotentes \mathfrak{g} tales que $\mu(\mathfrak{g}) > \dim \mathfrak{g} + 1$.

Sea \mathfrak{h}_m el álgebra de Lie de Heisenberg de dimensión $2m + 1$ y sea $k[t]$ el álgebra de polinomios en una variable. Para cada $m \in \mathbb{N}$ y $p \in k[t]$ no nulo, el álgebra de Lie de Heisenberg truncada asociada es, por definición, $\mathfrak{h}_{m,p} = \mathfrak{h}_m \otimes_k k[t]/(p)$. Esta es un álgebra de Lie sobre k , es 2-pasos nilpotente y tiene dimensión $(2m + 1) \deg(p)$.

En este trabajo probamos el siguiente teorema

Teorema. *Sea k un cuerpo de característica cero y sea $p \in k[t]$ un polinomio no nulo. Entonces*

$$\mu(\mathfrak{h}_{m,p}) = m \deg(p) + \lceil 2\sqrt{\deg(p)} \rceil.$$

En particular $\mu(\oplus_{i=1}^r \mathfrak{h}_m) = mr + \lceil 2\sqrt{r} \rceil$.

Cuando $r = 1$ este teorema extiende el resultado $\mu(\mathfrak{h}_m) = m + 2$, el cual es bien conocido.

Autores: Tim Bratten

Lugar: UNICEN

Conferencia Invitada

Dualidad y n -homología

Sea G_0 un grupo reductivo de clase Harish-Chandra con álgebra de Lie \mathfrak{g}_0 . Fijamos un subgrupo compacto maximal $K_0 \subseteq G_0$. Sea \mathfrak{g} la complexificación de \mathfrak{g}_0 . Una subálgebra parabólica $\mathfrak{p} \subseteq \mathfrak{g}$ se llama *linda* si

$$\mathfrak{g}_0 \cap \mathfrak{p} = \mathfrak{l}_0$$

es una forma real de un factor de Levi \mathfrak{l} de \mathfrak{p} . Sea L_0 el subgrupo de Levi asociado y indicamos con \mathfrak{n} el radical nilpotente de \mathfrak{p} . Entonces \mathfrak{p} se llama *muy linda* si $L_0 \cap K_0$ es un subgrupo compacto maximal de L_0 .

Fijamos una subálgebra parabólica muy linda \mathfrak{p} y sea M un módulo de Harish-Chandra para (\mathfrak{g}, K_0) . Entonces se sabe que los espacios de n -cohomología

$$H_p(\mathfrak{n}, M)$$

son módulos de Harish-Chandra para $(\mathfrak{l}, K_0 \cap L_0)$. Indicamos con M_{glob} uno de los cuatro globalizaciones canónicas considerado por D. Vogan en su preprint [1]. Entonces Vogan propone la conjetura que existen isomorfismos naturales:

$$H_p(\mathfrak{n}, M_{\text{glob}}) \cong H_p(\mathfrak{n}, M)_{\text{glob}}.$$

Para el caso de la globalización minimal, la conjetura fue probado en [2].

En un trabajo de 2006 [3], hemos dado una demostración de la conjetura en el caso que G_0 es un grupo reductivo complejo conexo y M_{glob} es la globalización maximal. Ahora queremos comunicar una demostración nueva que funciona para cualquier grupo reductivo G_0 de clase Harish-Chandra.

[1] Vogan, D.; *Unitary representations and complex analysis*. Se encuentra en su sitio de web: <http://www-math.mit.edu/~dav/paper.html>.

[2] Bratten, T.; *A comparison theorem for Lie algebra homology groups*. Pac. Jour. Math. Vol. 182, No. 1, Jan 1998.

[3] Bratten, T. y Corti, S.: *The algebraic version of a conjecture by Vogan*. Arxiv Math RT/0606071v1. 23 páginas. 2 Jun 2006.

Autores: Pablo Román, Juan Tirao

Lugar: Fa.M.A.F. - Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Pablo Román

La transformada esférica de cualquier K tipo sobre el grupo $SU(2,1)$

En este trabajo es utilizamos la teoría de funciones esféricas de tipo δ de un grupo localmente compacto G para definir una transformada esférica de cualquier K -tipo sobre el álgebra $I_{c,\delta}(G)$. Introducimos los conceptos de función esférica unitaria y función esférica definida positiva. En el caso escalar, las funciones definidas positivas están estrechamente relacionadas con las representaciones unitarias de G . Una de las consecuencias de esta conexión es el Teorema de Gelfand-Raikov. En el caso matricial, las funciones esféricas irreducibles de tipo δ definidas positivas se corresponden con las representaciones unitarias de G que contienen al K -tipo δ al restringir a K . Utilizamos la la fórmula de inversión de Plancherel sobre G para derivar una fórmula de inversión para la transformada esférica sobre $I_{c,\delta}(G)$.

En [RT] caracterizamos todas las funciones esféricas de cualquier tipo asociadas al par $(SU(2,1), U(2))$ en términos de funciones funciones hipergeométricas matriciales ${}_2H_1$. Esta información nos permite explicitar la transformada esférica y su correspondiente formula de inversión para el grupo $G = SU(2,1)$.

[RT] *Spherical functions, the complex hyperbolic plane and the hypergeometric operator*, P. Román and J. Tirao, *Int. J. Math.*, **17**, No. 10, (2006), 1151-1173.

En este trabajo demostramos que \tilde{M} admite un proceso de eliminación gaussiana *periódico* que conduce a una descomposición LU. Además calculamos explícitamente las entradas matriciales de L y U las cuales resultan estar dadas por polinomios de Jacobi $P_n^{\alpha,\beta}(x)$ en la variable $x = \frac{L_E + R_E}{L_E - R_E}$. Más aún, los polinomios correspondientes a las entradas de L y L^{-1} son ultrasféricos.

Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Gastón Andrés García
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Gastón Andrés García
Conferencia Invitada

Subgrupos cuánticos de un grupo cuántico simple en una raíz de 1

Sea G un grupo algebraico complejo simple, conexo y simplemente conexo y sea ϵ una raíz ℓ -ésima primitiva de 1, siendo ℓ impar y $3 \nmid \ell$ si G es de tipo G_2 . El propósito de esta charla es mostrar cómo se determinan todos los cocientes de álgebras de Hopf del álgebra de funciones cuantizada $\mathcal{O}_\epsilon(G)$. Este problema fue considerado primero por P. Podleś [P] para los grupos cuánticos $\mathcal{O}_q(SU(2))$ y $\mathcal{O}_q(SO(3))$. La caracterización de todos los cocientes de álgebras de Hopf de *dimensión finita* de $\mathcal{O}_q(SL_N)$ fue obtenida por Eric Müller [M2].

Este trabajo se puede ver como una continuación de una larga tradición en el estudio de subgrupos de un grupo algebraico simple. De hecho, nuestro resultado principal asume el conocimiento de tales subgrupos. Aparte del interés matemático intrínseco, este resultado podría tener implicaciones en análisis armónico cuántico – ver por ejemplo [L]– y en el estudio de categorías modulares sobre la categoría tensorial de comódulos sobre el álgebra de Hopf $\mathcal{O}_\epsilon(G)$ – en el sentido de [EO]. Uno de los resultados que se desprenden del teorema principal de [AG] es la construcción de nuevos ejemplos de álgebras de Hopf de dimensión finita. Éstos vienen dados por extensiones no triviales de grupos cuánticos finitos por grupos finitos. Más aún, un resultado sugestivo de Ştefan [St, Teo. 1.5] afirma que toda álgebra de Hopf de dimensión finita generada por una subcoálgebra simple de dimensión 4 que es estable por la antípoda es un cociente de $\mathcal{O}_q(SL_2)$. Es de suponer que los cocientes de dimensión finita de álgebras de coordenadas cuantizadas más generales jueguen un rol prominente en la clasificación de álgebras de Hopf.

Referencias

- [AG] N. Andruskiewitsch and G. A. García, ‘Quantum subgroups of a simple quantum group at roots of 1’. Preprint, ver arXiv.org.
- [EO] P. Etingof and V. Ostrik, ‘Finite tensor categories’, *Mosc. Math. J.* **4** (2004), 627–654, 782–783.

- [L] G. Letzter, 'Coideal subalgebras and quantum symmetric pairs', in "New directions in Hopf algebras", 117–165, *Math. Sci. Res. Inst. Publ.* **43**, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2002.
- [M2] E. Müller, 'Finite subgroups of the quantum general linear group', *Proc. London Math. Soc.* (3) **81** (2000), no. 1, 190–210.
- [P] P. Podleś, 'Symmetries of quantum spaces. Subgroups and quotient spaces of quantum $SU(2)$ and $SO(3)$ groups', *Comm. Math. Phys.* **170** (1995), 1–20.
- [St] D. Ştefan, 'Hopf algebras of low dimension', *J. Algebra* **211** (1999), 343–361.

Autores: Carina Boyallían, Vanesa Meinardi

Lugar: Córdoba

Expositor: Vanesa Meinardi

Representaciones Quasifinitas de la Superálgebra de Lie de
pseudo-operadores diferenciales cuánticos

En este trabajo se generalizan resultados conocidos sobre la caracterización de representaciones quasifinitas de peso máximo de álgebras de Lie, para superálgebras y se aplican estos resultados para clasificar los módulos quasifinitos irreducibles de peso máximo de la superálgebra de Lie de pseudo-operadores diferenciales cuánticos.

Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Iván Angiono

Lugar: FaMAF, Univ. Nac. de Córdoba

Expositor: Iván Angiono

Álgebras de Nichols con trenza genérica

Fijemos k un cuerpo algebraicamente cerrado de característica 0. Si H es un álgebra de Hopf, entonces $G(H) := \{x \in H - 0 : \Delta(x) = x \otimes x\}$ es un subgrupo del grupo de unidades de H ; es un invariante básico de las álgebras de Hopf. Recordemos que H es punteada si el corradical de H es $kG(H)$, o equivalentemente si todo H -comódulo es de dimensión 1. Otro invariante fundamental de un álgebra de Hopf punteada es la *trenza infinitesimal*, cierta solución $c : V \otimes V \rightarrow V \otimes V$ de la ecuación de trenzas. Diremos que c es *genérica* si existe una matriz (q_{ij}) , donde q_{ii} no es una raíz de 1, para todo i , y una base v_i de V tal que $c(v_i \otimes v_j) = q_{ij}v_j \otimes v_i$.

Consideremos Γ un grupo abeliano libre de rango s . Una colección

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}((a_{ij}), (q_I), (g_i), (\chi_i), (\lambda_{ij})),$$

se dirá un *dato genérico de tipo Cartan finito* para Γ cuando se tenga:

- $(a_{ij}) \in \mathbb{Z}^{\theta \times \theta}$ una matriz de Cartan de tipo finito; sea (d_1, \dots, d_θ) una matriz diagonal de enteros positivos tales que $d_i a_{ij} = d_j a_{ji}$, los cuales son minimales con esta propiedad. Sea \mathcal{X} el conjunto de componentes conexas del diagrama de Dynkin correspondiente a dicha matriz; si $i, j \in \{1, \dots, \theta\}$, entonces $i \sim j$ significa que están en la misma componente conexa.

- $(q_I)_{I \in \mathcal{X}}$ una familia de elementos en $k - 0$, que no son raíces de 1.

- g_1, \dots, g_θ son elementos de Γ , $\chi_1, \dots, \chi_\theta$ son caracteres en $\hat{\Gamma}$, tales que

$$\langle \chi_i, g_i \rangle = q_I^{d_i}, \quad \langle \chi_j, g_i \rangle \langle \chi_i, g_j \rangle = q_I^{d_i a_{ij}}, \quad \forall 1 \leq i, j \leq \theta, \quad i \in I.$$

- $(\lambda_{ij})_{1 \leq i < j \leq \theta, i \not\sim j}$ es una colección de elementos en $\{0, 1\}$ tales que λ_{ij} es arbitrario si $i \not\sim j$, $g_i g_j \neq 1$ y $\chi_i \chi_j = \varepsilon$; y $\lambda_{ij} = 0$ en caso contrario.

Dado un dato \mathcal{D} para Γ , se construye en [AS] un álgebra de Hopf punteada $U(\mathcal{D})$ con $G(U(\mathcal{D})) \simeq \Gamma$.

En esta comunicación se presenta el siguiente teorema de clasificación:

Teorema. [AA] *Sea A un álgebra de Hopf punteada con corradical $G(A)$, donde $G(A)$ es un grupo abeliano finitamente generado, y trenza infinitesimal genérica. Entonces, son equivalentes:*

(a). *A es un dominio de dimensión de Gelfand-Kirillov finita.*

(b). El grupo $\Gamma := G(A)$ es libre, abeliano, de rango finito, y existe un dato \mathcal{D} para Γ tal que $A \simeq U(\mathcal{D})$ como álgebras de Hopf.

La prueba sigue el mismo esquema que [AS, Th. 5.2], un teorema análogo pero en el cual se asume trenza infinitesimal positiva en lugar de genérica; y se utiliza fundamentalmente el resultado principal de [H].

[AA] N. Andruskiewitsch and I. Angiono, *On Nichols algebras with generic braiding*. arXiv:math/0703924v2 . Aceptado en "Modules and Comodules", Proceedings of a conference in Porto, 17 pp.

[AS] N. Andruskiewitsch and H.-J. Schneider, *A characterization of quantum groups*. J. Reine Angew. Math. **577**, 81–104 (2004).

[H] I. Heckenberger, *The Weyl groupoid of a Nichols algebra of diagonal type*, Inventiones Math. **164**, 175–188 (2006).

Comunicaciones REM 2007

Universidad Nacional de Córdoba

Autores: Claudia Savino - Pedro R. Marangunic

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Escuela Normal Superior en Lenguas Vivas N°1 (Esc.Prov.N°34 Dr. Nicolás Avellaneda)

Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura (UNR)

email: pmarangu@fceia.unr.edu.ar

Expositor: Pedro R. Marangunic

Nivel: Secundario, Universitario, Formación de profesores y Capacitación docente.

Las Revistas de Educación Matemática y su influencia en la formación permanente del docente de nivel secundario

Con el presente trabajo, que en su mayor parte refleja el Trabajo Final que la primera autora realizara para un Postítulo bajo la orientación del segundo autor, intentamos llamar la atención sobre el valiosísimo (aunque poco aprovechado) material que constituyen las Revistas de Educación Matemática, tanto para el docente de Matemática como para el estudiante de Profesorado. Son numerosas las revistas especializadas a las que podemos acceder, tanto impresas como por Internet, pero el desconocimiento de su existencia lleva muchas veces a la utilización sólo de libros. En ellas aparecen los avances de investigación, así como nuevas propuestas que permiten ampliar el horizonte intelectual de quienes las incorporan a sus fuentes de estudio. Se puede acceder a ellas a través de las Asociaciones de Profesores de Matemática o conectándose con Escuelas de Matemática de las Universidades. También, como queda dicho, a través de diversas páginas de Internet. En este trabajo, luego de comentar brevemente algunos datos históricos sobre el nacimiento de las revistas científicas en general y el de las revistas matemáticas en particular, concentramos nuestra atención sobre las que están especialmente vinculadas a la Educación Matemática. Si bien no nos restringimos a nuestro país, damos especial atención a las que existen o existieron en la Argentina. Los propósitos de tales revistas, las distintas secciones que las componen, las normas para presentación de trabajos, son sólo algunos de los temas acá considerados. Se dedica un apartado al tema de la resolución de problemas y otro al objetivo (que creemos fundamental) de destacar la necesidad, o cuanto menos la conveniencia, de utilizar Revistas de Educación Matemática para repensar o reformular nuestras prácticas docentes. A modo de conclusión, se enuncian varias propuestas. También se incluyen consideraciones y resultados de una encuesta realizada entre docentes por la primera autora.

Autores: Estela Rechimont, Nora Ferreyra, Carlos Parodi
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Universidad Nacional de La Pampa
email: rechimont@exactas.unlpam.edu.ar
Expositor: Estela E. Rechimont

Registros de representación semiótica en la solución de un problema

La comprensión de un concepto matemático requiere desplegar diferentes registros de representación y es necesaria la coordinación de los mismos, para lograr una correcta articulación que permita la aprehensión del mismo. La representación en un solo registro difícilmente da la posibilidad de una comprensión integral del concepto. Para el análisis que realizaremos en un problema propuesto a alumnos de la carrera Profesorado en Matemática tendremos en cuenta las siguientes entidades:

- Lenguaje (términos, expresiones, notaciones, gráficos, tanto oral como escrito).
- Situaciones (problemas más o menos abiertos, aplicaciones extramatemáticas, intramatemáticas, ejercicios).
- Conceptos: Definiciones o descripciones (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo,...).
- Propiedades: Enunciados o proposiciones.

Consideramos, en la solución del problema, elementos ostensivos, extensivos e intensivos. El concepto de lugar geométrico en matemática resulta, a veces, complejo en su determinación y ello tal vez se deba a la posibilidad de representación en distintos registros que generan diferentes niveles de abstracción y significados. El aprendizaje de este concepto es fundamental en geometría analítica y es imprescindible para la comprensión de ciertos conceptos en otras áreas en las que se lo utiliza como herramienta. En situaciones de enseñanza-aprendizaje, considerando la temática de lugar geométrico, hemos observado que los alumnos, en muchas ocasiones, presentan la situación propuesta en un registro gráfico solamente. Esa producción pone de manifiesto la existencia de dificultades para expresar el problema en un registro algebraico que caracterice el conjunto de puntos que valide las conjeturas elaboradas a priori. El presente trabajo analiza la respuesta de estudiantes de los primeros años de la carrera Profesorado en Matemática de

la Universidad Nacional de La Pampa, ante el requerimiento de determinar el conjunto de puntos que verifican una condición dada. Problema: Sea C una circunferencia de centro O y diámetro AB . M un punto sobre la circunferencia y R la recta tangente a C por M . Sea $'M$ el punto de intersección de esta tangente con la recta paralela a AM que pasa por O . Determinar el lugar geométrico de los puntos $'M$ cuando M recorre C . Un análisis a priori realizado para el problema presentado, puso de manifiesto una solución en un registro geométrico-algebraico utilizando representaciones de uso frecuente por parte de los alumnos. Consideramos que este tipo de análisis es útil para describir procesos de interpretación y comunicación del saber matemático, e identificar algunas razones que pueden condicionar la actividad de aprendizaje. La experiencia muestra que trabajando con problemas los alumnos adquieren habilidades en el tratamiento de distintos registros de representación y la correspondiente conversión entre ellos, condición necesaria para resolver problemas y procurar el desarrollo del pensamiento matemático. Los alumnos identifican mayormente el registro gráfico pues resulta más intuitivo, esto implica que la comprensión de la situación planteada es a un nivel intuitivo, y como no hay correcta coordinación entre distintos registros, no se logra una comprensión a un nivel de mayor abstracción.

Autores: Herran, Martín; Valdez, Liliana; Puga, Carlos y Díaz, Eudisia

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Salta

email: herran@unsa.edu.ar

Expositor: Herran, Martin

Nivel: Superior

Problemas de la vida cotidiana como un recurso didáctico para enseñar
matemática

Este trabajo propone una estrategia de enseñanza para acercar la matemática al mundo real. Ella consiste en la presentación de diferentes temas del programa de la asignatura mediante problemas relacionados con la vida diaria, con el objeto de superar el rechazo a la matemática que muchas veces manifiestan los estudiantes. La enseñanza a través de la resolución de problemas es un método eficaz para poner en práctica el principio de aprendizaje activo. Se promueve que el estudiante se acerque a los diferentes problemas planteados en forma gráfica, numérica y simbólica.

Autores: Herrera, María Inés; Rodríguez, María Inés y Herrera, Jesús Ricardo

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto, Córdoba

email: miherrera@exa.edu.ar

Expositor: Herrera, María Inés

Análisis de una situación de contexto regional, en una primera clase de estadística

En este trabajo se presenta una propuesta innovadora para motivar al alumno en el aprendizaje de la metodología estadística. Ella puede ser desarrollada en curso de estadística básica de cualquier orientación, no específicamente matemática en los niveles de educación universitaria, terciaria y polimodal. En la elaboración de dicha innovación se han tenido en cuenta los errores y dificultades predecibles que a menudo los alumnos manifiestan en la etapa de enseñanza-aprendizaje y en las distintas etapas de evaluación. Nuestra experiencia docente nos ha permitido observar una predisposición general, del alumnado de los cursos de estadística básica, a enfrentar el estudio de esta asignatura como “una matemática más” en su programa de estudios. Sin embargo, el razonamiento estadístico está bastante alejado del razonamiento matemático determinístico. Para superar esta problemática, se propone una actividad a ser desarrollada en una primera clase práctica, con la finalidad de que los alumnos logren reflexionar sobre el tipo información que involucra la situación planteada y cómo se la obtuvo, identificar el objetivo de estudio y en base a él seleccionar la información que sea adecuada para arribar a una conclusión, sin perder de vista que la fuerza de ésta esta sujeta a cierta probabilidad de ser incorrecta a nivel poblacional. También esta actividad brinda la posibilidad de reconocer la necesidad de una formación específica y adecuada en estadística y de reflexionar a cerca de los nexos que tienen las distintas unidades del programa de la asignatura.

Autores: Guardarucci, María Teresa
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Departamento de Ciencias Básicas - Facultad de Ingeniería (UNLP)
email: marite@mate.unlp.edu.ar
Expositor: Guardarucci, María Teresa

Diseño de un curso inicial de matemática basado en un eje conceptual

El propósito del presente trabajo es relatar un aspecto de una experiencia de cambio curricular y metodológico en la enseñanza de contenidos de matemática destinados a alumnos ingresantes a las carreras de Ingeniería de la UNLP. El aspecto innovador de la experiencia que queremos destacar en este caso es el desarrollo de contenidos siguiendo un eje temático: el estudio de la variación en funciones de una y varias variables, y en funciones a valores vectoriales. Tradicionalmente estos cursos, y la bibliografía correspondiente, desarrollan todo el cálculo diferencial e integral en una variable, para luego iniciar el estudio en varias variables. Enmarcada en un cambio de plan de estudios en el año 2001, la experiencia se inició con la premisa básica de construir y no de imponer conocimiento; esto llevó a replantearse el currículo de las materias de Matemática, tanto en el aspecto de la selección y organización de contenidos así como en la manera de concebir a la actividad en el aula, en el convencimiento de el protagonista no debe ser el profesor expositor, sino que debía conformarse un espacio en el cual todos trabajen. A la hora de seleccionar contenidos, la experiencia de los docentes indicó que al retomar el cálculo diferencial en varias variables, habiendo desarrollado en medio el cálculo integral de una variable, se debían recuperar permanentemente conceptos afines en una variable. Por el contrario, si se dedica el curso a trabajar exclusivamente en el cálculo diferencial, puede desarrollarse la enseñanza desde una visión de unidad conceptual - con eje en la variación funcional - y proponer una pequeña cantidad de situaciones motivadoras las cuales se trabajan en un contexto, y luego se retoman en contextos más generales, haciendo evidente la necesidad de herramientas adecuadas para su tratamiento, siempre vinculadas a los ejes conceptuales definidos de antemano. En la opinión mayoritaria de los docentes que concibieron la propuesta la enseñanza de la matemática debe ser principalmente constructiva y es por ello que se desarrolló material didáctico coherente con esa posición. El material de clase, por lo tanto, se preparó con el propósito de posibilitar que el alumno adquiriera autonomía, se cuestione situaciones, pueda inferir resultados y por último esté en condiciones de abordar los temas con un grado

creciente de formalismo. En cuanto a los cambios observados - a cuatro años de iniciada la experiencia -, se destacan la capacidad de autoaprendizaje que desarrollan los alumnos, su asistencia y permanencia en el aula en un clima de trabajo y discusión grupal, la actitud inquisitiva del alumno que ya no espera una demostración y su aceptación para resolver los ejercicios impuestos en un trabajo práctico, sino que cuestiona el contenido hasta su aceptación por convencimiento.

Autores: Laura Crescentino, Graciela Ganyitano, José Klinsky, Verónica Vela
Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: San Juan - Argentina

email: gganyita@unsj.edu.ar

Expositor: Graciela Ganyitano

La competencia comunicacional: cómo lograrla a través de la matemática

Este trabajo se llevó a cabo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de San Juan y se realizó siguiendo los lineamientos generales planteados en el Proyecto Multidisciplinario y Multifacultades "Concepción de Estrategias Curriculares y Metodológicas para el Logro de Competencias Matemáticas en Carreras no Matemáticas", perteneciente al Programa de Matemática Aplicada y Matemática Educativa del Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería. A lo largo de todos nuestros años de experiencia docente se advirtió una frecuente problemática: la dificultad de los alumnos de comunicar correctamente las ideas, usando el lenguaje propio de cada asignatura. En particular en el discurso oral, escrito, simbólico y gráfico de la asignatura Matemática. A fin de formalizar nuestras experiencias se diseñó un trabajo en el marco del Proyecto de Investigación en el que estamos incluidos, con el fin de analizar esta situación. Para ello, se cumplió con las siguientes etapas: 1) diagnóstico de la situación, 2) determinar algunas variables causales, 3) determinar consecuencias del problema, 4) diseño y análisis de eficacia de algunas estrategias tendientes a la adquisición de determinadas competencias matemáticas, en particular la competencia comunicativa. La actividad diseñada produjo mejoras en el aprendizaje de la matemática en general y en la capacidad de comunicación de procesos matemáticos en particular, en tanto que ha permitido la superación y/o disminución de las dificultades mencionadas. Se logró una muy buena predisposición de parte de los alumnos ante el trabajo propuesto. El ambiente de trabajo basado en actividades de lectura, discusión, exposición, comparación, asociación de ideas, fue propicio para mejorar significativamente, la calidad de la comprensión de contenidos matemáticos. El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Es él quien construye el conocimiento y nadie puede sustituirle en esa tarea.

Autores: Emma Estela Morales-Maria Ethel Sarasua
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Facultad de Ingeniería-Universidad Nacional de San Juan
email: emorales@unsj.edu.ar
Expositor: Emma Estela Morales

Enseñanza de temas de estadística fortaleciendo la competencia comunicacional

La deficiencia comunicacional de los alumnos universitarios es tema de constante debate y reflexión ya que, desde el ingreso mismo a la Universidad, es detectada y procura ser subsanada (o al menos “minimizada”) con diferentes estrategias institucionales y/o áulicas, no siempre con éxito. Es importante resaltar ideas ejes que motivan la experiencia a tratar:

- En los últimos años el interés y trabajo en grupos en diferentes organizaciones: empresas, instituciones educativas; no ha hecho sino crecer.
- Los equipos aparecen como forma de trabajo capaces de dar respuesta a diferentes necesidades, tales como integración y especialización, estructuras flexibles y organizaciones del saber.
- Durante el proceso de formación de ingenieros en la Universidad existen pocas ocasiones de trabajar intencional y focalizadamente sobre el plano de las relaciones humanas, la integración a equipos de trabajo, el desarrollo de la competencia comunicacional, etc.

Esta experiencia surge como una propuesta metodológica que aporta, desde dos cátedras que trabajan con similar grupo de alumnos, actividades que colaboran al desarrollo y/o perfeccionamiento de la competencia comunicacional (oral y escrita) en los alumnos de la carrera Bioingeniería, de la Facultad de Ingeniería de la U.N.S.J. Las asignaturas involucradas son Complementos de Matemática y Relaciones Humanas y Dinámicas de Grupo, materias optativas dentro del plan de estudios vigente. En la asignatura Complementos de Matemática del 10º semestre (5º año), se desarrollan temas de Estadística aplicados a situaciones relacionadas con la Bioingeniería, referidos a: inferencia estadística relativa a dos poblaciones, análisis de la varianza, regresión y correlación múltiple, métodos no paramétricos y estadísticas vitales. En la asignatura Relaciones Humanas y Dinámicas de Grupo del 8º

semestre (4º año), se procura sensibilizar a los alumnos acerca de la problemática comunicacional y sus repercusiones en el ámbito laboral y se trabaja, entre otros, en el eje temático proceso comunicacional. Algunas expectativas de logro, compartidas por las dos cátedras involucradas, referidas a la competencia relacional-comunicacional que se plantean son: -asumirse como parte de un grupo, descubriendo sus potencialidades y limitaciones para transferirlo a situaciones concretas de trabajo interactivas. -analizar su estilo comunicacional, asumiendo una actitud crítica constructiva. -valorar la comunicación como herramienta de trabajo. El grupo segmento de alumnos con los que se trabajó en Complementos de Matemática en el 2006 en un 70 % cursó y aprobó la cátedra Relaciones Humanas y Dinámicas de Grupo durante los años 2004 - 2005. Puede por esta razón inferirse que existe en dicho grupo-segmento cierta sensibilización y trabajo intencional frente a la problemática relacional-comunicacional. Vale esta experiencia como un aporte de optimización de resultados y/o aprovechamiento de recursos en la dirección de trabajo inter-cátedras.

Autores: Calandra María Valeria, Vericat Fernando
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Gamefi -Facultad de Ingeniería - UNLP
email: mava@mate.unlp.edu.ar
Expositor: Calandra Maria Valeria

Utilización de la simulación numérica para la enseñanza de la teoría de colas

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar una forma de introducir al alumno de la asignatura Probabilidades en los conceptos fundamentales del estudio de la teoría de colas mediante el uso de simulación numérica. Es sabido que con los avances actuales de la informática y la disponibilidad actual de las computadoras personales en las aulas, la tendencia es aplicar estas tecnologías a la enseñanza de la matemática, en general, y en particular a la enseñanza de probabilidades y estadística. La idea aquí presentada consiste en, a través de dichas herramientas, aplicar los conceptos básicos de la teoría de colas. Los alumnos reciben en todos los casos los fundamentos teóricos que hacen a esta temática, los cuales basan su estudio en casos perfectamente definidos, y que tienen una forma establecida de solución. Los problemas en el estudio de esta temática surgen cuando se presenta la necesidad de resolver casos más complejos no encuadrados en los básicos definidos por dicha teoría, como son los problemas de colas concatenadas o la llegada de individuos ó clientes en grupo a un ente que presta un servicio. En estos casos la mejor manera de afianzar los conocimientos es la de analizar casos concretos de este tipo, empleando para su estudio la simulación numérica. Explicaremos los aspectos que queremos mostrar usando como ejemplo un proceso de atención de clientes en un servicio de comidas, presentado un código sencillo aplicable a las herramientas informáticas conocidas con el fin de que sea utilizable para el estudio en clase.

Autores: Ricardo L. Burgos Castro, Marcela López, Beatriz E. Copa
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Exactas
email: beaemil@gmail.com
Expositor: Beatriz E. Copa

Aplicaciones de la derivada: una alternativa para su enseñanza

Ante la experiencia de enseñanza y de aprendizaje en el marco de la materia de Análisis Matemático I de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNSa, surge esta tesina de la carrera del Profesorado en Matemática en la que se propone el análisis de una nueva alternativa para el aprendizaje de la Aplicación de la Derivada. El objetivo general planteado es estudiar la incidencia del uso de la tecnología informática en la práctica docente, en el marco del Profesorado en Matemática, en particular para la enseñanza y el aprendizaje del tema: "Aplicaciones de la Derivadas". Para llevar a cabo este objetivo se realizó:

- Un análisis de los aportes de diferentes autores respecto a las NTICs y en particular a la INFORMATICA, teniendo un mayor interés en los textos en donde dichas tecnologías se aplican en una modalidad de la Educación a Distancia. Este análisis aportó al marco teórico en el que se sustenta la elaboración de la Tesina.
- Una selección de los recursos apropiados para el abordaje del tema APLICACIÓN DE LA DERIVADA, la cual se llevó a cabo teniendo en cuenta el análisis antes mencionado, la adecuada utilización de una herramienta de autor como lo es el Tool Book y el contexto que nos permitirá encontrar, usar o crear medios de comunicación más acordes con las características donde se encuentran los estudiantes, a los que irá dirigido esta nueva alternativa de enseñanza.
- Una selección de bibliografía sobre los contenidos a desarrollar y la forma de dictado de la materia Análisis Matemático I, tanto en la Facultad de Ciencias Exactas como en la Facultad de Ingeniería de la UNSa.
- El desarrollo del material educativo sobre el tema elegido, el cual consiste en la confección de un apunte teórico-práctico a ser distribuido en forma impresa y un producto de software interactivo, elaborado con Tool Book, a ser distribuido en soporte CD .
- La aplicación de estos materiales a los estudiantes y el posterior análisis sobre la experiencia.

Estos pasos todavía no fueron desarrollados. En esta presentación se fundamentará y explicará la propuesta y se presentará el material desarrollado en el marco de esta estrategia.

Autores: Angélica Arnulfo-Martha Fascella-MarinaMorzan

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Fac.de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura-Universidad Nacional de Rosario

email: morzan@fceia.unr.edu.ar

Expositor: Marina Morzan

La importancia de la modelización en carreras no matemáticas para el aprendizaje significativo de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden

Resumen: Brousseau en su Teoría de las Situaciones Didácticas, atribuye un lugar preferencial a la resolución de problemas. En relación con el saber, la didáctica plantea que éste surge a partir de preguntas o problemas a los que el alumno se ve necesitado de dar respuesta. Este trabajo relata una experiencia realizada en la asignatura Análisis Matemático III correspondiente al segundo año de la carrera Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario, para la enseñanza de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. En el mismo se plantea que la modelización matemática funciona como una poderosa herramienta para la cual el alumno ve la necesidad de construir una teoría. Se pretende que el alumno tenga la necesidad de definir nuevos conceptos matemáticos (en este caso ecuaciones diferenciales lineales de primer orden y su solución) para poder resolver un problema de su propia carrera. En el caso de cursos de matemáticas en carreras no matemáticas, como la Ingeniería Civil, se observan dificultades especiales en los alumnos. Es fundamental que la enseñanza de las Matemáticas en estas carreras les brinde herramientas para la solución de los problemas específicos de su disciplina. No se debe perder de vista que se está enseñando Matemática a futuros ingenieros. Por lo tanto la enseñanza debe orientarse a aprovechar al máximo la riqueza de los modelos físicos y matemáticos en la resolución de problemas de aplicación del área específica de interés. Ayudar a desarrollar capacidades y aptitudes en los alumnos para que éstos puedan resolver con éxito situaciones problemáticas de distinta índole es, quizá, uno de nuestros más complicados desafíos.

Autores: Sanguedolce, Josefa; Ibarra, Elsa del Valle; Nabarro, Sylvia

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Nacional de Santiago del Estero

email: sylvianabarro@yahoo.com.ar

Expositor: Ibarra, Elsa del Valle

Las Relaciones Hipsométricas y las Funciones Escalares

Para el desarrollo de competencias se trata de proponer un contexto con referencia a situaciones reales, vinculadas al quehacer propio de la carrera, lo cual permite al estudiante integrar el conocimiento académico teórico-práctico de la matemática con el aspecto empírico del quehacer profesional. Para lograr esta integración en distintas cátedras en el desarrollo de funciones escalares, recurrimos a investigaciones realizadas en el campo de las Ciencias Forestales en las cuales encontramos una amplia gama de relaciones entre los distintos parámetros que se manejan en el tratamiento de un especie arbórea, que sirven para ejemplificar el tratamiento de estas funciones, contenido de ambas asignaturas. A partir de estas investigaciones el alumno puede comprender e interpretar la realidad dentro de un contexto específico y cambiante, empleando los conceptos y procedimientos matemáticos que provee la modelización de fenómenos y puede acercar los conocimientos específicamente matemáticos con el conocimiento empírico propio del quehacer profesional. Además, estas relaciones definidas como relaciones hipsométricas posibilitan que el alumno aplique sus conocimientos previos para acceder a nuevos conocimientos, desarrollando competencias en un contexto de situaciones reales, integrando los saberes en el marco de la interdisciplinariedad, actuando asimismo las situaciones como motivadoras y como entrada a los conceptos matemáticos. En este contexto y a modo de ejemplo, se desarrolla el tratamiento de algunas funciones escalares básicas como los son la función exponencial y la logarítmica.

Autores: Pastrana Lorena Inés, Fadón Mariel Alejandra y Aramayo Ana María
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Un. Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Exactas, Departamento de Matemática
email: lorei2004@hotmail.com
Expositor: Pastrana Lorena Inés

Validación de resultados numéricos a problemas con valores iniciales

En este trabajo se relata la experiencia en el dictado de la optativa Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales y se presenta algunos resultados obtenidos en distintos miniproyectos elaborados por alumnos del Profesorado y Licenciatura en Matemática, durante cuatro períodos lectivos, cuya aprobación les permitía promocionar esta asignatura. Además estos miniproyectos originaron guías de trabajos prácticos de laboratorio informático para implementarlo en Análisis Matemático 3, de las carreras de Licenciatura en Física y Energías Renovables y para Matemática 3, de la Licenciatura en Química. Los problemas resueltos son los modelados por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas, cuya solución analítica no es necesariamente conocida, pero que pueden ser validados mediante las teorías subyacentes de las ciencias involucradas, a modo de ejemplo se especifican algunos de los temas estudiados: Biología: Modelo de presa-depredador. Física: Péndulo Caótico, Movimiento Planetario y Movimiento de masas unidas por resortes (Mecánica). Convección natural cercana a una placa plana (Mecánica de Fluidos) y Corriente eléctrica en un circuito RLC, con fuente constante o variable (Electrónica) Matemática: Curvas geodésicas sobre una superficie de revolución, Curvas determinadas mediante su curvatura y torsión (Geometría Diferencial) Se requirió que los alumnos probaran con distintos métodos numéricos, para que obtuvieran distintas soluciones y mediante la teoría de la ciencia correspondiente, acepten las válidas o rechacen las incorrectas. El objetivo de elaborar trabajos prácticos de laboratorio para los alumnos de carreras de Física y Química, es mostrar como muchos de los problemas de éstas áreas se modelizan a través de ecuaciones diferenciales, las cuales no tienen soluciones analíticas y por lo tanto se presenta a los métodos numéricos como una forma de resolverlos, aunque sólo sea en forma aproximada. Algunos de estos problemas ya fueron estudiados en materias previas, por lo tanto, resulta más factible que validen por sí mismos los resultados obtenidos, pues a la intuición se le suma la experiencia previa de trabajos, por ejemplo, en laboratorios de física o química. Por otra

parte, esta es una forma de ver que se puede resolver algún problema específico mediante un programa de computación, aunque no necesariamente deban diseñarlos ellos mismos. La idea es que mediante un programa en algún lenguaje computacional conocido (por ejemplo C o Pascal), en el que fueron implementados algunos de los métodos numéricos vistos, puedan realizar diferentes validaciones, teniendo en cuenta los siguientes ítems: Cambio de las condiciones iniciales Variación de los parámetros involucrados en cada uno de los problemas planteados. Esta experiencia fue muy positiva, se logró entusiasmar a futuros docentes de matemática a incorporar los métodos numéricos en asignaturas que no tienen previstos estos temas en su currícula. De igual modo se espera que los alumnos de las áreas de Física y Química se interesen por estos tópicos aún de utilizarlos en su vida profesional.

Autores: Ana Carolina Bovio, María Eugenia Ferrocchio, Susana Peparelli, Nora M. Zón

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

email: speparelli@exa.unrc.edu.ar

Expositor: Ana Carolina Bovio

Una Secuencia para la Enseñanza de Nociones de Combinatoria

A partir del presente trabajo se pretende proporcionar una secuencia de tareas con objetivos y un análisis de cómo llevarlas a cabo, para el abordaje de el Principio de la Multiplicación, las permutaciones, variaciones y combinaciones. La siguiente propuesta está pensada para ser trabajada con alumnos de segundo o tercer año de la escuela secundaria y se organiza de la siguiente manera: las primeras tareas tienen como propósito que los alumnos desarrollen estrategias de conteo usando diagramas de árbol o rastreo de casos; en un paso posterior, se propone trabajar con una tarea que brinda condiciones que puedan emerger las relaciones que permitan avanzar hacia el Principio de la Multiplicación y por último permutación, variación y combinación en el caso que no se puedan repetir los elementos. A lo largo del trabajo se pretende no sólo que los alumnos puedan contar sin tener que enumerar todos los casos, sino que también busquen regularidades, que generalicen soluciones y resultados, que formulen y prueben conjeturas. En el transcurso de cada tarea, aparecen situaciones de acción, de formulación, de validación y de institucionalización, enmarcadas en la Teoría de Situaciones de Brousseau.

Autores: María Elisa Giayetto, Elba Susana Peparelli, Nora M. Zón
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
email: speparelli@exa.unrc.edu.ar
Expositor: María Elisa Giayetto

Una Propuesta para Trabajar Poliedros en el Tercer Ciclo de la EGB

Lo que se presenta en este trabajo es un conjunto de actividades dirigidas al tercer ciclo de la EGB (específicamente 2º año) sobre poliedros y el Teorema de Euler. En la "Propuesta de alcances de los CBC (Contenidos Básicos Comunes) de la Matemática" este tema figura dentro de los contenidos conceptuales como Cuerpos: poliedros y redondos. Elementos propiedades, relaciones entre ellos. Teorema de Euler. Las tareas apuntan a la búsqueda de regularidades, formulación de conjeturas, comprobación con casos particulares y demostración o la refutación de las mismas cuando sea posible. Los temas que específicamente se tratarán en la propuesta son los siguientes:

- Concepto de poliedro.
- Poliedro cóncavo y convexo.
- Elementos de un poliedro.
- Relaciones entre los elementos de un poliedro.
- Teorema de Euler.
- Poliedro regular.
- Existencia de cinco, y sólo cinco, poliedros regulares.
- Aplicación de resultados mediante algunos problemas

Cada actividad presentada irá precedida por el objetivo que se desea alcanzar. Cabe aclarar que la secuencia de actividades que se plantea no tiene un tiempo acotado para su realización. Es decir, no se maneja la variable temporal, ni para llevar a cabo las actividades, ni para la evaluación, ni para la institucionalización de los conceptos.

Autores: Abad, Betina; Arias, Daniela; Fadón, Mariel; Gramajo, Cecilia; Montemayor, Fabiana; Pastrana, Lorena; Velasquez, Noelia; Díaz de Hibbard, Eudisia N.

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Universidad Nacional de Salta

email: endh@unsa.edu.ar

Expositor: Lorena Pastrana

La Matemática en el juego

Esta propuesta didáctica fue pensada como un taller en el marco de las Jornadas de Ciencia y Tecnología organizadas en la Universidad Nacional de Salta en noviembre de 2006. Las mismas estuvieron dirigidas a alumnos de tercer año de Polimodal, con el fin de ambientarlos a la vida universitaria. Fue una actividad que diseñamos como auxiliares adscriptos al proyecto de investigación del C.I.U.N.Sa. "Alumnos tutores: un soporte valioso para el ingresante universitario", dirigido por la Prof. Eudisia Díaz de Hibbard. Uno de los objetivos del mismo es lograr una mejora en los resultados académicos de los alumnos ingresantes y disminuir de algún modo, la brecha entre el nivel medio y la universidad. Como así también, fomentar en los alumnos avanzados que se desempeñan como tutores, la investigación, la innovación y la creatividad. El presente trabajo toma como referencia la teoría de la "Dialéctica Instrumento-Objeto y Juego de Marcos" de Regine Douady. Se analizan tres situaciones de estrategias de pensamiento matemático que abordan los conceptos de perímetro y área de figuras planas. El objetivo principal es que el alumno logre percibir que a figuras distintas de igual perímetro, no corresponden necesariamente áreas iguales, y viceversa, como muchas veces cree. Para ello, se diseñaron actividades con materiales concretos, uno de ellos, el tangram chino. La idea es que éstos sean útiles en una primera etapa y que el alumno pueda volver a ellos en cada momento que los requiera, en la medida que esto constituya una vía hacia la formalización.

Autores: Silvia Bernardis y Susana Moriena
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Fac. de Humanidades y Ciencias. UNL. Santa Fe
email: silvia.bernardis@gmail.com
Expositor: Silvia Bernardis

Geometría Dinámica y Demostraciones Geométricas

El objetivo de esta comunicación es presentar una propuesta para iniciar a los alumnos en las demostraciones geométricas. La actividad está basada en la exploración e investigación a través de un software de geometría dinámica. La aparición de este recurso ha producido una revolución en la enseñanza de la geometría y su aplicación exige un cambio radical en la iniciación de los alumnos a las demostraciones geométricas. Planteamos actividades que permitan a los estudiantes, tanto del nivel Polimodal como del nivel Superior, modelar eficazmente problemas reales por medio de dibujos dinámicos que podrán explorar para descubrir y formular conjeturas, validarlas y buscar contraejemplos. Es importante crear en nuestros alumnos la necesidad de explicar la verdad comprobada en todos los casos con el software, es decir la demostración del enunciado, explorado experimentalmente, como una explicación a través de las propiedades conocidas. Nuestro trabajo se enmarca dentro del proyecto de Investigación CAID 2006 (PE/227) "La problemática de la demostración en el aprendizaje de la Geometría". La propuesta está pensada para alumnos del Polimodal y para estudiantes del nivel Superior. Pensamos que este tipo de propuesta es útil para introducir la demostración como una actividad significativa para nuestros alumnos.

Autores: Götte, Marcela y Mántica Ana María
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Facultad de Humanidades y Ciencias. UNL
email: mgotte@fhuc.unl.edu.ar
Expositor: Marcela Götte

La dificultad de la perpendicularidad en el espacio

Este trabajo es parte de una investigación más amplia cuyo objetivo es analizar cuáles son las dificultades y los errores que manifiestan los alumnos de profesorado en Matemática cuando resuelven problemas de geometría espacial. En esta ponencia nos centramos en el concepto de perpendicularidad entre rectas en el espacio ya que es éste un punto que produce dificultades importantes en los alumnos. Para ello, buscamos bibliografía para consultar acerca del ordenamiento que tiene que ver con la definición y propiedades entre rectas perpendiculares en el espacio, analizamos la resolución de una demostración realizada por dos alumnos y comentamos algunas cuestiones de la entrevista realizada a uno de estos. Para finalizar realizamos algunas reflexiones que serán tenidas en cuenta para avanzar en nuestra investigación.

Autores: Aliandro, Estela Sonia-Díaz de Hibbard, Eudosia N.

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Universidad Nacional de Salta

email: endh@unsa.edu.ar

Expositor: Aliandro, Estela Sonia

Los problemas y el constructivismo en el nivel superior

La mayoría de los ejemplos de construcción de conocimientos que podemos leer en las publicaciones apropiadas, corresponden a niveles educativos elementales. Esto es así porque es prioritario encontrar los problemas adecuados para que los estudiantes de esos niveles puedan elaborar re-construcciones personales de objetos matemáticos, dentro de un aprendizaje significativo y con sentido. Pero esto también es posible en los niveles más avanzados de la educación sistematizada. Como fruto de talleres de formación de tutores estudiantiles (designados para apoyar el estudio que los ingresantes universitarios deben realizar) y en el marco del proyecto de investigación "Tutores alumnos: un soporte valioso para el ingresante universitario", mostramos un ejemplo adecuado al nivel superior de estudios, que pone en evidencia la construcción conceptual y procedimental - por parte de los estudiantes - de un contenido matemático. Para ello hemos elegido una ecuación polinómica, para la cual no resulta útil la aplicación de los procedimientos algebraicos tradicionales (de factorización o de búsqueda de posibles raíces racionales de un polinomio con coeficientes racionales). La construcción lograda, permite establecer un punto de partida para el estudio de otras ramas de la matemática.

Autores: Funes, Héctor Nicolás; Ibañez, María Isabel; Egüez, Rina Elizabeth
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Universidad Nacional de Salta - Salta - Argentina
email: reguez@unsa.edu.ar
Expositor: Egüez, Rina Elizabeth

Un ejemplo de experimentación en Matemática

AL observar las dificultades que presentan los alumnos de primer año de la universidad en el manejo de la geometría básica, hemos creado una secuencia didáctica para el tratamiento de las mismas, pero que permite actuar como un investigador de determinadas relaciones. La propuesta se basa en la propiedad que afirma que entre las figuras semejantes las razones entre el área y el cuadrado del perímetro es una constante determinada por la forma común a ellas. Se propone a través de una serie de actividades en el programa Cabri investigar esta relación. También se proponen en forma alternativa otras actividades complementarias y/o que las reemplacen en caso de falta del soporte tecnológico de la computadora. En síntesis, el objetivo de la propuesta es integrar de modo diferente a lo habitual, temas básicos (pilares de todo saber matemático): perímetro, área y función lineal. Las dificultades que puedan presentarse cuando los alumnos no conozcan el manejo del soft serán superadas facilitando los archivos Cabri con las indicaciones adecuadas para su utilización. De esta manera se fortalecerían las potencialidades didácticas de este soft. Por otro lado, nuestra propuesta es una iniciación en una herramienta que se denomina análisis dimensional. Esta técnica se utiliza en muchas aplicaciones, en especial los físicos la generalizan a las magnitudes tiempo y masa.

Autores: Graciela M. Croceri, Graciela N. Sottosanto
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Universidad Nacional del Comahue, Neuquén
email: gcroceri@uncoma.edu.ar
Expositor: Graciela M. Croceri

Optimización práctica: modelos del proceso de operación de un embalse

En este trabajo se describen problemas relacionados a procesos de operación de un embalse que pueden ser modelados y resueltos usando técnicas de la optimización. El objetivo primordial es mostrar cómo la optimización se relaciona con problemas del mundo real a través de la formulación de modelos matemáticos y cómo se vinculan la teoría y los algoritmos, a partir de la resolución numérica de los modelos y la interpretación de los resultados obtenidos. Puesto que se observa la necesidad del desarrollo de aplicaciones reales en la enseñanza de la optimización, los problemas presentados se proponen como proyecto a los alumnos de asignaturas donde se desarrollen tópicos como programación lineal y no lineal. Si bien la característica de la temática involucrada hace que los problemas estén especialmente dirigidos a alumnos de las diferentes orientaciones de la ingeniería, pueden ser formulados igualmente, como práctica para alumnos de licenciatura en matemática. Asimismo, se espera que, con la información proporcionada, el alumno formule adecuadamente los modelos, los resuelva numéricamente a través del uso de softwares disponibles y realice el análisis e interpretación de los resultados obtenidos.

Autores: Dip, Hugo Ruben; Herrera, Carlos Gabriel

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Facultad de Tecnología y Ciencias aplicadas - Universidad Nacional de Catamarca

email: hugorubendip@hotmail.com

Expositor: Dip, Hugo Ruben

Las ecuaciones paramétricas como célula generadora de los contenidos de geometría analítica

Los sistemas de referencia sin duda constituyen un elemento fundamental para el desarrollo, justificación y por sobre todo la comprensión de los contenidos que la Geometría Analítica se encarga de desarrollar. Sin embargo y ante la necesidad de encontrar uno de ellos que pudiera ser usado como “célula generadora” de los demás contenidos, esta propuesta didáctica se encarga de mostrar la eficacia que resulta el uso de las ecuaciones paramétricas en tal rol. Su fuerte relación con el Álgebra Lineal las convierten en los instrumentos ideales para hallar en la mayoría de los casos, la articulación tan deseada y tan poco practicada por quienes tienen a cargo el dictado de las asignaturas intervinientes en este proceso. En este trabajo se presenta un sistema didáctico integrador de contenidos para la asignatura Geometría Analítica, basado en el enfoque sistémico, lo que exige la organización del proceso cognoscitivo del alumno, la estructuración de su actividad en relación con el objeto de estudio. Dentro de esta perspectiva el trabajo se inscribe en el enfoque genético, en el cual el sistema de conocimientos y habilidades puede describirse a partir de un concepto elemental denominado célula generadora y habilidades asociadas a dicho concepto. Esta propuesta didáctica, presenta a las ecuaciones paramétricas como célula generadora de los contenidos de Geometría Analítica, por tratarse de un contenido transversal, es decir que toda curva en el plano o en el espacio puede ser representada mediante sus ecuaciones paramétricas. Se incluye además un ejemplo de articulación entre ambas asignaturas usando las ecuaciones paramétricas, las que por su rol de “célula generadora” ofrecen a quien haga uso de ellas la posibilidad de justificar y por ende comprender más profundamente, un número importante de contenidos, tanto del Álgebra Lineal como de Geometría Analítica. Se espera con la aplicación de esta propuesta, un mejoramiento de la Calidad de la Asimilación de Contenidos, según la teoría de P. Y. Galperin.

Autores: María Eugenia Ángel - Graciela Fernández - Laura Polola. **Colaboradores:** Miriam Ecalle - Silvia Brunetti - Liliana Pagano
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional de La Matanza
email: grafernandez@unlam.edu.ar
Expositor: María Eugenia Ángel

Génesis y Evolución Histórica de los Conceptos de Probabilidad y Estadística como Herramienta Metodológica. Un caso particular en la Enseñanza Universitaria

La investigación que originó el presente trabajo se plasmó a partir de dar respuesta al interrogante de si la génesis y evolución de los conceptos de la probabilidad y estadística pueden ser ejes que guíen la construcción de un diseño metodológico para la enseñanza de esta ciencia que redunde en beneficio del verdadero aprendizaje. Tras varios años dedicados a la búsqueda de estrategias y metodologías de enseñanza de la matemática, se recorrieron aspectos muy diversos como “fuentes de recursos para el mejoramiento del proceso educativo”. En esta ocasión el eje se centró en uno de ellos, quizás el más paradigmático a la hora de revisar los fundamentos donde se cimienta esta ciencia, el proceso histórico donde se sucedieron los hechos que hicieron surgir los conceptos que hoy conforman los currículums de las asignaturas de Probabilidad y Estadística en los distintos niveles de educación. La estadística ha jugado un papel preponderante en el desarrollo de las sociedades, particularmente en nuestros días al convertirse en una herramienta metodológica indiscutible para todo investigador en cualquier campo del saber. Además de su carácter instrumental para otras disciplinas, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambientes de incertidumbre. En el siglo XX la estadística ha pasado a ser uno de los componentes culturales presentes en el currículo de la educación media y superior de muchos países del mundo, entre ellos de Argentina, pues forma parte de la herencia cultural de hoy. En las sociedades de nuestros días donde la característica es la velocidad de los cambios, surge la necesidad de establecer cuál es la mejor forma de preparar a los estudiantes y cuáles son los contenidos relevantes que deben incluirse en los programas de esta asignatura dado el dinamismo propio de la ciencia y de su enseñanza. En la investigación, teniendo en cuenta el análisis el entorno temporal se analizó el trabajo de pensadores de diversas áreas del conocimiento frente a los conflic-

tos encontrados ante nuevos paradigmas, las condiciones en que se realizara la modelización de las teorías y la llegada a la institucionalización y formalización de las mismas, se llevó a cabo un relevamiento histórico de la génesis y evolución de conceptos básicos de Probabilidad y Estadística. Complementando el relevamiento se estudiaron artículos e investigaciones en educación matemática referidos particularmente a temas de Probabilidad y Estadística, en búsqueda de la detección de dificultades y/u obstáculos en su aprendizaje y en el posible uso de la historia como herramienta de enseñanza. Finalmente se diseñó una metodología de enseñanza del área, capitalizando las diferentes técnicas y estrategias empleadas en la superación de las dificultades presentadas al querer establecer como válidas las ideas primarias y su desarrollo. El diseño metodológico contempló propuestas de enseñanza teórica apoyadas en la construcción de una red conceptual basada en el desarrollo histórico de los conceptos que la conforman, el planteo de actividades prácticas desde situaciones concretas utilizando el tratamiento conceptual como soporte y finalmente la evaluación conceptual y técnica afín al enfoque en el cual se enmarca este diseño. En este trabajo, como modelo de aplicación de la estructura del diseño metodológico planteado en la investigación se presenta la distribución normal.

Autores: Nélica H. Pérez - Norma Cerizola - Alejandra Azar

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: Universidad Nacional de San Luis

email: nperez@unsl.edu.ar

Expositor: Nélica H. Pérez

Comprensión y uso de conceptos en la resolución de problemas geométricos

El Laboratorio de Geometría es una asignatura que forma parte del Plan de Estudios de la carrera de Profesorado en Matemáticas, con el objetivo básico: que los alumnos se pongan en contacto tempranamente con la Geometría, el Pensamiento geométrico, su Didáctica y la Transposición didáctica, conocimientos indispensables para el desempeño de su futura profesión. Teniendo en cuenta nuestro marco teórico sobre actos de comprensión, estrategias de pensamiento y resolución de problemas geométricos, desarrollamos una experiencia con veintiún alumnos del Profesorado de Matemática de la UNSL, que cursaban la asignatura: Laboratorio de Geometría (2007). En este trabajo describimos y analizamos la producción de los estudiantes sobre la resolución de dos problemas tomados en una evaluación. Dentro de la actividad de resolver problemas, correspondiente al uso o aplicabilidad, en el Laboratorio hicimos hincapié sobre la importancia de comprender las propiedades relevantes, ya que ellas pasan a ser estrategias apropiadas para resolver problemas geométricos donde se necesitan establecer relaciones. Con esta mirada establecemos algunas conclusiones.

Autores: E. Güichal, G. Guala, A. Malet, V. Oscherov

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca

email: oscherov@criba.edu.ar

Expositor: V. Oscherov

El uso de nuevas tecnologías en la enseñanza del Cálculo

Este trabajo tiene como propósito presentar el proyecto de Investigación El uso de nuevas tecnologías en la enseñanza del cálculo que, como integrantes del Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad Nacional del Sur (GIEMUNS), nos hemos propuesto desarrollar desde 2007 a 2009 y enmarcado en él, un primer avance referido a las actividades realizadas con alumnos de primer año de la carrera de Ingeniería Civil. Tomamos como antecedente la investigación realizada durante el período de 2004 a 2006, que nos permitió analizar procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo, considerándolo como herramienta para solucionar problemas específicos de matemática y de otras disciplinas. Nos proponemos en este proyecto continuar en esta línea de investigación con la incorporación de nuevas tecnologías, planteándola desde distintos ejes articulados:

- los soportes informáticos; los procesos de visualización y representación en la enseñanza del cálculo; la resolución de problemas y el uso de planilla de cálculo;
- la generación de criterios para la búsqueda de información relevante en la Web referida al perfil del egresado y la utilización de la matemática como herramienta en su formación profesional;
- la articulación entre los niveles secundario y universitario, y la formación docente.

Autores: Dal Bianco, Nydia; Pía Salvadori, Andrea; Pedro, Inés

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

email: dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar

Expositor: Dal Bianco, Nydia

Registros de alumnos de primer año de la universidad en un tema de la
currícula

El concepto de función es uno de los temas que forma parte de la currícula de Álgebra I, Álgebra y Lógica y de Matemática, asignaturas que se dictan para los alumnos de primer año de los Profesorados en Matemática, Física y Computación y para los Profesorados en Química y en Ciencias Biológicas respectivamente. Ambas, pertenecientes a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa. Al comenzar a investigar sobre los desarrollos realizados por los alumnos, nos encontramos con una gran diversidad de respuestas, que podemos diferenciar en grupos bien definidos: Por un lado hallamos un grupo de alumnos que conocían el concepto de función y eran capaces de aplicarlo a las situaciones planteadas. Un grupo lo hizo correctamente, mientras que otros tuvieron algunos errores en su desarrollo. Pero por otro lado, encontramos un gran número de estudiantes que no lograban resolver correctamente en forma total o parcial las situaciones planteadas. Es en este grupo en el cual nos detuvimos para intentar identificar cuales eran los errores cometidos e indagar acerca de sus posibles causas. Ante las dificultades observadas en las evaluaciones en lo que se refiere a la utilización de los diferentes registros y el problema recurrente de confundir precisamente los objetos matemáticos y sus representaciones, así como su falta de coordinación entre los mismos, nos planteamos una forma diferente de trabajar el concepto de función, sustentada en la Teoría de representaciones de Duval; con el fin de mejorar la comprensión de este concepto por parte de los estudiantes y generar en ellos habilidades metacognitivas aplicables en otros ámbitos de la ciencia. Para el próximo ciclo lectivo consideramos conveniente aunar esfuerzos en organizar actividades conjuntas entre los docentes y auxiliares de las dos asignaturas en el tema de funciones sobre la base de conocimientos previos. No obstante y a través de la Dirección del Departamento y del Consejo Directivo creemos necesario que la Facultad implemente cursos de nivelación o de apoyo para alumnos ingresantes a fin de lograr que adquieran: técnicas de estudio, buen manejo de la lecto-escritura, habilidades para interpretar consignas, etc. que permitan

homogeneizar los conceptos básicos organizadores para facilitar el posterior aprendizaje significativo.

Autores: Ana María Marsanasco
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: CABA
email: ana_marsanasco@yahoo.com.ar
Expositor: Ana María Marsanasco

Recursos tecnológicos: un complemento en la enseñanza universitaria

A partir de los requerimientos de la práctica profesional y del mercado laboral actual, ha surgido la necesidad de incorporar la aplicación de herramientas informáticas en la enseñanza universitaria. Los programas informáticos no sólo son de gran utilidad en el campo laboral, también constituyen una importante herramienta para los estudiantes y docentes, dado que contribuyen a desarrollar mayores habilidades en la resolución de problemas, a la vez que ayudan al docente a optimizar los tiempos de la clase y favorecer el planteo de ejercicios con cálculos más complejos y cercanos a la realidad. El presente trabajo tiene por objetivo mostrar cómo, mediante el uso del utilitario Microsoft Excel, se pueden modelizar diferentes problemas que permitan integrar y fortalecer los conocimientos introducidos por el docente en el pizarrón. La aplicación del Excel se propone en este escrito para los contenidos de la materia Matemática II, la cual forma parte de las asignaturas del Departamento de Matemática y Métodos Cuantitativos de UADE. Se ubica en el 2º año de las Carreras de Ciencias Económicas y está incluida en un grupo de materias que tienen por finalidad enseñar los métodos matemáticos básicos, indispensables para un conocimiento apropiado de la economía actual. Sin embargo, la aplicación a esta asignatura no excluye a otras materias en las cuales sus contenidos requieran operar matrices, resolver sistemas u optimizar resultados. Actualmente, dentro del Departamento de Matemática y Métodos Cuantitativos, la implementación de este tipo de utilitarios sólo fue introducida en las materias de Estadística. Se suelen utilizar software matemáticos en algunas asignaturas de las carreras de Ingeniería, pero en lo referente a las materias matemáticas de las carreras de Ciencias Económicas, la tecnología todavía no ha ingresado en las aulas. Este hecho es una de las razones que motiva la realización de este trabajo, más aún si somos conscientes de los excelentes recursos tecnológicos con los que cuenta la Universidad y de la constante actualización y estimulación que realizan los directivos para su utilización por parte de los docentes y alumnos.

Autores: Azpilicueta, J. y A. Ledesma
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Facultad de Cs. Exactas, Físicas y Naturales. Universidad Nacional de Córdoba
email: azpilicueta@efn.uncor.edu.ar
Expositor: Azpilicueta, Jorge

Análisis y Evaluación de un Modelo de Enseñanza-Aprendizaje de la
Matemática
Discreta en Modalidades Virtuales en un curso inicial de Ingeniería de
Sistemas

El trabajo que se presenta es de enseñanza a nivel universitario dentro del campo de educación a distancia. Tradicionalmente, en el contexto de las aulas universitarias, el modelo de enseñanza-aprendizaje predominante ha sido el que contempla la función del profesor como transmisor de contenidos y la de los alumnos como receptores pasivos, que además, han de reproducir fielmente los mismos contenidos en las situaciones de examen. Desde esta perspectiva, la importancia de los aspectos metodológicos e instruccionales, y en definitiva, la función del profesor como mediador en la construcción del conocimiento del alumno, no queda claramente contemplada en la Educación Universitaria. También es cierto que están surgiendo iniciativas de diferentes tipos, que anuncian un cierto cambio a favor de esta concepción de aprendizaje activo por los alumnos. En este contexto un Aula Virtual es la creación de una situación educativa centrada en el alumno y que fomenta su autoaprendizaje, el desarrollo de su pensamiento crítico y creativo, el trabajo en equipo cooperativo y colaborativo mediante el empleo de tecnología de punta. Este entorno está caracterizado por la flexibilidad e interactividad que facilitan los recursos de información y los medios de comunicación como son el correo electrónico, los foros de discusión y chat; permitiendo superar las barreras de tiempo y espacio creando así un ambiente de enseñanza-aprendizaje a distancia. En este trabajo se presenta la aplicación de un modelo de Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática Discreta (Lógica, Conjuntos y Algoritmos) en entornos semi-virtuales y virtuales con el propósito de mejorar el rendimiento de los alumnos en Ingeniería de Sistemas. Se plantea como objetivo, analizar y evaluar el proceso de aprendizaje de una muestra poblacional en alumnos de primer año, en el estudio de la Matemática Discreta, en función de la acreditación del curso. Se presentaron a los alumnos actividades de proceso, autoevaluación y evaluaciones finales para que

sean desarrolladas en los entornos antes mencionados. Los alumnos que inician estos cursos, tienen diferencias etarias y de autonomía para el estudio, lo que permite inferir distintos niveles de aprendizaje. De la evaluación de la relación existente entre el proceso de aprendizaje que se ha favorecido en el aula semivirtual y virtual y de la calidad del aprendizaje resultante, se concluye que se ha logrado disminuir la deserción en mayor proporción en la modalidad semivirtual que en la virtual, lo que denota que una mayor interacción entre los alumnos y su tutor hacen más eficaz el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina.

Autores: Jorge Manuel Paz
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Villa Carlos Paz, Córdoba
email: jorge_paz48@hotmail.com
Expositor: Jorge Manuel Paz

Uso del polinomio interpolador de Lagrange en la Integral de tipo de Cauchy

El objeto del presente es mostrar una expresión que permite aproximar una muy importante herramienta que se aplica en la teoría de las funciones analíticas y en la resolución de varios problemas de la física-matemática, tal es la Integral de tipo de Cauchy (una generalización en varios sentidos de la fórmula integral de Cauchy). La Integral de tipo de Cauchy $F(z)$ es la representación integral de una función analítica en C , salvo en el contorno suave cerrado donde está definida su función de densidad $f(t)$.

El cálculo de $F(z)$ nos permite evaluarla para valores z en D (dominio simplemente conexo que tiene a g como frontera) y la dificultad de tal cálculo está asociada a como sea $f(t)$. Si lo que necesitamos es un valor aproximado , apoyándonos en el teorema de Lavrentiev (un caso particular de él) y en el conocido polinomio interpolador de Lagrange se logra una aproximación de $F(z)$. En la expresión lograda lo más laborioso es el cálculo de los coeficientes, sin embargo los coeficientes intermedios son sencillos de evaluar y la cantidad de términos de las sumatorias en general no son grandes. Finalmente si se recurre a la programación para el uso de un ordenador, podemos aumentar los términos según la necesidad del problema y a la vez estaríamos propiciando un trabajo interdisciplinario.

Autores: Elisa Liliana Ale Ruiz - Gilda Tirado

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Universidad Nacional de Salta

email: laleruiz@unsa.edu.ar

Expositor: Elisa Liliana Ale Ruiz

Ortonormalización de bases de espacios vectoriales utilizando Excel

En el marco del Proyecto de Investigación. Nueva Metodología de Enseñanza en Matemática 1 acreditado por el Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta, se propone un Sistema de Tareas mas interactivo para apoyar, bajo nuevas perspectivas pedagógicas, el proceso de enseñanza - aprendizaje del Álgebra Lineal en la asignatura Matemática 1 de primer año de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNSa. En el Sistema de Tareas se plantean distintas actividades que permiten al estudiante adquirir un papel mas activo, a través de la atención individualizada de cada uno, donde la enseñanza está adecuada a sus necesidades y potencialidades cognitivas. Entre las Actividades que componen el Sistema de Tareas están las que usan a la computadora como herramienta, permitiendo incorporar la .visualización. y la .exploración. de los conceptos matemáticos, ayudando al estudiante a integrar sus conocimientos y desarrollar su creatividad, colaborando así a que su aprendizaje sea más significativo y duradero.

Utilizar la computadora como recurso didáctico permite al alumno:

- Mejorar la comprensión de los conceptos, ya que puede obtener mayor información en menor tiempo, permitiendo asignar más tiempo al hecho de pensar y menos a la realización de las tareas mecánicas.
- Tener un escenario más flexible para el aprendizaje, incentivando el interés por el estudio de la Matemática.
- Tener más riqueza de información y un medio para la experimentación.
- Poder investigar, conjeturar y verificar.
- Participar en una actividad en la cual se da un ambiente propicio a la discusión entre los estudiantes, donde el profesor es el facilitador en el desarrollo de ideas matemáticas y en la resolución de problemas.
- Apropiarse y responsabilizarse de su propio proceso de aprendizaje.

La herramienta usada es solo un medio para despertar el interés de los estudiantes, mantener la motivación y la participación activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se espera que pueda tomar sus propias decisiones, organizar y decidir su ritmo de avance, conocer algunas técnicas y procedimientos para estudiar mejor. La actividad que se presenta en este trabajo es usar Microsoft Excel en la construcción de bases ortonormales en espacios vectoriales de dimensión finita, usando el Proceso de Gram Schmidt. Se utilizó este soft por ser de difusión masiva entre los usuarios de P.C.

Autores: Graciela Lilian Andreani, Gabriela Marijan, Adrián Benjamín Ortega
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Tartagal
email: gracielaandreani@arnet.com.ar
Expositor: Prof. Graciela Lilian Adreani

Tutor Docente: Una experiencia de articulación entre el Nivel Polimodal y el Universitario

En esta ponencia se describe y analiza una experiencia de articulación, entre el nivel polimodal y el superior, que se está llevando a cabo a través de un proyecto en el que participa la cátedra de matemática de la carrera de Ingeniería en Perforaciones de la Sede Regional Tartagal de la U.N.Sa., alumnos y docentes de matemática del último año del polimodal. El trabajo se está realizando sobre una muestra de 80 alumnos de 6 establecimientos educativos de las localidades de Aguaray, Tartagal y Mosconi, 4 de gestión pública, uno de gestión privada y un establecimiento subvencionados por el estado. Es una iniciativa conjunta de la cátedra de Matemática y la Empresa Panamericana que cuenta con el apoyo financiero de esta empresa y la Sede Regional Tartagal y que se desarrolla en el marco del proyecto de investigación del CIUNSA "Tutores alumnos: un soporte valioso para el ingresante universitario" Tiene por propósito compartir un espacio de trabajo con alumnos y docentes del nivel polimodal, sobre contenidos estrategias y procedimientos disciplinares, con el objeto de aproximar las exigencias reales de acreditación del nivel polimodal y las demandas de conocimiento matemático de las asignaturas de primer año de la Universidad en la Sede Regional Tartagal. En esta experiencia los profesores de la cátedra de matemática desempeñan el rol de docentes, y los docentes del nivel polimodal desarrollan el rol de tutores de los alumnos del establecimiento en el habitualmente desarrollan sus tareas. Se describen también las

instancias de gestión y desarrollo del proyecto que involucra a diferentes instituciones y actores sociales.

Autores: Gustavo Adolfo Juarez - Silvia Inés Navarro
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional de Catamarca
email: juarezgustavoadolfo@yahoo.com.ar
Expositor: Gustavo Adolfo Juarez

Pi por Montecarlo

La Matemática Aplicada ha contribuido con muchos conocimientos a otras tantas Ciencias con resultados obtenidos de su investigación, proyectándose luego a la Enseñanza. En este trabajo damos un ejemplo de ello, en donde la Modelización Matemática aporta con una herramienta para la formación de nuevos investigadores, o más aún, de llevar al aula resultados de métodos actuales. La modelización mediante Método de Montecarlo tiene varias aplicaciones, desde la teoría de números en la Matemática Pura, hasta Física Médica e Ingeniería en la Matemática Aplicada. Aquí la propuesta es difundir el método a través de una experiencia áulica fácilmente reproducible ante alumnos de cursos de enseñanza de niveles Polimodal, de Formación de Profesores y en Capacitación Docente. Consideremos la enseñanza y determinación del número trascendente p , mediante otro número tan próximo como se desee. Una forma, es pensar en el desarrollo de un problema que nos permita identificar la presencia de p para establecer una aproximación numéricamente. Sea C una circunferencia de radio arbitrario inscrita en un cuadrado Q , y deseamos hallar la relación entre ambas superficies. Podríamos a cambio de contar todos los puntos que se hallan dentro del círculo, elegir una cantidad de puntos de cinco cifras y ver cuantos cumplen con la condición de pertenecer al círculo unitario. La elección de estos puntos la realizaremos mediante un método probabilístico. Es decir, tomemos ahora un punto cualquiera del cuadrado y veamos cual es la probabilidad de que se halle en el círculo, esto es una tarea que según el teorema central del límite, nos llevaría muchos ensayos, pero que se simula con el Método de Montecarlo. Entendemos por Método de Montecarlo a una forma genérica de nombrar procedimientos matemáticos cuya característica común es la utilización de números generados aleatoriamente y distribuciones de probabilidad. El Método de Montecarlo nos permite hallar un valor aproximado de p , a tantas cifras como se desee dependiendo de la cantidad de números utilizados en el ensayo. Por lo tanto, contamos con una herramienta fuerte, de aplicación no solo científica sino también didáctica a utilizar en la enseñanza de la Matemática, y que es probada en numerosos trabajos de búsqueda de confirmación de

identidades o enunciados.

Autores: María Ofelia Lucini - Adriana Ponce de León

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Trelew (Chubut)

email: maripi1967@hotmail.com

Expositor: María Ofelia Lucini

Enseñar matemática en EGB3. Capacitación en servicio

La metodología de las tutorías disciplinares como un espacio de capacitación en servicio se implementa en la Provincia del Chubut para acompañar a los docentes del EGB 3 en el proceso de implementación y cambios que surgen a partir de la promulgación de la Ley Federal de Educación. (Años 1997-1998). El principal objetivo planteado por los tutores disciplinares al inicio de la actividad, fue crear un espacio de capacitación atendiendo a la propuesta metodológica emanada a partir de esta Ley. Para la concreción de este objetivo, los tutores disciplinares trabajaban en el asesoramiento didáctico-pedagógico de los docentes y como pareja pedagógica acompañando el proceso de enseñanza. Esta experiencia se llevó adelante, en toda la Provincia, durante el ciclo lectivo 1998. Siendo destinatarios de la misma, los docentes de séptimo año de todas áreas. Durante el año 2005, se decide recuperar este espacio de capacitación, debido al alto índice de desaprobación, fundamentalmente en el Área Matemática. Para la designación de Tutores Disciplinares, se llamó a presentación de proyectos. A partir de este concurso, se nos designó para el desempeño de este rol. Cada Tutor estaba a cargo del equipo docente de EGB3 del Área en 8 (ocho) escuelas ubicadas en distintos lugares de la zona (un radio de 50 km), que comprendía escuelas con distintas poblaciones (céntricas, periféricas y rurales). El diagnóstico inicial manifestó como principales problemáticas:

- el perfil de titulación docente a cargo de la enseñanza del Área
- la baja significatividad que adquieren, en los alumnos, los conceptos matemáticos al momento de tener que aplicarlos en otros contextos. Atendiendo a mejorar esta realidad, nuestra tarea como Tutores, se centró en fortalecerle rol del docente de Matemática, para lo cuál se brindó:
- Asesoramiento fuera del aula
- Acompañamiento, como pareja pedagógica, compartiendo el proceso de enseñanza. Las acciones llevadas adelante fueron:

- Coordinación de talleres con Docentes de Tercer Ciclo a través de los cuales se buscó realizar acuerdos inherentes al desarrollo del Área y articular contenidos, alcances y metodología con Maestras a cargo de Sexto año de EGB2.
- Asesoramiento a los docentes buscando la consolidación de Equipos de trabajo dentro del Área, en cada Institución.
- Proposición de nuevos enfoques didácticos y metodológicos para la enseñanza de la Matemática.
- Revisión de los contenidos conceptuales propuestos en el Diseño Curricular Provincial para la selección, jerarquización y adecuación en la enseñanza.
- Confección de registros de clase a partir de los cuales se proponían espacios de reflexión con los docentes tendientes a revisar la propia práctica.
- Elaboración y socialización de secuencias didácticas destinadas al proceso de enseñanza de algunos contenidos.
- Elaboración y socialización de documentos de apoyo para Docentes.

Desde los objetivos planteados se lograron los siguientes alcances:

- Homogenizar el abordaje del Área desde lo metodológico y temático.
- Consolidar los Equipos de Trabajo de cada Institución.
- Mejorar las dinámicas de la propuesta áulica de cada docente fomentando la resolución de situaciones problemáticas a través de las cuales el alumno pone en juego conocimientos adquiridos sintiendo la necesidad de incorporar otros nuevos.
- Reflexionar sobre la propia práctica como proceso de metacognición.
- Avanzar hacia una nueva concepción de la evaluación como proceso.

Esta Experiencia de Capacitación en Servicio, nos brindó muchas satisfacciones a nivel personal al mismo tiempo que nos permitió un crecimiento en lo profesional. El desafío de trabajar con pares, nos motivó en la búsqueda de nuevas estrategias para la enseñanza. Nos permitió comprobar que si se logra generar una propuesta planificada y con metas claras, los resultados son gratificantes para el docente y sus alumnos. Finalmente, cuando alumnos y docentes se involucran en la tarea de enseñar y aprender, se disfruta la sensación de plenitud que brinda el haber alcanzado un meta y la emoción frente al desafío de una nueva.

Autores: Cambriglia Verónica
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Buenos Aires
email: vcambrig@ungs.edu.ar
Expositor: Cambriglia Verónica

Procesos de generalización en matemática en la transición primaria - media

Esta comunicación se inscribe en una investigación que se propone estudiar los procesos de generalización en los primeros años de la escuela secundaria. Se busca avanzar en la interpretación de dichos procesos en la transición desde prácticas fundamentalmente aritméticas a prácticas aritmético-algebraicas. Partimos del supuesto de que el acceso a un tipo de relación con lo general, que admita el continuo cambio de atención entre lo particular y lo general, requiere de la interacción social con los pares y con el docente. En tal sentido, nos parece indispensable revisar la participación que la enseñanza tradicional del álgebra ofrece a los alumnos, ubicándonos en un posicionamiento según el cual el álgebra se constituya como herramienta que permita expresar y validar lo general. Desde esta concepción, tanto los objetos como las leyes de tratamiento que los vinculan son emergentes de las tareas y problemas que los contextualizan, ubicándose al álgebra con toda su funcionalidad en la clase. Asimismo se revela la necesidad didáctica de garantizar un espacio específico de trabajo y discusión sobre lo general. En esta comunicación esbozaremos nuestro proyecto global de investigación. En principio, nos enfocaremos en el señalamiento de dos aspectos básicos para cualquier investigación: los elementos teóricos que nos enmarcan y los objetivos que condensan las primeras preguntas. Seguidamente presentaremos el campo de observación que tuvo lugar durante el año 2006, señalando las intenciones y decisiones que lo orientaron. Por último, relataremos los primeros análisis elaborados en función de las observaciones de aula referidas.

Autores: Ibarra, Formeliano, Méndez, Alurralde, Fadon, Velasques, Nieva, Baspiñeiro

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: CIUNSA Universidad Nacional de Salta

email: ibarra@unsa.edu.ar

Expositor: Ibarra Lidia

Una mirada en la noosfera de la enseñanza de la geometría en el sexto y séptimo de EGB

Este artículo forma parte del trabajo de investigación “La Organización Matemática de la Geometría en las Instituciones Escolares” focalizado en el sector las figuras geométricas, en el tema polígonos y la cuestión el triángulo, que aparece en los diferentes niveles de enseñanza.

Este estudio se enmarca en los trabajos de Chevallard (1998), Regine Duquay (1987), Itzcovich (2005) y Berthelot (1994) entre otros autores a los que nos referiremos en el marco teórico en la sección 1. Los objetivos del trabajo son:

- Analizar la propuesta de enseñanza de conceptos geométricos en los libros de textos de 6° y 7° de EGB.
- Identificar algunos fenómenos didácticos que condicionan la enseñanza de la geometría.

Y la hipótesis del presente trabajo es: Los problemas geométricos, relacionados con las propiedades de los triángulos, son escasos en los libros de texto de la escuela primaria.

Autores: Andrea Rajchman

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: Facultad de Humanidades y Ciencias - Universidad Nacional del Litoral

email: andre_rajchman@hotmail.com

Expositor: Andrea Rajchman

La Matemática en los diseños curriculares de EGB 3 Análisis comparativo
con diseños uruguayos

Investigadores como Chemello y Díaz (1997) han argumentado sobre la importancia de que los docentes de matemática consideren los diseños curriculares para la organización de sus clases y la relevancia acerca de las concepciones particulares sobre la disciplina, su enseñanza, su aprendizaje, los errores presentes en los alumnos y el trabajo con la resolución de problemas que tienen dichos docentes y cómo esto se refleja en el aula. Itzcovich (2005) y Berthelot y Salin (1993/94) expresan la relevancia de la práctica geométrica en particular, en cuanto a su alto valor formativo, en especial sobre que su tratamiento permite promover el vínculo de los adolescentes con un modo cultural y de pensamiento diferente. En este trabajo, se pretende analizar comparativamente los diseños curriculares de matemática en el campo de la geometría, de Argentina y Uruguay, considerando los referidos a alumnos entre 12 y 15 años. En esta primera instancia se realiza una descripción de los referentes teóricos que se tienen en cuenta para el análisis, tanto en lo epistemológico como en lo didáctico. Considerando una primera parte de descripción del modelo didáctico que prima en la fundamentación general de cada diseño y luego una referente a la geometría en particular. Finalmente, se comparan los planteos de ambos diseños curriculares, a fin de evaluar el tratamiento propuesto para la geometría en los niveles educativos mencionados.

Autores: Teresa Braicovich - Elsa Osio
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional del Comahue
email: teresabraicovich@jetband.com.ar
Expositor: Braicovich, Teresa

Inclusión de grafos en la Educación General Básica y Polimodal

La educación matemática no es un concepto en absoluto simple, pues debe tenerse en cuenta a la persona, a la sociedad y su cultura, a los medios de que se dispone y sin ninguna duda, a los objetivos propuestos en la enseñanza. La matemática tiene una gran relevancia como disciplina formadora del pensamiento dentro de un contexto educativo y a lo largo de su historia, los contenidos curriculares han evolucionado, tanto en la inclusión como en la exclusión de temas para su enseñanza y aprendizaje. En este trabajo, se plantean los problemas que presentan los alumnos en los distintos niveles educativos y se analizan algunas currículas de la Provincia de Río Negro de los distintos niveles, a partir de este análisis se concluye que es fundamental que los alumnos utilicen distintas formas de representación y elementos para organizar la información, que logren realizar razonamientos flexibles para solucionar problemas de manera adecuada y también que sean capaces de construir y evaluar distintas conjeturas. Atendiendo a estos puntos se hace evidente que es necesario favorecer la construcción de conceptos, procedimientos y actitudes para lograr un aprendizaje significativo, incentivando a los alumnos a diferentes formas de pensamiento y de representación. La Teoría de Grafos es un tema avanzado a nivel universitario que forma parte de Matemática Discreta y no se encuentra en las currículas escolares. Dentro de esta teoría hay temas sencillos que permiten resolver problemas realizando análisis y razonamientos muy interesantes, tiene aplicaciones concretas y no se necesita contar con una base matemática importante por lo que puede ser introducido desde los primeros años de la escolaridad primaria. Frente a lo mencionado anteriormente se introdujeron en los tres ciclos de la Educación General Básica y en el Polimodal distintos elementos de la Teoría de Grafos con el objetivo de analizar si esta inclusión ayuda a cumplir varios de los objetivos que se encuentran en las respectivas currículas. Se realizaron varias experiencias áulicas en establecimientos educacionales públicos de distintos contextos sociales y fueron dictados cursos y talleres para docentes en ejercicio de la profesión y para estudiantes del profesorado de matemática. Es importante destacar que se trabajó en el marco de la resolución de problemas

por ser esta una forma privilegiada para lograr un aprendizaje significativo. También se realizaron encuestas abiertas, encuestas cerradas y entrevistas a los distintos actores, A partir del análisis de las experiencias áulicas mencionadas anteriormente y de los resultados de encuestas y entrevistas realizadas se considera fundamental introducir algunos temas de la Teoría de Grafos en la Educación General Básica y en el Polimodal y como uno de los principios curriculares es que tiene que estar bien articulado a través de los diferentes niveles, se presenta en este trabajo una propuesta para cada una de las cuatro etapas en las que se propone la inclusión del tema en cuestión.

Autores: Gladis Saucedo - Ana L. Carbó - Ana M. Mántica

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: Facultad de Humanidades y Ciencias - UNL

email:gsaucedo@eis.unl.edu.ar

Expositor: Gladis Saucedo

Volumen, ¿Qué se necesita conocer para enseñarlo?

Todos los objetos de nuestro entorno tienen volumen y hemos aprendido, intuitivamente o no, unos más, unos menos, a determinar los espacios que ocupan los mismos o sea a manejar el volumen de los cuerpos que nos rodean. Estos objetos tienen distintas propiedades, algunas de ellas detectables por los sentidos como el color, el olor, la textura, la forma, etc y otras se pueden medir, como la longitud, superficie, volumen, etc. Al revisar el tratamiento escolar que se da a las magnitudes nos encontramos que el volumen parece ser una de la más descuidadas en cuanto a las actividades que se realizan ya que no solo se dejan de lado muchos de sus variadas relaciones con otros temas sino que muchas veces se confunde la propiedad que estamos midiendo (volumen) con su medida. Y esto se debe en parte a la influencia que tiene el Sistema Métrico Decimal (SMD) en el currículo escolar, ya que medir se lo asocia al trabajo con él, dando por supuesto que ya se sabe qué es el volumen y lo importante es medir usando las unidades del SMD. El concepto de volumen tiene importancia en nuestra vida diaria porque nosotros nos movemos en un mundo tridimensional y en más de una ocasión necesitamos medir el volumen de determinados cuerpos. Para el tratamiento escolar del volumen es necesario conocer algunas cuestiones para poder lograr una buena enseñanza, como ser:

- su concepto desde el punto de vista matemático y el de la medida
- las dificultades que presenta su aprendizaje
- y algunas propuestas de enseñanza, entre otras cosas.

En esta ponencia abordaremos los dos primeros ítem, que servirán de marco teórico para la elaboración de una secuencia didáctica sobre volumen.

Autores: Melina Zampar - Sara Scaglia
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Facultad de Humanidades y Ciencias. UNL. Santa Fe
email: scaglia@fhuc.unl.edu.ar
Expositor: Sara Scaglia

Procesos de validación de futuros profesores

Esta comunicación tiene como objetivo analizar los procesos de validación puestos en juego por futuros docentes de matemática para fundamentar una proposición geométrica. Los sujetos de estudio son estudiantes que cursan Geometría Euclídea Plana, una asignatura del segundo año del Profesorado de Matemática. A partir del estudio de las producciones de los alumnos se confirma la dificultad de los estudiantes para justificar satisfactoriamente una propiedad geométrica. En los resultados obtenidos observamos que sólo dos alumnos (de un total de 19) desarrollan un proceso de validación que podría caracterizarse como demostración. Los errores que predominan son los de razonamiento, especialmente relacionados con el uso de hipótesis que no están dadas.

Autores: Carnelli, G.; Falsetti, M.; Formica, A.; González, V.; Rodríguez, M.
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento, Bs. As., Argentina
email: aformica@ungs.edu.ar
Expositor: Formica, Alberto

Un análisis de la percepción sobre interacciones que favorecen el aprendizaje en Matemática de estudiantes pre-universitarios

Nos interesa recabar información sobre la percepción que tienen estudiantes de nivel preuniversitario sobre las interacciones que favorecen su aprendizaje en Matemática. La indagación sobre la percepción de aprendizaje la referimos a modalidades de enseñanza que promueven dos tipos de interacciones diferentes: entre un experto y un aprendiz (E-A) o entre aprendices interactuando en grupo (G-A). Presentamos en este trabajo la forma en que hemos operativizado la variable "percepción sobre interacciones que favorecen el aprendizaje", los criterios que nos permitieron definir un instrumento (encuesta) y la encuesta en sí. Asimismo corroboramos estadísticamente una hipótesis que refiere a la preferencia percibida por los estudiantes de que la interacción con un experto les es más útil para aprender Matemática teniendo ellos, mayoritariamente, un rol receptivo. Dejamos indicado el trabajo que aún estamos realizando sobre el análisis estadístico referido a cuestiones vinculadas con la variable después de haber puesto en práctica un dispositivo didáctico de clases con las modalidades E-A y G-A.

Autores: Viviana H. Giandini - Mirta N. Salerno - Norma B. Caterbetti

Especialidad: Propuestas de enseñanza

Lugar: Facultad de Ingeniería. U.N.L.P.

email: viviana.giandini@ing.unlp.edu.ar

Expositor: Viviana H. Giandini

Curso de Nivelación de la Facultad de Ingeniería (UNLP). Una propuesta de mejora: Incorporación de un Taller para la Visualización de Aspectos Geométricos

Desde el año 2001, la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, posee un Curso de Nivelación destinado a que los ingresantes cubran la brecha que los separa de la Universidad, aumentando la probabilidad de éxito de los mismos y evitando su deserción temprana. La ordenanza que fue aprobada ese año, establece los contenidos de la nivelación (temas básicos de Matemática), la obligatoriedad de aprobar el Curso de Nivelación en alguna de sus modalidades y la creación de la Cátedra Permanente de Ingreso. Para dar una posibilidad concreta de igualar oportunidades, ofrece el dictado de un Curso de Nivelación, en distintas modalidades, a saber: a Distancia, Presencial Intensiva, Presencial no Intensiva. La cátedra elaboró un texto base utilizado en todas las modalidades, que además de desarrollar el material propuesto, contiene indicaciones sobre cómo estudiar, cómo abordar las lecturas, cómo realizar las consultas, dónde realizarlas, etc. En las áreas temáticas que abarca el curso, aparecen continuamente situaciones problemáticas que además de referenciar los conceptos específicos que se desarrollan, vinculan a conceptos de la geometría básica, los cuales no forman parte del programa del curso, pero su conocimiento es indispensable para el desarrollo del mismo. Hemos detectado una notable falencia de los ingresantes en este sentido. Consideramos de suma importancia que el alumno conozca conceptos básicos de geometría como ser: perímetro y superficie de figuras simples, volumen de cuerpos sencillos, recta en el plano, (pendiente, ordenada al origen), posiciones relativas de dos rectas en el plano (para la interpretación de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas), cónicas: circunferencia, parábola, elipse, hipérbola (para la interpretación de sistemas mixtos). Teniendo en cuenta este diagnóstico la propuesta de mejora para el Curso de Nivelación es agregar un Apéndice de Geometría en el texto básico e implementar un taller usando la computadora como herramienta de apoyo. En este trabajo presentamos un diseño para dicho taller, en la modalidad presencial, en el que utilizaremos en especial el software Maple.

Algunos de los principales objetivos de esta experiencia son facilitar la comprensión de conceptos vistos en la escuela media a través de la visualización gráfica y generar habilidades que se requieren para el uso de la computadora como herramienta de estudio, en especial como graficador. Esto permitirá a los alumnos comenzar a cursar Matemática A con cierto entrenamiento que les será de suma utilidad, ya que la incorporación de nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje es una constante en nuestra Facultad, implementada desde las asignaturas de las Ciencias Básicas. Asimismo, comentaremos las características del taller, la metodología de trabajo y daremos algunos ejemplos de actividades integradoras. Por último, a modo de conclusión, debido a que la propuesta aún no ha sido implementada, nos referiremos al impacto esperado al incorporar al curso esta nueva estrategia de trabajo.

Autores: Silvia Lorenzo, María Inés Lecich, Sonia Rodríguez, María Ethel Sarasúa

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: Depto. Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan

email: silvia.lorenzo@infovia.com.ar

Expositor: Silvia Lorenzo

Competencias y perfil profesional. Un enfoque desde la educación matemática

La educación superior en nuestro país, posee un enfoque curricular disciplinar que pone énfasis en los contenidos y la evaluación más que en el logro de competencias por parte de los alumnos. Los cambios tecnológicos actuales requieren de un profesional polivalente, capaz de aprender por sí mismo, adaptarse a situaciones nuevas, trabajar en equipo. Poseer espíritu emprendedor y autonomía. Buena parte de las críticas a la formación universitaria actual están centradas en las dificultades de los profesionales para adaptarse a los requerimientos de las empresas y organizaciones modernas.

Estas circunstancias han llevado a un fuerte debate en el seno de las universidades, poniendo el acento en la necesidad de realizar cambios curriculares para acercar sus propuestas a los requerimientos del medio, generando nuevos planteos pedagógicos didácticos. Surge así, la necesidad desde los países emergentes de definir con claridad cuales son las competencias que los profesionales deberán tener para actuar eficientemente en nuestros países y adaptarse a los requerimientos de otros. En función de lo descripto es que se diseña esta investigación orientada a iniciar e involucrar a los docentes en los nuevos marcos teóricos, analizar las competencias que los alumnos deben lograr en el área matemática en vista a la formación de cualquier profesional competente; homogeneizar contenidos y metodologías a fin de realizar avances significativos en un proceso educativo comprometido con la realidad que se impone. La metodología adoptada tiene un enfoque participativo, activo, democrático (Rosenwald, 1988). Las actividades de investigación constaron de cuatro fases: montaje institucional y metodológico de la investigación participativa; estudio diagnóstico previo de la zona y de la población; análisis crítico del problema y elaboración y aplicación del modelo que contribuya a la solución del problema. (Le Boterf 1980). Del trabajo realizado se concluye que la educación superior actual brinda profesionales con dificultades para adaptarse a los requerimientos de las empresas y organiza-

ciones modernas. Esto sugiere entre otras cosas: a) la necesidad de definir con claridad cuales son las competencias en el área matemática que contribuyen al perfil profesional de nuestros egresados, b) analizar las competencias que tienen y deben tener los alumnos ingresantes a las Universidades, c) determinar las competencias en el área matemática que deben tener los alumnos que finalizan el CGCB. Se observa también, dificultad en la apropiación de los conceptos de competencias, capacidades y logros por parte de los docentes. Los formadores, las autoridades, los distintos miembros de la comunidad educativa han de poseer competencias asociadas a las esperadas para los alumnos. El camino transitado en este modelo resulta arduo ya que los docentes muestran una actitud reticente lo que indica la necesidad de crear y fomentar espacios de trabajo que promuevan el logro de competencias en este sector de la comunidad. Se considera prioritario llevar adelante una propuesta curricular abierta, flexible y adecuada para el logro de competencias instrumentales e interpersonales en el área matemática. Diseñar estrategias que permitan identificar, analizar y homogeneizar competencias en el área matemática en carreras no matemáticas. Fomentar el carácter democrático y participativo de las acciones entre los participantes de la investigación y sus colegas creando situaciones de interacción de dialogo y negociación para el logro de los objetivos planteados.

Autores: Diego Vallejo y María Cristina Vacchino
Especialidad: Propuestas de enseñanza
Lugar: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional La Plata
email: diego.vallejo@gmail.com
Expositor: Diego Vallejo

Implementación de una experiencia de innovación en un curso de integración para primer año de Ingeniería

Se relata una experiencia de innovación en un curso de integración en una y varias variables, Matemática B, destinado a alumnos del segundo semestre de primer año de las carreras de Ingeniería. Esta experiencia fue diseñada en el año 2002 e implementada a partir de 2003 en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. Esta reforma surge en respuesta a:

- a) el estudio fragmentado en compartimientos estancos de la matemática en Álgebra, Geometría, Análisis, buscando en contrapartida un trayecto único, integrado por Curso de Nivelación, Matemática A, Matemática B y Matemática C,
- b) la adecuación de la enseñanza de la matemática a los nuevos tiempos: los alumnos tienen una multiplicidad de estímulos y una diversidad de intereses, cuestión que no implica necesariamente un juicio de valor negativo hacia el mundo que el alumno trae al aula,
- c) el fracaso estudiantil en primer año, asociado con el bajo nivel de aprobación en Matemática Básica,
- d) la dificultad de recuperar los conocimientos en otros contextos, hecho que guarda estrecha relación con la escasa articulación entre materias.

Autores: Inés Calvo - Lucía G. Gil - Victorina Marquez

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: San Juan - Argentina

email: icalvo@unsj-cuim.edu.ar

Expositor: Calvo, Inés

Reflexiones sobre cómo adquirir competencias desde la Matemática en carreras de Informática

Los cambios curriculares, en principio, deben desarrollar un conjunto dado de competencias claves y fundamentales de acuerdo a objetivos educacionales, dentro de un amplio contexto de desarrollo social, así como del desarrollo humano de los alumnos individualmente considerados. Durante años se han desarrollado debates a nivel nacional e internacional sobre diversos aspectos especialmente referidos a:

- a) la definición y redefinición de competencia en los medios educativos saturados de información;
- b) la selección de las competencias claves o esenciales apropiadas al aprendizaje en las diferentes etapas de la vida, reflejadas en los objetivos y las normas curriculares.
- c) la implementación de estrategias que lleven al logro de las competencias seleccionadas.
- d) la evaluación de las competencias claves según los resultados del cambio curricular y mediante indicadores apropiados.

La educación por competencias en el marco de la formación pretende ser un enfoque integral que busca vincular el sector educativo con el productivo y elevar el potencial de los individuos, de cara a las transformaciones que sufre el mundo actual y la sociedad contemporánea. Este aspecto respecto a la formación por competencia es importante para lograr asociar la adquisición de conocimientos y el desarrollo de las capacidades y actitudes laborales, que son imprescindibles en la preparación del futuro profesional. El objetivo se centró en dos aspectos: selección de las competencias que son inherentes a carreras de informática y como adquirirlas desde la matemática. Se trabajó en dos planos de análisis, por un lado, reflexionar y analizar el perfil profesional de la Carrera Licenciatura en Ciencias de la Computación de la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan y,

por otro lado, investigar las competencias necesarias desde la matemática. De acuerdo a nuestras reflexiones, desde la matemática se deben tener en cuenta las siguientes competencias genéricas:

- Pensar y razonar.
- Argumentar.
- Comunicar.
- Modelizar.
- Plantear y resolver problemas.
- Representar.
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.
- Usar herramientas y recursos.

Se investigó cual era el Interés y estado del tema, el Marco Conceptual del mismo, cual era la Articulación entre aprendizajes: dónde y cómo se aprenden las competencias y el Perfil Profesional del egresado del Departamento de Informática, además se realizó una encuesta a 30 egresados de las carreras del Departamento de Informática. En resumen, este trabajo reflexiona cuál debería ser el punto de vista de las competencias matemáticas en el que los estudiantes de carreras de informática deben ser motivados. Es nuestro deseo seguir trabajando mas y buscar no solo las competencias matemáticas sino también la ejercitación necesaria para lograrlas.

Autores: Gómez, José Ismael; Ibarra, Elsa del Valle

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: Facultad de Agronomía y Agroindustrias. Facultad de Ciencias Forestales.UNSE

email: jgomez@arnet.com.ar

Expositor: Gómez, José Ismael

Acerca de la economía y la ecología del principio de inducción matemática

A partir de un análisis profundo del funcionamiento de un objeto de conocimiento en un texto al que se ajusta apropiadamente, un libro de Cálculo infinitesimal escrito por Michael Spivak, pondremos de manifiesto la relación existente entre la economía y la ecología del objeto denominado principio de inducción matemática y el conjunto de los números naturales, su hábitat natural. Esto nos permitirá tener una visión más amplia sobre la relación institucional con el objeto principio de inducción matemática en un curso de primer año de matemática en la universidad.

Autores: Alurralde Florencia - Ibarra Lidia
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Salta. Universidad nacional de Salta
email: falurral@unsa.edu.ar
Expositor: Alurralde Florencia

El uso de las letras en álgebra Análisis de una evaluación de estudiantes de primer año de ingeniería

Este trabajo se inscribe dentro del Proyecto de Investigación N° 1494 del Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta (CIUNSa) y como parte inicial del trabajo de tesis de maestría, en el marco de la Dialéctica instrumento - objeto (Douady, 1986) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard 1992). El Algebra es una materia de gran importancia ya que debería servir para modelizar sistemas matemáticos y extramatemáticos. A pesar del tiempo dedicado en el nivel medio a temas de álgebra, como ecuaciones y sistemas de ecuaciones, los alumnos que ingresan a la Universidad tienen dificultades en utilizar el álgebra como herramienta que hace posible resolver nuevos problemas. En el presente trabajo se pretende hacer un análisis de la producción de los estudiantes en la primera evaluación que se realiza en Algebra Lineal y Geometría Analítica de primer año de la carrera ingeniería en la universidad con el objetivo de identificar las herramientas algebraicas que utilizan en la resolución de los problemas propuestos respecto al uso de las letras en sus diversas formas:

- como incógnita: cuyo valor puede determinarse con exactitud, considerando las restricciones propias del problema
- como número general: cuando aparece en generalizaciones y en métodos generales.
- como parámetro: entendido como objeto matemático conocido que se manipula como desconocido
- como variable en relación funcional: entendido como objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera conocido.

Autores: Avila, Olga, Cerati, Eleonora, Macias, Roberto, Redolatti, Claudia, Schwer, Ingrid, Taverna, Maria Laura
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe
email: oavila@imalpde.ceride.gov.ar
Expositor: Avila Olga

Uso de análisis multivariado para clasificar a los alumnos ingresantes en el área matemática según su formación previa al ingreso a la Universidad

La enseñanza en los primeros cursos de la Universidad actualmente se encuentra afectada por la heterogeneidad del nivel de conocimientos alcanzado por los alumnos en los estudios previos y las carencias de los mismos que se aprecian en materias concretas como matemática.

Es importante detectar los aspectos que pueden influir en el rendimiento de los alumnos ingresantes para mejorar el rendimiento académico y la retención de los estudiantes evitando alumnos con alto riesgo de fracaso.

El objetivo de este trabajo es describir la utilización de las técnicas multivariadas de análisis discriminante y regresión logística para distinguir entre estos dos grupos: alumnos de la primer materia en Matemática, Matemática A, de las carreras que se dictan en la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Litoral y alumnos que deben realizar un curso tutorial como curso de apoyo para lograr una mejor formación en matemática. Ambos análisis multivariados permiten identificar un conjunto de variables independientes de un grupo mayor, como las variables mejores predictoras. Tanto las técnicas de análisis discriminante como regresión logística proporcionaron buenas clasificaciones para los casos estudiados. Cuando la función discriminante aplicada a casos conocidos clasifica incorrectamente un alumno de matemática A y lo coloca en el grupo que debe realizar el curso tutorial, indica que debe dársele especial atención debido a que puede evidenciar deficiencia en su formación matemática. Estas técnicas permiten realizar un análisis individual haciendo un diagnóstico sobre la formación actual de cada alumno, evaluando si es apropiada para un buen desempeño en el primer curso de matemática. En el futuro, el agregado de más preguntas tendientes a obtener mayor información, permitirá una clasificación más desagregada. Considerando los alumnos que cursan la primer materia, Matemática A, es posible aplicar las técnicas para discriminarlos en niveles de formación y aptitud en dicha área. La detección de los grupos con deficiencias permiten implementar políticas y estrategias de enseñanza para dar solución a dichas

deficiencias, reduciendo a su vez situaciones de fracaso.

Autores: Bracchialarghe, D., Cattaneo, L., Emmanuel, D., González, M.I., Introcaso, B.

Especialidad: Trabajos de investigación

Lugar: Depto. de Matemática (Esc Form. Básica), Fac.Cs. Exactas, Ing. y Agrim. (UNR)

email: dirce@fceia.unr.edu.ar

Expositor: Bracchialarghe, Dirce

Reflexiones sobre la práctica docente en la enseñanza del Análisis
Matemático en carreras de Ingeniería

Este trabajo se realiza en el marco del proyecto trianual, iniciado este año y radicado en la UNR: "La significación de los contenidos conceptuales en la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo en las carreras de Ingeniería y Agrimensura". En el mismo pretendemos reflexionar sobre la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos de Análisis Matemático en los primeros años de las carreras de Ingeniería. Estamos convencidas que sin conciencia de las razones que alientan la práctica docente, es difícil modificar aspectos de la misma con el fin de mejorarla. Para comenzar analizamos investigaciones de distintos autores sobre Didáctica del Análisis. En este trabajo describimos aspectos relevantes de las mismas, notando que la tendencia general es rescatar los contenidos conceptuales como esenciales para encarar la resolución de problemas y que en general se encuentra que las mayores dificultades en el aprendizaje de los conceptos del Análisis yacen en las tareas de pasaje entre registros semióticos. A partir de la lectura de estos trabajos y de nuestra propia experiencia, consideramos que hay razones suficientes para plantear y sugerir un cambio de metodología donde el alumno sea autor de su aprendizaje para obtener un mejor rendimiento académico. En este trabajo centramos nuestra atención en la enseñanza del concepto de derivada. En un intento de buscar formas alternativas para que el concepto de derivada sea construido de manera significativa por el alumno, observamos que nuestras propuestas no difieren de las planteadas en muchos de los textos que hoy se utilizan en la Facultad. Indagamos entonces el tratamiento del tema en diferentes textos que de manera habitual aparecen en la bibliografía de Análisis Matemático de las carreras de Ingeniería. De este análisis surge que en los últimos años se ha modificado la presentación del concepto de derivada, a favor de lograr la construcción del mismo a partir del análisis de diferentes significados en diversos contextos. A pesar de ello, sabemos que más de una vez estas introducciones son omitidas, o bien son expuestas por el docente

sin permitir que el alumno comience a ser partícipe en la construcción del concepto. Además, con el fin de comprobar que la resolución de “un problema motivador” no puede por sí sola garantizar la internalización de un concepto, llevamos a cabo una experiencia áulica recurriendo a la presentación de un problema donde se habrían podido utilizar los recursos trabajados en otro problema guiado resuelto por los alumnos la clase anterior. De ninguna manera intentamos ser categóricos sobre los resultados de esta experiencia, cuando sabemos que hemos trabajado en un único curso y con un solo tema que, en especial, conlleva dificultades propias de difícil superación. Las conclusiones nos llevan al campo de las ideas sostenidas por Vergnaud cuando afirma que se requiere de un extenso período de elaboración de un concepto para que el mismo pueda vincularse a otros dentro del campo conceptual al cual pertenece. Hacemos hincapié en la necesidad de que los docentes nos hagamos cargo de promover el cambio propuesto en la bibliografía actual generando situaciones didácticas que favorezcan la construcción de un concepto. Sabemos que este trabajo insume tiempo, pero estamos convencidas de que este tiempo se ganará posteriormente en la medida en que el concepto se integre a una red significativa que permita que el mismo se articule a otros y se relacione con ellos alcanzando la movilidad necesaria dentro del sistema cognitivo. Sostenemos que esta forma de trabajo, sumada a la revalorización de los contenidos conceptuales como base de la formación de los alumnos de las carreras de Ingeniería, contribuirá a alcanzar su pensamiento reflexivo, a desarrollar su capacidad de razonar, conocer, comprender y aplicar conocimientos, plantear y resolver problemas, interpretar el significado de las soluciones compatibles con la realidad, tal cual se establece en los programas analíticos en vigencia. En este trabajo pretendemos compartir las primeras reflexiones de nuestros estudios, con el objetivo de encontrar voces que se sumen a esta inquietud y nuestro proyecto pueda repetirse también en otras facultades para poder así comparar experiencias y resultados.

Autores: Elena, Clara Rita - Herrera, Carlos Gabriel
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional de Catamarca
email: cgherrera@tecno.unca.edu.ar
Expositor: Herrera, Carlos Gabriel

El desarrollo de habilidades matemáticas en alumnos de primer año de ingeniería

El trabajo forma parte del proyecto "Incidencia de un Sistema Didáctico Integrador de Contenidos" tiene por objetivo analizar el grado de aplicación de las habilidades matemáticas interpretar, identificar y graficar, en las clases prácticas de Álgebra Lineal, correspondiente a los alumnos de la carrera de Ingeniería en Informática de la Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas de la Universidad Nacional de Catamarca. Se adopta el sistema básico de habilidades matemáticas definido por Herminda Hernández (1989). La población en estudio son los alumnos de la cátedra Álgebra de la carrera de Ingeniería en informática, considerándose una muestra de 31 alumnos. Para la obtención de los datos de las Habilidades Matemáticas antes mencionadas, se utilizó un instrumentorealizado a tal fin. Para ello se seleccionaron situaciones prácticas de Álgebra Lineal, las cuales fueron resueltas por los alumnos durante el desarrollo del Trabajo Práctico correspondiente al tema en estudio, en el segundo mes de dictado de la asignatura. Como conclusiones salientes del trabajo se observó en los alumnos dificultades en justificar las respuestas, es decir explicar que hizo y por que lo hizo. También tienen dificultades en aplicar los conceptos adquiridos a nuevas situaciones, es lo que en la Teoría de P. Y. Galperin se denomina Generalización. No se observan dificultades salientes en las habilidades matemáticas de Interpretar y Graficar.

Autores: Estela Olivera, María Miní - Nélica H. Pérez - Norma Cerizola
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional de San Luis
email: eolivera@unsl.edu.ar
Expositor: Estela Olivera

Funciones y Ecuaciones de varias variables, Registros de Representación

En los últimos años los resultados de investigaciones en matemática educativa relativos al uso de los registros de representación semiótica ha fortalecido la postura de que el aprendizaje de la matemática se favorece cuando se incorporan actividades que coordinen los registros de representación semiótica. (I. Guzmán, 1998). Existen numerosas publicaciones y trabajos sobre registros de representación de funciones de una variable, en este trabajo se realiza un análisis exploratorio sobre registros de representación de ecuaciones de dos y tres variables y de la noción de función de dos variables, que perdura en los estudiantes después de haber recibido las clases correspondientes al tema. Se tuvo por objetivo obtener un primer acercamiento al problema para diseñar estrategias de enseñanza que puedan mejorar el traslado de registros.

Autores: Marcel David Pochulu; Raquel Susana Abrate y Vicenç Font Moll
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional de Villa María - Universidad de Barcelona
email: mpochulu@arnet.com.ar
Expositor: Marcel David Pochulu

Implicancias educativas del uso de metáforas en contextos de resolución de ecuaciones

La investigación realizada es de naturaleza diagnóstico-descriptiva y pretende dar respuestas a los siguientes interrogantes: ¿Qué tipo de metáforas utilizan los alumnos en su discurso cuando resuelven ecuaciones? ¿Cuál es la relación que hay entre las metáforas utilizadas por los alumnos en su discurso cuando resuelven ecuaciones y las dificultades y obstáculos que se observan en dicha resolución? y ¿Qué tipo de metáforas utilizan los libros de textos de matemáticas en las lecciones que tratan sobre la resolución de ecuaciones? Se ha trabajado con las producciones escritas de 429 estudiantes aspirantes a ingresar en la Universidad Nacional de Villa María (Argentina), durante el año 2007, mientras cursaban el módulo de matemáticas del curso de ingreso. A su vez, se efectuó el análisis de 60 libros de matemáticas que abordan la resolución de ecuaciones como tema de estudio, buscando en ellos la presencia de las metáforas que son más utilizadas por los alumnos, las que a su vez, habían sido detectadas en una primera fase de la investigación. El trabajo llevado a cabo nos muestra que los estudiantes utilizan principalmente metáforas orientacionales en contextos de resolución de ecuaciones: una ecuación es un conjunto de objetos con un sistema de referencia cuyo origen es el signo igual, donde los objetos se pueden pasar, cruzar, quitar, colocar, ser llevados, transferidos, transformados o trasladados de un lugar a otro bajo ciertas reglas de transposición. Por otra parte, se ha detectado que prácticamente la totalidad de los alumnos consideran que las metáforas y el lenguaje metafórico son las propiedades que efectivamente subyacen en la resolución de ecuaciones, lo cual se condice con el modo en que es presentado el tema en la mayoría de los textos escolares de matemáticas del nivel secundario. Por último, la investigación muestra que el uso de metáforas orientacionales en la resolución de ecuaciones no es inocuo para el aprendizaje de los estudiantes, en tanto conlleva a dificultades que no todos logran superar con éxito.

Autores: Virginia Montoro
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Centro Regional Bariloche - UNCo - Bariloche
email: vmontoro@crub.uncoma.edu.ar
Expositor: Virginia Montoro

Qué piensan los estudiantes de profesorado de la demostración matemática

En el marco del proyecto de investigación: La demostración en geometría en la formación de profesores; que con el objetivo general de estudiar el proceso de aprendizaje de la demostración en geometría de estudiantes de Profesorado de Matemática, se propone en particular indagar acerca de las concepciones de estos estudiantes sobre la demostración. En el marco del citado proyecto se les propuso a estos estudiantes resolver dos problemas de demostrar en Geometría Euclídea y luego se los entrevistó individualmente mediante preguntas abiertas a fin de profundizar la indagación sobre sus concepciones. Reportamos en la presente comunicación el análisis de algunas de las preguntas abiertas realizadas durante la citada entrevista, con el fin de delinear aspectos de las concepciones de los estudiantes sobre qué significa demostrar en matemática, como así también obtener información sobre posibles relaciones de estas concepciones con el tipo de pruebas que producen los estudiantes al comienzo del estudio de la Geometría. Se da cuenta de una categorización de los argumentos esgrimidos por los estudiantes al responder las preguntas: ¿Es lo mismo demostrar en cualquier rama de la matemática? y ¿es lo mismo demostrar en otras disciplinas que en matemática. Se pudo establecer una tipología de los estudiantes en tres clases en relación a las posibles ideas sobre el significado de la demostración en matemática; sobre la diferencia entre lo que significa demostrar en distintas ramas de la matemática y en otras disciplina; realizándose una caracterización de cada una de estas clases asociadas a cada grupo de participantes. Es notable la diferenciación que hacen estos estudiantes entre la demostración en álgebra, más formal y rigurosa y la demostración en cálculo, considerándola en esta rama de la matemática como aproximada y no formal. No pudo establecerse una vinculación clara de las ideas de los estudiantes sobre estos aspectos con el tipo de pruebas que producen enfrentados a un problema de demostrar; salvo para aquellos que producen pruebas ingenuas. Estos resultados aportan nuevos aspectos a la caracterización de este complejo proceso de aprendizaje de la demostración en el Profesorado.

Autores: María Elena Ruiz
Especialidad: Trabajos de investigación
Lugar: Universidad Nacional del Comahue. Neuquén
email: ruiz.melena@gmail.com
Expositor: María Elena Ruiz

La Proporcionalidad como noción disponible del docente

Este trabajo presenta un estudio con docentes de matemática de nivel primario alrededor del concepto de proporcionalidad, contenido básico de la escolaridad obligatoria. Forma parte de un estudio más amplio realizado en el marco de una tesis de Maestría, cuyo objetivo es caracterizar y comprender las concepciones de proporcionalidad presentes en los docentes y en cómo conciben la enseñanza de esta noción, así como analizar la presencia del contenido mencionado en documentos curriculares existentes y el uso que los docentes hacen de los mismos. Consideramos, como afirma Chevallard (1989), que el modo de existencia del saber en una institución está condicionado por dicha institución, entonces, las propuestas de enseñanza estarían influenciadas tanto por los condicionamientos que la institución impone a sus actores como por las relaciones personales del docente con el saber. Además, como plantea Schoenfeld (1992), citando a Hoffman (1989), las relaciones personales de los profesores con el saber y sus concepciones acerca de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática, condicionan los entornos de aprendizaje que crean en su actividad de enseñanza. En este sentido nos interesa analizar cuáles son las concepciones acerca de la proporcionalidad que tienen los docentes de matemática de nivel primario. Al hablar de concepciones acerca de la proporcionalidad nos interesa conocer qué piensan, qué ideas tienen los docentes, acerca de la proporcionalidad, en cuanto a contenidos, relaciones con otros conceptos, representaciones (numéricas, visuales, gráficas, etc.), aplicaciones, ejemplos, experiencias asociadas al concepto, etc. Se aborda este estudio desde un enfoque cualitativo y creemos que la entrevista es un método apropiado pues permite que los docentes expliciten lo que piensan y saben acerca de la proporcionalidad. Para ello realizamos entrevistas a maestros del último ciclo de nivel primario con preguntas abiertas, incluso con situaciones problemáticas para analizar, que nos permitió recoger información acerca de las ideas, supuestos, conocimientos, etc. en relación a la noción de proporcionalidad. Para este análisis consideramos cuáles son las nociones que los docentes ponen en juego para reconocer la proporcionalidad en una relación entre magnitudes o en una relación numérica. Conseguimos

diferenciar tres estrategias o recursos que asociamos con: la existencia de una constante, la representación en el plano cartesiano y el crecimiento de una relación. En nuestro estudio pudimos ver que docentes en actividad no están a salvo de confusiones matemáticas conceptuales, tales como no poder desprenderse aún del modelo aditivo en la proporcionalidad, o considerar cualquier relación creciente como una relación de proporcionalidad. Estas confusiones surgen en general cuando se debe realizar alguna justificación, como explicar por qué una relación es de proporcionalidad directa o por qué no lo es. No aparecen, por ejemplo, frente al tratamiento de una situación de búsqueda de un valor faltante, como puede ser en una tabla dada, lo que indicaría un tratamiento más automático, del tipo de lo que plantea J-Lo (2004) en su investigación.

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Cuota Societaria

* *Socios residentes en el país:*

	Adherentes	Titulares	Institucional
Hasta el 10/04/07	\$ 40	\$ 60	\$ 450
Hasta el 10/08/07	\$ 55	\$ 80	\$ 450
Año vencido	\$ 70	\$ 100	\$ 450

Año vencido: Comienza a partir del 11 de agosto de 2007.

* *Socios residentes en el extranjero:*

U\$S 50 (bonificado) y U\$S 60 (no bonificado).

Cómo asociarse a la Unión Matemática Argentina

- 1) Llenar la Solicitud de Inscripción que se encuentra la página web
<http://www.union-matematica.org.ar/institucional/asociarse.html>
- 2) Entregarla al Secretario Local de la zona.
- 3) Abonar la cuota 2007/2008.

Autoridades de la Unión Matemática Argentina

Comisión Directiva

* Presidente:	Carlos Cabrelli
* Vicepresidente Primero:	Hernán Cendra
* Vicepresidente Segundo:	Hugo A. Aimar
* Secretario:	Andrea Solotar
* Prosecretario:	Silvia Lassalle
* Tesorero:	Liliana Gysin
* Protesorero:	Leandro Zuberan
* Director de Publicaciones:	Luis Piován
* Vicedirector de Publicaciones:	Roberto A. Macías

* Vocales Suplentes: **Hugo Álvarez, Hector Cuenya, Hernán Cendra, Ricardo Durán, María J. Druetta, Eleonor Harboure, Pablo Panzone, Luiz Monteiro, Cristina Preti.**

* Comisión Revisora de Cuentas:

- Titulares: **Julián Fernández Bonder, Teresa Krick, Patricia Fauring.**
- Suplentes: **Gustavo Massaccesi, Gabriel Miniam, Sigrid Heineken.**

* Consejo Superior de Educación:

Humberto Alagia, Norberto Fava, Esther Gallina, Eduardo Güichal, Roberto Macías, Carlos Segovia Fernández, Juan Tirao, Jorge Vargas, Felipe Zó, Juan C. Dalmasso (Secretario Ejecutivo).

* Direcciones: **Departamento de Matemática, FCEyN - UBA**

Pabellón I - Ciudad Universitaria, C1428EGA - Buenos Aires

Tel. +54-11-4576-3390 (int. 903) *E-mail: uma@dm.uba.ar*

Sitio web: *http://www.union-matematica.org.ar*

Secretarios Locales

Lic. Marta Casamitjana
Depto. de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Avda. Alem 1253
8000 BAHÍA BLANCA
dmat@criba.edu.ar

Lic. Damián Pinasco
Depto. de Matematica - FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Pab. I Ciudad Universitaria
1428 CAPITAL FEDERAL
uma_bsas@fibertel.com.ar

Prof. Gustavo Juarez
B°Avellaneda y Tula Casa 102
4700 CATAMARCA
uma@decatamarca.net.ar

Prof. María Mendonça
San Martín 1426
9000 COMODORO RIVADAVIA
mendonca@ing.unp.edu.ar

Dra. Laura Barberis
FaMAF - Ciudad Universitaria
M. Allende y Haya de la Torre
5000 CÓRDOBA
barberis@mate.uncor.edu

Dr. Marcos Salvai
FaMAF - Ciudad Universitaria
M. Allende y Haya de la Torre
5000 CÓRDOBA
salvai@mate.uncor.edu

Dr. Rubén Cerutti
Depto. de Matemática
FCEyN y Agrimensura - UNNE
9 de Julio 1449
3400 CORRIENTES
rcerutti@exa.unne.edu.ar

Prof. Liliana de Zaragoza
Juan B. Justo 441
5501 GODOY CRUZ (Mza.)
lzaragoz@fcemail.uncu.edu.ar

Lic. Adriana Galli
Depto. Matemática
Fac. Cs. Exactas - UNLP
1900 LA PLATA
adriana@cacho.mate.unlp.edu.ar

Prof. Mercedes Heredia

Lavalle y Alem
4440 METÁN

Ing. Víctor Wall
Facultad de Cs. Exactas,
Químicas y Naturales - UNAM
Entre Ríos 2419
3300 POSADAS
matemat@fceqyn.unam.edu.ar

Dra. María Cristina Sanziel
Fac. de Ciencias Exactas
Ingeniería y Agrimensura - UNR
Av. Pellegrini 250
2000 ROSARIO
sanziel@fceia.unr.edu.ar

Dr. Carlos Mansilla
Instituto Superior "Almafuerte"
Avda. Italia 350
H3500CJQ Resistencia - CHACO
aema@unichaco.com.ar

Prof. Nydia Dal Bianco
Mansilla 555
6300 Santa Rosa - LA PAMPA
dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar

Prof. Guillermo Valdéz
Ayolas 9119
7600 MAR DEL PLATA
gvaldez@mdp.edu.ar

Lic. Cristina Cano
Depto. de Matemática
Fac. de Economía - UNCo
Buenos Aires 1400
8300 NEUQUÉN
cbcano@uncoma.edu.ar

Lic. Adriana M. González
Depto. de Matemática
Fac. de Ciencias Exactas - UNRC
Ruta 36 Km 601
X5804ZAB RÍO CUARTO (Cba.)
agonzalez@exa.unrc.edu.ar

Prof. Eudisia N. Diaz de Hibbard
Depto. de Matemática
Fac. de Ciencias Exactas - UNSa
Av. Bolivia 5150
4400 SALTA
endh@unsa.edu.ar

Lic. Cristina Ferraris
CRUB - UNCo
Quintral 1250
8400 S. C. DE BARILOCHE
cferrari@crub.uncoma.edu.ar

Lic. Delfina Femenia
Av. Ignacio de la Roza 230(S)
5400 SAN JUAN
delfinafemenia@detesat.
com.ar

Lic. Bárbara Bajuk
Depto. de Matemática - UNSL
Ejército de los Andes 950
5700 SAN LUIS
bbajuk@unsl.edu.ar

Lic. Stella Vaira
Hernandarias 737
S3004DUK SANTA FE
svaira@fbcbl.unl.edu.ar

Prof. Ismael Gómez
Depto. Ciencias Físico -
Matemática
Fac. Agronomía y Agroindustrias
UNSE
Avda. Belgrano (S) 1912
4200 SANTIAGO DEL ESTERO
jgomez@unse.edu.ar

Lic. Roberto Cautelier
Castro Barros 2073
4000 TUCUMÁN
cautelie@herrera.unt.edu.ar

Mag. Marta García
FCE-UNCPBA
Campus Universitario
Paraje Arroyo Seco
7000 TANDIL
mgarcia@exa.unicen.edu.ar

Lic. Gloria Susana G. de Quevedo
Fac. de Ingeniería - UNPSJB
Belgrano 504
9100 TRELEW
math_tw@unp.edu.ar

Publicaciones

* Revista de la Unión Matemática Argentina

Registro Nacional de la Propiedad Intelectual no. 180.863

Correo electrónico: revuma@criba.edu.ar

Sitio web: <http://inmabb.criba.edu.ar/revuma/>

■ **Director de publicaciones:**

Luis A. Piovan

■ **Vicedirector:**

Roberto A. Macías

■ **Secretaría de redacción:**

Edgardo Fernández Stacco, Ricardo Pignol

■ **Dirección postal:**

Instituto de Matemática

Universidad Nacional del Sur

Av. Alem 1253

8000CPB Bahía Blanca, Argentina.

CONSEJO DE REDACCIÓN

Luis A. Caffarelli

Department of Mathematics
University of Texas at Austin
Austin, Tx., U.S.A.

Carlos Segovia Fernández

Depto. de Matemática-FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Roberto Cignoli

Depto. de Matemática-FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Domingo Tarzia

Depto. de Matemática-FCE
Universidad Austral
Rosario, Argentina

Carlos Kenig

Department of Mathematics
University of Chicago
Chicago, Ill., U.S.A.

Juan Tirao

FAMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Roberto Miatello

FAMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Jorge Vargas

FAMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Luiz Monteiro

Instituto de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, Argentina

Victor Yohai

Depto. Matemática-FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

María Inés Platzeck

Instituto de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, Argentina

Eduardo Zarantonello

CRICYT
Mendoza, Argentina

Horacio Porta

Department of Mathematics
University of Illinois
Urbana-Champaign, Ill., U.S.A.

Felipe Zó

Instituto de Matemática Aplicada
Universidad Nacional de San Luis
San Luis, Argentina

*** Revista de Educación Matemática**

Registro Nacional de la Propiedad Intelectual no. 168024

Correo electrónico: revm@mate.uncor.edu

Sitio web: <http://www.famaf.unc.edu.ar>

■ **Director de publicaciones:**

Jorge Vargas

■ **Vicedirectora:**

Carina Boyallian

■ **Secretario Ejecutivo:**

Bernardino Audisio

■ **Secretaria de Edición:**

Luisa I. Gallardo

■ **Dirección postal:**

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba

M. Allende y Haya de la Torre

Ciudad Universitaria

5000 CÓRDOBA, Argentina.

COMITÉ EDITOR

Cristián Sanchez

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Juan A. Tirao

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Jorge A. Vargas

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Roberto A. Miatello

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Norberto Fava

Depto. Matemática - FCEyN

Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Elida Ferreyra

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

COLABORADORES

Jorge Adrover

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Carina Boyallian

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Eduardo Hullet

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Inés Pacharoni

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Marcos Salvai

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Paulo Tirao

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Ma. Isabel Viggiani Rocha

Universidad Nacional Tecnológica
Tucumán, Argentina

Mónica Villareal

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

*** Noticiero de la Unión Matemática Argentina**

Versión impresa: ISSN 1514 - 9560
Versión electrónica: ISSN 1514 - 9595
Correo electrónico: *noticiero.uma@gmail.com*
Sitio web: *http://www.ceride.gov.ar/notiuma*

■ **Editor:**

Ricardo Toledano

■ **Dirección postal:** Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL)

Güemes 3450,
3000 Santa Fe, Argentina.

COMITÉ EDITOR

Carlos Cabrelli

Depto. de Matemática, FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Andrea Solotar

Depto. de Matemática, FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Hugo Aimar

IMAL-CONICET, FIQ-UNL
Universidad Nacional del Litoral
Santa Fe, Argentina

Eleonor Harboure

IMAL-CONICET, FIQ-UNL
Universidad Nacional del Litoral
Santa Fe, Argentina

Roberto Macías

IMAL-CONICET, FIQ-UNL
Universidad Nacional del Litoral
Santa Fe, Argentina