

NOTICIERO DE LA UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

JUNIO 2010

VOLUMEN 46



COMUNICACIONES UMA – REM 2009

MAR DEL PLATA

NOTICIERO

de la

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Comité Editor:

Dr. Hernán Cendra, Mg. Beatriz Marrón

Depto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur
Av. Leandro N. Alem 1253 - B8000CPB Bahía Blanca - Buenos Aires

Dr. Hugo Aimar, Dra. Eleonor Harboure, Dr. Roberto Macías

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET - UNL
Güemes 3450, S3000GLN Santa Fe

Editores:

Dr. Fernando Gaspoz, Dra. Ivana Gómez

Colaboradores:

Dra. Marilina Carena, Dra. Silvia Hartzstein

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET - UNL
Güemes 3450, S3000GLN Santa Fe

E-mail: noticiero.uma@gmail.com

URL: <http://www.notiuma.santafe-conicet.gov.ar>

¹ISSN 1514-9560

Permitida la reproducción parcial o total del contenido de esta Revista, con fines educativos o científicos, siempre que se mencione la fuente.

CONTENIDOS

■ A nuestros lectores	4
■ Reunión UMA 2009	5
■ Comunicaciones REM 2009	7
■ Comunicaciones Científicas UMA 2009	80
● Álgebra y Teoría de Números	81
● Análisis Funcional y Complejo	110
● Análisis Numérico	125
● Análisis Real y Armónico y Teoría de la Aproximación	136
● Aplicaciones de la Matemática	167
● Ecuaciones Diferenciales	192
● Estadística	218
● Física Matemática	233
● Geometría	242
● Lógica y Computabilidad	255
● Matemática Discreta - Combinatoria y Optimización	276
● Teoría de Lie	318
● Teoría de Probabilidad	329
■ Unión Matemática Argentina: Información general.	332

A nuestros Lectores

En este número publicamos los resúmenes de las Comunicaciones Científicas de la UMA 2009 y de las Comunicaciones de la REM 2009 aceptadas para la Reunión Anual de la UMA en la ciudad de Mar del Plata.

Valoramos y agradecemos el trabajo en el Noticiero del anterior editor Ricardo Toledano.

Próximamente estará listo el volumen del Noticiero con novedades, información, notas, y todo lo referente al quehacer de la comunidad matemática de Argentina. Esperamos sus colaboraciones.

Los editores.

Colaboraron en este número: Silvia Lasalle (Universidad de Buenos Aires) y Alfredo González (Universidad Nacional de Mar del Plata).

Reunión UMA 2009

Del 21 al 26 de septiembre de 2009 se realizó la clásica y esencial Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina compuesta por

- LIX Reunión de comunicaciones científicas
- XXXII Reunión de educación matemática (REM)
- XXI Encuentro de estudiantes de matemática
- I Festival de Matemática.

En esta ocasión el evento tuvo lugar en la Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMdP), organizado por la Unión Matemática Argentina y el Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMdP.

Luis Caffarelli (University Texas at Austin, USA) inició con la conferencia “Rey Pastor” titulada *Transición de fase, superficies mínimas y fronteras libres*. El jueves, Pablo Ferrari (IME Sao Paulo-UBA) con *Procesos de Poisson, sistemas de filas y procesos de transporte* en la conferencia “Santaló”, e Ignacio Zalduendo (Universidad Torcuato Di Tella-IAM) con su conferencia *Una mirada sobre la holomorfía infinito-dimensional*. María Josefina Drue-tta (Universidad Nacional de Córdoba) con *Propiedades geométricas de una clase de espacios homogéneos* y Arturo Pianzola (U. Alberta, Canadá -IAM) con *El lenguaje de las formas (Un viaje desde la cinta de Möbius, a través de las álgebras de Kac-Moody afines y las álgebras superconformes, hasta los dibujos de niños)* conformaron las conferencias del viernes. La conferencia “G. Domínguez” del cierre estuvo a cargo de Guillermo Cortiñas (UBA) con *Diagonalización de matrices idempotentes*. En las conferencias de educación estuvieron Cristina Esteley (Universidad Nacional de Villa María) con *Desarrollo Profesional de Profesores de Matemática*, y Diana Giuliani (CEFIEC-UBA) con *La clase matemática como comunidad de producción*.

Se dictaron dos cursos para maestros, siete cursos para profesores y ocho cursos para estudiantes, que a continuación detallamos: *Para compartir*, por Estela Sonia Aliendro y Angélica Elvira Astorga (Universidad Nac. de Salta - Universidad Católica de Salta - Instituto Colegio de Jesús); *Perímetro y área: algo más que una cuestión de fórmulas*, por Mónica Agrasar (Ministerio de Educación de la Nación, Escuela Normal Sup. N° 1 Roque Sáenz Peña); *Las funciones en el mundo real*, por Eudosa Natividad Díaz de Hibbard, Lilianna Valdez, Graciela Andreani y Carlos Puga (Universidad Nacional de Salta); *Desigualdades algebraicas y geométricas: una mirada con el Geogebra*, por

Bibiana Iaffei y Liliana Nitti (Universidad Nacional del Litoral); *Estadística y geometría: una propuesta áulica conciliadora*, por Ana María Ruiz y Myriam Herrera (Universidad Nacional de San Juan); *La breve eternidad de las matemáticas*, por Juan Pablo Pinasco (Universidad de Buenos Aires); *Aproximaciones en 3D para una geometría dinámica*, por Ana María Mántica y Marcela Götte (Universidad Nacional del Litoral); *La aritmética como generadora de problemas*, por Juan Sabia (Universidad de Buenos Aires); *La resolución de problemas en la enseñanza media*, por Eduardo Laplagne (Universidad de Buenos Aires); *Introducción a problemas de optimización que tienen por incógnita el dominio*, por Claudio Padra (Centro Atómico Bariloche); *Algoritmo de Solovay-Strassen*, por Pablo Panzone (Universidad Nacional del Sur); *Operadores hipercíclicos y caos lineal*, por Daniel Carando (Universidad de Buenos Aires); *Cuasideterminantes*, por Carina Boyallian (Universidad Nacional de Córdoba); *Problemas analíticos para la ecuación de Boltzmann*, por Irene Martínez Gamba (University of Texas at Austin); *Teoría axiomática de conjuntos*, por Sergio Celani (Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires); *Introducción a la dinámica simbólica*, por Camilo Jadur (Universidad Nacional de Salta); *Topología combinatoria*, por Gabriel Minian (Universidad de Buenos Aires).

En esta edición del congreso se inauguró el Primer Festival de Matemática cuyos trabajos fueron realizados por el Departamento de Matemática de la FCEN de la UBA, el Área Matemática del Ciclo Básico Común de la UBA y la Olimpiada Matemática Argentina. El Festival contó con una muestra permanente de juegos, murales, imágenes y también con dos conferencias: *En busca del Índice Perfecto: la matemática detrás de los buscadores de Internet* por Gabriel Acosta (Universidad de Buenos Aires-CONICET), y *Einstein y la matemática* por Alicia Dickenstein (Universidad de Buenos Aires-CONICET).

El concurso de monografías para estudiantes se realizó en homenaje a Ricardo Noriega, quien fuera profesor de la Universidad de Buenos Aires. El tema elegido fue *Teorema de Stokes en variedades*, y el jurado estuvo compuesto por Cristina López, Jimmy Petean y Paulo Tirao. Los ganadores fueron Ramiro Lafuente y Joaquín Rodríguez de la Universidad Nacional de La Plata.

Los resúmenes de las comunicaciones científicas y de educación aceptadas para congreso se detallan en las páginas siguientes.

Comunicaciones REM 2009

Universidad Nacional de Mar del Plata

Autores: Götte, Marcela - Renzulli, Fernanda - Scaglia, Sara

Lugar: Santa Fe (FHUC- UNL).

e-mail: mgotte@fhuc.unl.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Profesorado

El contraejemplo en la producción de conjeturas de propiedades geométricas

Uno de los objetivos perseguidos en nuestra investigación es el diseño de propuestas que recreen en el aula, en la medida de lo posible, el tipo de actividades propias del quehacer matemático, en particular, el planteo de conjeturas y la validación de las mismas a partir de argumentos matemáticos.

En esta comunicación nos centramos en el análisis previo y en el estudio de las respuestas de los alumnos de una propuesta de actividades diseñada con el fin de generar la exploración, el planteo de conjeturas y la búsqueda de contraejemplos para el enunciado de las propiedades de las diagonales de los paralelogramos.

La propuesta se implementó en un curso de futuros profesores de Educación Especial en Sordos e Hipoacúsicos de un instituto de nivel terciario.

Las actividades han posibilitado la generación de conjeturas (adecuadas o no) y la búsqueda de contraejemplos. La riqueza de este tipo de trabajo en el aula de matemática amerita continuar explorando el diseño de propuestas similares.

Autores: Llodra Schat, Nicolás - Astiz, Mercedes - Vilanova, Silvia - Medina, Perla

Lugar: UN Mar del Plata

e-mail: nicollodra@yahoo.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario- Profesorado

Una nueva propuesta metodológica en el aprendizaje de Métodos Numéricos para alumnos de nivel universitario

El presente trabajo describe el plan de investigación "Análisis de los efectos de una nueva propuesta metodológica en el aprendizaje de Métodos Numéricos en alumnos de nivel universitario" por el cual el primer autor obtuvo una Beca de Investigación de Alumno Avanzado en la Universidad Nacional de Mar del Plata. Este plan está inserto en el Proyecto marco denominado "Representaciones de docentes y alumnos universitarios sobre el conocimiento científico, su enseñanza y su aprendizaje" (EXA 444/08) y será desarrollado entre abril 2009 y marzo 2010. Su principal objetivo es el diseño, implementación y evaluación de una nueva metodología para la enseñanza de "métodos numéricos", dirigida a alumnos universitarios de las carreras de Profesorado y Licenciatura en Matemática de la FCEyN de la UNMDP y tuvo su origen en las dificultades detectadas a lo largo del tiempo en el aprendizaje de la asignatura "Métodos Numéricos" perteneciente al segundo cuatrimestre del segundo año del plan de estudios de ambas carreras. Debido a los límites de tiempo (un año), se trabajará sólo sobre una de las unidades temáticas de la asignatura: métodos de resolución de ecuaciones no lineales; luego de evaluar los resultados obtenidos, esta nueva metodología podrá proyectarse a toda la asignatura.

La nueva propuesta incluirá la reformulación de los objetivos de los trabajos prácticos, la reorganización de los contenidos, la confección de un sistema de tareas con problemas de aplicación (articulación interdisciplinaria) que considere los niveles de asimilación de los alumnos, la incorporación de técnicas de trabajo grupal en el aula, la utilización de herramientas informáticas y el diseño de un nuevo sistema de evaluación. Se trabajará bajo la concepción de que para que el estudiante alcance el nivel más alto de asimilación, la enseñanza debe ser estructurada de manera que se puedan asimilar consecuentemente las operaciones precedentes a cada nivel. Con este fin, se utilizarán técnicas y recursos que favorezcan un aprendizaje constructivo y participativo, tendiente a la independencia cognoscitiva. Se incluirá el

uso de computadoras en el marco de una tendencia creciente en educación (Kaput, 1992), caracterizada por una clara inclinación hacia sistemas que involucran herramientas puestas a disposición de los estudiantes, que operan como facilitadoras para el aprendizaje en ambientes colaborativos e interactivos. La evaluación, considerada como un proceso de formación integral se orientará no sólo al conocimiento adquirido, sino también a los procesos psicológicos involucrados. De esta manera se atenderá a la significación del aprendizaje logrado, al desarrollo de las relaciones humanas, de las actitudes, comportamientos y valores, al interés, la motivación, la participación y la formación integral del alumno (Celman, 2001; Litwin, 2001).

Se realizará un estudio de tipo descriptivo, pues se realizará una intervención didáctica y se analizará su impacto en el rendimiento de los alumnos, con un diseño cuasi-experimental, ya que la asignación de alumnos a los grupos experimental y testigo no es posible efectuarla al azar.

Si bien se ha cumplido estrictamente con lo planeado en el cronograma, al momento de este envío han transcurrido sólo dos meses de trabajo, por lo que no pueden plasmarse aún resultados, pero al momento de la presentación en la REM 2009 estarán confeccionados y a disposición de los asistentes, el total de los instrumentos planteados para realizar la experiencia:

Guía de Trabajos Prácticos, la selección de los Asistentes Matemáticos, el Registro de Observación, el Cuestionario de Opinión para los Jueces evaluadores del trabajo práctico y el Cuestionario Opinión para los Alumnos sobre el material, la metodología de trabajo y las evaluaciones.

A partir de los resultados se espera, desde el punto de vista de la investigación en educación matemática, contribuir con la obtención de evidencia empírica sobre un tema poco estudiado hasta ahora como lo es el aprendizaje de los métodos numéricos; desde el punto de vista de la aplicación de los resultados de investigación, una vez finalizado el plan, se podrá contar con una nueva propuesta metodológica para el aprendizaje de Métodos de Resolución de Ecuaciones No Lineales que podrá trasladarse al resto de las unidades y permitirá superar algunas de las dificultades que se han descrito en los apartados anteriores.

Autores: Katz, Raúl - Sgreccia, Natalia

Lugar: Rosario

e-mail: rdkatz@fceia.unr.edu.ar, sgreccia@fceia.unr.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

Interrogantes que derivan del análisis de ciertos errores que se observan en las evaluaciones de la asignatura Probabilidad y Estadística

En la enseñanza de la Probabilidad y Estadística en carreras de Ingeniería se establece como uno de los objetivos esenciales iniciar a los alumnos en los conceptos, problemas, métodos y procedimientos básicos de estas disciplinas, a fin de lograr que comprendan cómo el azar puede cuantificarse a pesar de su intrínseca indeterminación y que, a partir de esa cuantificación, utilicen algunas herramientas estadísticas para la toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre sobre situaciones reales en las que se encuentra presente la variabilidad.

Sin embargo a la hora de la evaluación se observa que “los conocimientos” que se hacen explícitos parecen responder a aprendizajes no sustantivos y con un perfil memorístico y asociativo. Ante un estímulo, los alumnos recuerdan aquellos elementos de la memoria relacionados con ese estímulo, reproduciendo de forma análoga en contextos aparentemente similares al que generó dicho aprendizaje.

En el presente trabajo se muestran cuatro situaciones que fueron abordadas por los alumnos en diversas instancias del proceso de evaluación, correspondientes a diferentes momentos del cursado, que testimonian dificultades en el análisis y evaluación de resultados, falta de coherencia en la organización de sus pensamientos, ligados por lo general a una técnica o algoritmo, y escasa sensibilidad hacia los razonamientos lógicos.

En función a estos hallazgos se formulan ciertos interrogantes, en relación a las dificultades observadas, y se deslizan posibles alternativas para franquearlas.

Autores: Ruiz, Ana María - Rodríguez, María Ines - Mallea, Adriana

Lugar: San Juan - Río Cuarto

e-mail: anamaruiz5@hotmail.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Secundario- Universitario

Estudio comparativo sobre heurísticas utilizadas por estudiantes

Con la finalidad de analizar el uso de heurísticas que emplean los estudiantes, al responder cuestiones que les requieren juzgar la probabilidad de eventos y sus errores frecuentes, en este trabajo se presenta el diseño y utilización de un cuestionario, en distintos grupos de alumnos del nivel medio, diferenciados en edad y tipo de instrucción. Si bien existe un repertorio amplio para la clasificación de los tipos de errores y sesgos detectados en el razonamiento probabilístico, centraremos nuestro análisis en los que se derivan del empleo de las heurísticas de representatividad, de equiprobabilidad y de enfoque en el resultado aislado.

El objetivo es identificar en un grupo de alumnos que han recibido una “buena capacitación” en temas de probabilidad qué tipo de errores persisten después de ésta. Compararlos con grupos de la misma edad pero sin instrucción previa, permitirá analizar qué tipos de sesgos permanecen y cuáles desaparecen con la instrucción recibida. Se comparan también dos grupos de alumnos de distintas edades y ambos sin instrucción previa, con el fin de analizar cómo resuelven situaciones aleatorias y ver qué tipos de errores son persistentes con la edad.

En este trabajo analizamos las diferencias observadas respecto a los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas. Con la finalidad de medir cuán significativas son las diferencias observadas de estos porcentajes en los grupos experimentales se calcula para cada ítem los cocientes de chance (Odds ratio). Esta es una medida de asociación entre dos variables categóricas medidas en una escala nominal (Fleiss, 1981-1994). Como resultado general, no se obtuvieron diferencias significativas entre los grupos de edades diferentes y aunque la instrucción formal reduce la proporción de estudiantes que sostienen conceptos erróneos, un número sustancial de los mismos con entrenamiento formal, continúa teniéndolos.

Considerando que son escasos estudios de este tipo en nuestro país, pensamos que este análisis contribuirá a generar nuevas líneas de acción, que permitan trabajar en pos de producir una alternativa de instrucción formal, tendiente a corregir sesgos en el pensamiento probabilístico, en estos niveles de enseñanza.

Autores: Casetta, Inés - González, Víctor - Rodríguez, Mabel

Lugar: UN General Sarmiento. I Desarrollo Humano.

e-mail: inescasetta@yahoo.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Ingreso Universitario

Selección de técnicas para el diseño de entrevistas a través de las cuales profundizar en el conocimiento sobre heurísticas de estudiantes preuniversitarios

Distintos enfoques de la Didáctica de la Matemática permiten dar explicaciones a cuestiones que aparecen en las situaciones de enseñanza y de aprendizaje. Las cualidades del estudio reportado aquí se encuadran dentro de las cuestiones y nociones teóricas que provienen de la Escuela Anglosajona. Ésta pondera, desde sus lineamientos, concepciones que permiten describir los procesos cognitivos que pone de manifiesto el estudiante al momento de resolver una situación que resulte ser un problema para él, tales como el uso de heurísticas y aspectos metacognitivos implícitos y/o explícitos. El presente trabajo forma parte de una investigación en el que se han planteado varios objetivos referidos al estudio de heurísticas, uno de los cuales se refiere a identificar heurísticas que los estudiantes pre-universitarios de la Universidad Nacional de General Sarmiento ponen en juego al momento de resolver problemas. Es importante destacar que para detectar heurísticas consideramos que si el sujeto eleva al plano conciente los procesos de pensamiento que movilizó durante la resolución de un problema (aún cuando no hubiera resuelto correctamente la actividad) y fuera capaz de comunicarlos, o nosotros pudiéramos advertirlos, tendríamos más herramientas para identificar las heurísticas que utiliza.

Por esta razón, nos interesa generar condiciones para que el sujeto haga conciente sus procesos de pensamiento y nos los comunique o tengamos la posibilidad de advertirlos. Para ello, necesitamos conocer técnicas para recabar información de los procesos de pensamiento puestos en juego a la hora de resolver problemas. Basándonos en que la condición de "ser problema" y por lo tanto "las estrategias utilizadas" son relativas a cada sujeto cuestión bien conocida en este enfoque teórico-, hemos determinado que estaremos adaptando, para cada sujeto, la elección de una o varias técnicas (para realizar la entrevista) que nos permita conocer las heurísticas que éste utiliza. Por esta razón, debemos tener criterios que nos permitan identificar a priori cuál/es técnica/s de diseño de entrevistas es/son más apropiada/s (en el

sentido que nos posibilita acercarnos a conocer las heurísticas que pone en juego) para ser aplicada/s en cada uno de los estudiantes.

Presentamos la forma de seleccionar una muestra intencional conformada por aquellos estudiantes que serán entrevistados y un procedimiento que nos permita seleccionar a priori, para cada sujeto, el tipo de técnica/s con las que se diseñará una entrevista que resulte apropiada para recabar información sobre las heurísticas espontáneas que el sujeto dispone al momento de resolver problemas. Además se presentan dos ejemplos del uso del procedimiento para la selección de la técnica y se complementa con los diseños de las entrevistas. Por último, se incluye una breve referencia a cuestiones que surgieron del análisis de los resultados obtenidos a partir de la entrevista realizada a uno de los estudiantes.

Autores: Barrozo, Ma. Emilce - Pérez, Nélide H. - Benegas, Julio

Lugar: San Luis

e-mail: mebarroz@unsl.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Ingreso Universitario

Efectividad de un curso de ingreso universitario en matemática

En este trabajo se evalúa la efectividad de un curso de ingreso universitario en matemáticas, tomado por ingresantes a carreras de ciencia e ingeniería de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas y Naturales de la Universidad Nacional de San Luis, Argentina. Se postula que el conocimiento matemático al inicio de dicho Curso y la capacidad de razonamiento científico condicionan este aprendizaje. Para la determinación de dichos factores se utilizaron dos diagnósticos de respuestas múltiples: el Test de Conocimientos de Matemáticas, diseñado localmente para medir algunos conocimientos y aptitudes básicas en matemáticas (cuya validación se describe en este trabajo) y el Test de Aula de Razonamiento Científico de Lawson (LAWSON, 1995). Los resultados obtenidos indican que los alumnos ingresantes a las carreras científicotecnológicas de la UNSL no tienen un conocimiento operativo de temas básicos del currículo de matemáticas de la escuela secundaria, confirmando, a nivel local, las enormes falencias en el aprendizaje significativo de la matemática detectados tanto en el relevamiento PISA 2003 (OECD 2003) como en los Operativos Nacionales Educativos. Se encuentra además que tienen un muy bajo nivel de desarrollo de sus habilidades de razonamiento científico. El rendimiento en el examen de ingreso al final del Curso de Apoyo Universitario

fue bajo (42,3 %). Esto muestra el fuerte condicionamiento de los resultados post instrucción con el conocimiento inicial y las habilidades de razonamiento, y que un curso de ingreso de este tipo es inadecuado para remediar las falencias de esta muestra estudiantil. En base a estos resultados se proponen estrategias remediales para afrontar el problema del ingreso universitario de esta región.

Autor: Ferrero, María Martha
Lugar: UN Comahue-CR Bariloche
e-mail: mferrero@crub.uncoma.edu.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Secundario

Articulación de representaciones en Álgebra

Este trabajo consta de dos partes: en la primera se presentan algunos aspectos del marco teórico del Álgebra Temprana, en particular sobre artículos de Brizuela, Carraher, Kaput, Schliemann & otros, y en la segunda (de investigación) se presenta la descripción y análisis, en base a este marco teórico, de una implementación en clase en un 5o año de una escuela media de Bariloche (Argentina) y de dos entrevistas clínicas posteriores a la clase. El objetivo del trabajo es dar cuenta de distintas representaciones externas utilizadas por los estudiantes en la resolución de una actividad de álgebra. Estamos interesados en prestar especial atención a la articulación que un mismo estudiante hace entre distintas representaciones de una situación, bajo la hipótesis de que una multiplicidad de representaciones ayuda a construir un mejor entendimiento de los conceptos involucrados (Brizuela, 2005; Goldin, 1998).

Autores: Aznar, María Andrea - Distéfano, María Laura - Massa, Stella Maris - Figueroa, Stella Maris - Moler, Emilce

Lugar: UN Mar del Plata

e-mail: maznar@mdp.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Transformación de representaciones de Números Complejos del registro gráfico al algebraico: un análisis desde la Teoría de Registros Semióticos

Este trabajo surge de una investigación realizada con alumnos que cursan la asignatura Álgebra A de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata. En el mismo se presenta un análisis referido a las dificultades que enfrentan los estudiantes al expresar algebraicamente las condiciones que caracterizan a un conjunto de números complejos representado gráficamente. Esta transformación que, de acuerdo con la Teoría de Registros Semióticos de R. Duval (2004, 2006a) se denomina conversión, implica una coordinación entre representaciones semióticas producidas en distintos registros semióticos, en este caso el registro gráfico y el registro algebraico. Este tipo de transformación es reconocida por esta Teoría como una actividad cognitiva inherente a la conceptualización de los objetos matemáticos, debido a que permite desarrollar los procesos subyacentes a toda actividad matemática (Duval, 1998, 2004). Aquellas conversiones que resultan ser no son triviales, por no estar los elementos involucrados en correspondencia uno a uno, se dicen no congruentes. Este tipo de conversiones no son espontáneas para los alumnos, y la imposibilidad de efectuarlas genera obstáculos en el aprendizaje que van más allá de la dificultad conceptual que pueda presentar el objeto de estudio (D'Amore, 2005). Particularmente, las conversiones que parten del registro gráfico y tienen como registro de llegada el algebraico, resultan, en general, no congruentes.

Para estudiar estas dificultades se administró un instrumento con ítems con representaciones gráficas de conjuntos de números complejos caracterizados por los valores de su módulo, su parte real o su argumento, para que los alumnos lo identificaran y expresaran algebraicamente, en forma de ecuación o inecuación. Los resultados obtenidos muestran que el rasgo gráfico que presenta para los alumnos mayor dificultad para su identificación y conversión es el correspondiente al argumento. Además el porcentaje de éxito en las conversiones disminuye sensiblemente cuando el rasgo característico del conjunto toma un rango de valores acotados, respecto de los ítems en que

dicho rasgo toma un único valor. Los errores observados con mayor frecuencia están asociados, entre otros, a la incorrecta lectura en el registro gráfico, a la falta de conceptualización y al escaso manejo de las reglas de producción de representaciones en el registro algebraico.

Del análisis de los datos derivados de esta experiencia se concluye que la habilidad de efectuar conversiones del registro gráfico al registro algebraico, en el tema estudiado, no está internalizada en los alumnos, a pesar de que, en el cursado de la asignatura se había trabajado arduamente con conversiones en el sentido contrario. Esto conduce a reflexionar sobre la necesidad de abordar sistemáticamente el trabajo con conversiones en ambos sentidos, puesto que permitiría una mejor coordinación entre los registros semióticos involucrados, favoreciendo la conceptualización del objeto matemático en estudio.

Autores: Costes, Cristina - Ferraris, Alba

Lugar: UN Comahue

e-mail: lponchia@uncoma.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Secundario

Opinión de alumnos de profesorado de matemática e ingeniería relacionada con la enseñanza de la geometría

Considerando que la Geometría es una rama de la matemática de particular importancia, pues es posible encontrar la necesidad de aplicaciones de sus conceptos elementales en todos los aspectos de la vida diaria de las personas y debido a que como docentes del Departamento de Matemática, a cargo de asignaturas de los primeros años de las carreras que se dictan en nuestra Universidad, se ha observado que la falta de conocimientos de algunos temas elementales de Geometría afectan en forma negativa el desarrollo de nuestros cursos, es que surgió la idea de trabajar en un Proyecto de Investigación denominado *Enseñanza de la Geometría: Qué dar, qué no dar, qué mejorar*.

Son objetivos del mismo investigar algunos problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de esta rama de la Matemática, en el Nivel Medio. Cumpliendo con algunos de los objetivos de este Proyecto, se realizaron *entrevistas y cuestionarios* a Profesores de nivel medio de nuestra jurisdicción. Los mismos tuvieron como objetivo obtener datos relevantes sobre los temas

que se enseñan, la metodología aplicada y las dificultades que enfrentan los profesores y alumnos en la construcción y utilización de conceptos geométricos. No menos importante es el análisis de los contenidos de Geometría en los planes de estudio y programas de las distintas escuelas de Nivel Medio.

Además a través de ellos se indagó sobre la importancia o interés que los docentes adjudican a ciertos conocimientos de Geometría; como así también a los recursos tecnológicos que manejan o con los que cuentan. Cabe destacar que se trató de un análisis exploratorio que permitió una descripción general, sobre el trabajo concreto del profesor con los alumnos y la selección de contenidos curriculares que el mismo hace en directa relación con su formación y conocimientos de Geometría. (Los resultados de estas entrevistas fueron presentados en otros Congresos).

Asimismo y también atento a los objetivos del Proyecto se realizaron cuestionarios a *alumnos de las carreras de Profesorado de Matemática e Ingeniería* de nuestra universidad con el fin de identificar obstáculos (epistemológicos, didácticos y/o cognitivos) que encuentran los mismos al enfrentar temas de Geometría. En esta presentación se expondrán particularmente los resultados obtenidos de estos cuestionarios a alumnos.

Autores: Loiacono, Stella - Marquez, Victorina

Lugar: FCFN-UN San Juan

e-mail: vmarquez3@hotmail.com

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario

El Número de Oro y la Armonía en la Educación Secundaria

Los docentes de matemática sabemos que esta asignatura, en general no es de interés de nuestros alumnos del nivel medio. Al enseñar los distintos temas del programa, las preguntas habituales son: ¿para que nos sirve esto?, ¿en que se aplica?... entre otras. Las matemáticas son parte fundamental de nuestra sociedad y de nuestra vida diaria, ellas han estado presente en la historia de la humanidad y en otras ciencias. En el nivel medio se enseña matemática pretendiendo que el alumno domine las operaciones abstractas, poco se hace por enseñar matemática aplicada a la vida cotidiana. Es importante que los alumnos no vean la matemática como una ciencia independiente de la realidad que nos rodea. Este trabajo se basa en las aplicaciones que tienen el número de oro y la divina proporción en las artes, la naturaleza, la música,

el cuerpo humano. El objetivo es despertar el interés de nuestros alumnos, relacionar los conceptos de proporción números irracionales, geometría con otras ciencias, aportar a su formación cultural y estimular la investigación. En una cultura en la que el hombre ha perdido contacto con la naturaleza, con sus semejantes y con sus orígenes, otro objetivo es re emparentar al hombre, en nuestro caso al estudiante secundario, con la naturaleza de la que forma parte, de este modo las proporciones de la misma nos pueden ayudar a descubrir las proporciones adecuadas en nuestras formas sociales.

Autores: Calandra, María Valeria - Vericat, Fernando - Argeri, Jorge Gastón

Lugar: Gamefi - FI - UNLP

e-mail: mava@mate.unlp.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

El Método Bootstrap Paramétrico Aplicado al Estudio de la Evolución de los Alumnos Universitarios

En el presente trabajo se propone considerar el problema de estimar el punto de cambio en relación con diversos problemas relacionados con el control de calidad, en particular el control de la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje, mediante una herramienta basada en el método Bootstrap paramétrico, aplicado a un test de hipótesis para determinar los posibles cambios asociados al proceso en cuestión. Se considera esta herramienta estadística para su inclusión en las temáticas que usualmente se dictan en cursos de grado de nivel universitario. Presentamos esta metodología Bootstrap paramétrica como una novedosa manera alternativa en la enseñanza de Test de hipótesis. La misma es capaz de encontrar cambios más sutiles no detectados por las técnicas de control habituales. Permite caracterizar de forma más precisa los cambios, y es más flexible y simple de aplicar debido las posibilidades actuales de los alumnos respecto de su acceso a elementos informáticos de alta capacidad de cálculo. Para ejemplificar la aplicación de esta metodología, se propone el estudio de la evolución de los resultados de las evaluaciones de los alumnos de la asignatura Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, a partir del año 2001 hasta el año 2007. Se comparan los resultados obtenidos mediante esta metodología con los encontrados, previamente, utilizando otra herramienta para estimar puntos de cambio en un proceso de calidad.

Autores: Salerno, M. - Giandini, V. - Maldonado, A.

Lugar: Buenos Aires

e-mail: angelamaldonado2008@gmail.com

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

Una propuesta de intervención docente en el trabajo grupal de la primera jornada de clase

Desde el año 2003 la Facultad de Ingeniería de la UNLP implementó un cambio del plan de estudios en el que el contenido de las materias de Matemática Básica, comunes a todas las ramas de la Ingeniería, se organizó en un trayecto único, unificando los distintos contenidos de acuerdo a los significados conceptuales comunes. Al mismo tiempo que la reorganización de contenidos, se propuso como cuestión central, la implementación de un cambio metodológico en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el que el docente no sólo informa sino que guía y se privilegia el trabajo en grupos por parte de los alumnos.

Como docentes de materias de Matemática de los primeros años y de la Cátedra de Ingreso, podemos decir que, en general, los alumnos que recibimos, no tienen experiencia en el trabajo en grupos, y en caso de tenerla, en su mayoría sólo han trabajado en grupos en los que cada integrante realizó una parte del trabajo y luego uno de ellos se abocó a la construcción de “un todo de partes yuxtapuestas” que no permitió a sus integrantes el mutuo enriquecimiento de aprendizajes ni una valoración positiva de tal trabajo.

Sabemos entonces, que lograr esta valoración positiva requerirá de la intervención docente. Por ello, el propósito del presente trabajo es compartir, con otros docentes, una reflexión profunda acerca de nuestro trabajo en el aula y, proponer, en la clase inicial de nuestros cursos, la incorporación de dos actividades grupales intencionales, planificadas, estructuradas y orientadas por el equipo docente, utilizando algunas técnicas de aprendizaje colaborativo.

El objetivo de esta incorporación es instalar desde este encuentro inicial la vivencia de una clase en el que la comunicación alumno-alumno, alumno-profesor, alumno-grupo no sólo es posible, sino que es enriquecedora y propicia un aprendizaje significativo. La primera de estas actividades tiene la intención de suavizar la tensión e incomodidad de la primera clase y crear una expectativa de interacción, con miras a establecer una colaboración significativa y continua.

La segunda tiene la intención de comenzar a trabajar los contenidos del curso, y al mismo tiempo estructurar el grupo, asignando roles específicos a sus integrantes. Describiremos detalladamente estas actividades y todas las instancias de esta primera jornada de trabajo.

Autores: Améndola, M. J. - Vergara, M. E.

Lugar: UN Comahue

e-mail: eli@telered.com.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Profesorado

Una experiencia de modelización en la formación superior

El presente trabajo describe una de las actividades de la experiencia que desde el año 2007 en el Instituto José C. Paz en la cátedra de Matemática y su Enseñanza II y desde el presente año en el Instituto Superior de Formación Docente Dr. Ricardo Rojas en la cátedra de Matemática y su Enseñanza III, hemos desarrollado con los alumnos del profesorado de matemática para ESB 3 y polimodal y los alumnos de la carrera de formación docente para ESB 1 y 2 respectivamente; tendiente a mejorar la transferencia de las propuestas de enseñanza desarrolladas por los futuros docentes a partir de vivenciar en la etapa de formación el trabajo de modelización en el área. La intención del trabajo, fue pensar la modelización como una forma global de mirar la matemática que se realiza en la escuela y reflexionar sobre la importancia de presentar desde la instancia de formación, estrategias que involucren la modelización como una característica esencial del “hacer matemática”.

En él, se describe una actividad matemática desarrollada en una de las aulas donde se llevó adelante el proyecto teniendo presente el marco teórico desde el cual se realizó y se hace referencia a un conjunto de actividades diseñadas y resueltas por los alumnos a partir de lo realizado en clase como parte de la misma construcción. Nos preguntamos acerca de ¿Cuáles son los aportes que proporciona concebir el quehacer matemático del aula como un proceso de modelización?

Se realizaron acciones como:

- Analizar una actividad de modelización matemática, identificando . los diferentes momentos de la modelización.
- Reflexionar sobre la importancia de trabajar mediante estrategias que

involucren la modelización como una característica esencial del “hacer matemática”.

- Analizar modelizaciones en el contexto del aula.
- Elaborar propuestas didácticas en las cuales sus futuros alumnos puedan modelizar situaciones problemáticas experimentales.

Del desarrollo de las actividades y de la observación del trabajo de los alumnos en aula estamos en condiciones de afirmar que:

- El trabajo en proyectos globales hace que el alumno tenga un visión más abierto de las matemáticas relacionadas con otras asignaturas y sea capaz de pensar para su práctica otras propuestas de acciones en el aula.
- La modelización matemática despierta el interés del alumno y lo hace reaccionar ante posibles dificultades.
- La modelización de situaciones extra-matemáticas proporciona al futuro docente una visión más integradora de los distintos ámbitos en que puede integrar su tarea.

Por lo tanto sostenemos que el cambio de concepción sobre la tarea ha hecho posible que los alumnos aprendan mejor, si bien la tarea lleva tiempo, las competencias adquiridas seguramente modificarán la forma de gestionar las clases que dictarán como futuros docentes.

Autores: Lentini, Marta Lucía - Martínez, Irma Zulema - Crespo, Sergio Hernán - Lentini, María Cristina

Lugar: Salta - Argentina

e-mail: lentinim@unsa.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

Las consignas, ¿orientan y organizan la actividad aulaica?

Como docentes universitarios, nos cuestionamos si en el quehacer habitual somos coherentes en nuestra modalidad académica con una práctica reflexiva como anhelamos; si son los saberes, creencias y supuestos los que orientan

el desempeño docente; si se construyen nuevas formas de comunicación, teorización y reflexión para estimular cambios y desarrollo; si se debe enseñar a pensar o contenidos; si los tiempos en las actividades propias y las de los alumnos son las necesarias; si se evalúa para formar o para rendir cuentas, todo esto, con el objetivo de optimizar nuestras prácticas.

Así notamos que el diario trabajo, en las aulas universitarias, supone la posibilidad de promover también aprendizajes estratégicos en los estudiantes y en este sentido, existe una variedad de investigaciones que se vienen desarrollando sobre las prácticas docentes y en particular, lo que se refiere a la enunciación de las consignas por parte del docente, e interpretación de las mismas por el alumno, dado que en su formulación, se tiene como objetivo la promoción de actividades reflexivas tendientes a que el aprendizaje sea significativo o solo una acción repetitiva no favorable para la apropiación de habilidades y saberes, y de acuerdo a los especialistas en áreas de aprendizaje, que abordan las consignas, acuerdan que éstas, tienen como función: orientar y organizar la actividad de los estudiantes.

En esta presentación, exhibimos el análisis realizado sobre una consigna formulada por el docente, su intencionalidad, interpretación de la misma por los alumnos de una clase de un curso de Matemática de Primer Año de una carrera de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNSa. y esbozamos algunas conclusiones.

Autor: Jojot, Blanca Noemí
Lugar: UN Salta
e-mail: bjojot@yahoo.com.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Secundario - Universitario

Funciones: aplicación de la enseñanza para la comprensión como medio para lograr un aprendizaje significativo

Como Docentes del Departamento de Matemática en las asignaturas de primer año de las carreras de de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta, nos enfrentamos con distintas problemáticas que nos preocupan, como es, la falta de competencias básicas necesarias en el ingreso a universidad. Como respuesta a esta problemática y con el objetivo de atender la permanencia en los estudios universitarios del alumno ingresante y promover el mejoramiento de la calidad de la educación, desde nuestra

alta casa de estudios se ha instrumentado el Programa de articulación e ingreso a la Universidad Nacional de Salta, que incluye las siguientes acciones, Articulación Educación Media-Universidad La Universidad va a la escuela, Ciclo Pre-universitario "Ciclo de Introducción a los estudios universitarios" y Acción Tutorial Universitaria.

Aunque dichas acciones estimulan nuestra práctica docente, advertimos que un gran número de estudiantes no pueden avanzar más allá de sus acciones memorísticas y rutinarias, lo que evidencia la falta de comprensión. Como ejemplo podemos mencionar, entre otros, la interpretación incorrecta de las consignas y la dificultad de generalizar o transferir lo que han aprendido en otros contextos.

Este trabajo pretende orientar al docente sobre los conceptos fundamentales de la Enseñanza para la Comprensión, a fin de generar nuevas estrategias didácticas que le permitan visualizar nuevas formas de transmitir los conocimientos en el área de matemática, estableciendo esquemas básicos sobre los cuales los alumnos exploren, observen y reconstruyan los conocimientos y los puedan transferir a otros contextos y situaciones distintas a los que han originado su aprendizaje.

Autores: Rosales, Juan Carlos - Arcienaga, Sergio - Formeliano, Blanca - Aris, Gilda

Lugar: UN Salta y Unidad Técnica Provincial del Ministerio de Educación de Salta

e-mail: jcrsalta@yahoo.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Profesorado

Alfabetización científica utilizando elementos de modelización

La Modelización provee una manera cuantitativa o cualitativa para entender el comportamiento de sistemas y fenómenos complejos. Podría decirse que la Simulación resulta un complemento a la aproximación de la teoría y del experimento. Conjuntamente ellas pueden ayudar en un amplio rango de situaciones problemáticas y explotar el gran poder de los cálculos por computador. El nivel de tales actividades en el sistema educativo lentamente se va desplazando desde el nivel de posgraduados a graduados. Pero ¿cuál es la situación en el nivel en el polimodal?

Específicamente planteamos este interrogante a nivel provincial. En este nivel la viabilidad de aplicar los conceptos de arreglos matriciales y represen-

taciones gráficas del tipo lineal y no lineal abren más el abanico de posibilidades, para las aplicaciones de estos ejes en biología o en particular en ecología modelizando situaciones con herramientas matemáticas. También se puede experimentar con los conceptos de transformaciones lineales elementales y sus valores característicos que permitirían estimar valores de equilibrios de poblaciones.

Con el proyecto, B.A.M.E.C.S. Bases para la Actualización en Modelización Ecológica y Caos, de la Unidad Técnica Provincial del Ministerio de Educación de la Provincia de Salta, coordinamos y diseñamos actividades de capacitación para profesores de nivel polimodal. Uno de los objetivos del proyecto es iniciar actividades de alfabetización científica con elementos de modelización. Para estas primeras experiencias seleccionamos modelos de epidemias, de competición ente especies, depredador presa, etc., para despertar el interés por modelizar problemáticas regionales, como el dengue, leishmaniasis, fiebre amarilla, mal de chagas, extinción de especies etc. Estas actividades de extensión fortalecerán naturalmente un aspecto de la articulación del Área Matemática entre los niveles Polimodal y Universitario, porque por un lado tenemos interactuando un proyecto de investigación que involucra a una asignatura de primer año universitario, Matemática 1 y por otro, la Unidad Técnica Provincial comprometida en brindar a sus profesores, bases para iniciar una etapa de Alfabetización Científica.

En el presente trabajo presentamos algunas actividades desarrolladas para tal fin.

Autor: Korin, Cintia
Lugar: Buenos Aires
e-mail: ckorin@uade.edu.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Universitario

La comprensión de los test de hipótesis estadísticos. Un estudio con alumnos universitarios

Las diversas herramientas metodológicas que proporciona la Ciencia Estadísticas resultan de amplia utilización debido a sus variadas aplicaciones para diversos campos y/o disciplinas, en lo concerniente a la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre. Es por ello que resulta imprescindible la correcta utilización e interpretación de las evidencias que las mismas arrojan.

Desde nuestra función como docentes universitarios, encargados de la enseñanza de esta Ciencia en potencial crecimiento, nos preguntamos habitualmente: “¿El estudiante habrá comprendido los temas expuestos?, ¿Podrá implementar correctamente en la realidad los conceptos si logró adquirirlos?”.

Estas son algunas de las cuestiones que se plantean muchos colegas al enfrentar su tarea diaria y están vinculadas con el deseo de que el alumno mejore sus conocimientos adquiridos socialmente, que pueda transformarlos en conocimientos científicos y que le sean de utilidad en su vida profesional. La manera de constatar dichas cuestiones informalmente, es a través de las percepciones en el salón de clase y, formalmente, por medio de evaluaciones.

Esta investigación pretendió dar cuenta de cuál es la comprensión que poseen los alumnos en uno de los conceptos o herramientas más utilizadas en las diversas disciplinas, esto es, el Contraste Estadístico de Hipótesis, buscando pruebas a favor o en contra de las creencias que pudieran tenerse como docentes en el contacto diario con el alumno. Diversas investigaciones realizadas en distintos países ponen de manifiesto que la comprensión de los Contrastes Estadísticos de Hipótesis constituye un tema complejo para los estudiantes universitarios.

En este trabajo se describen cuáles son los niveles de comprensión que poseen los estudiantes argentinos en conceptos claves de este tema, tomando como base de comparación el estudio realizado por Jiménez Vallecillos (1994) en la Universidad de Granada, que mostraba las dificultades que presentaban los estudiantes españoles.

Para la realización de la investigación que aquí se expone, se realizaron encuestas a un grupo de estudiantes universitarios -pertenecientes a variadas carreras de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Económicas de una Universidad privada de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires entre octubre de 2007 y febrero de 2008. Los estudiantes se encontraban cursando Estadística Aplicada y Estadística II, materias en las cuales se enseñan los tests de hipótesis. Los cursos donde se realizó el relevamiento de la información fueron expuestos a la misma estrategia metodológica de enseñanza, con el fin de mantener constante una de las variables más influyentes, esto es la enseñanza.

Para la recolección de datos se utilizaron encuestas semiestructuradas con ítems verdaderos y falsos a justificar, algunos de estos ítems fueron tomados de la investigación española y los restantes desarrollados por la investigadora. Los hallazgos generales muestran las dificultades que los estudiantes tienen respecto de la comprensión de la lógica global del proceso, los errores vinculados a los Contrastes Estadísticos de Hipótesis y la relación entre ellos, el concepto de nivel de significación y la diferenciación entre parámetros y estimadores.

También se han encontrado diferencias significativas en las respuestas respecto de la edad y la carrera de los estudiantes que han sido encuestados. Por un lado los alumnos de mayor edad poseen menos dificultades con los conceptos, como así también los que pertenecen a carreras del área de Ingeniería.

En primer lugar, el trabajo sistematiza y analiza los resultados. En segundo término, se presenta una tipología de los errores más frecuentes detectados en esta investigación. A modo de conclusión, se plantean algunas reflexiones y una propuesta de enseñanza que está siendo llevada a la práctica durante el año 2009 en la misma institución donde se realizara el estudio, con el objeto de promover el desarrollo de mayores niveles de comprensión en los estudiantes. Esta propuesta relaciona los conceptos estadísticos con el campo directo de trabajo de los estudiantes generando de este modo una motivación adicional, por la vinculación de los contenidos con la realidad laboral de los alumnos.

El objetivo consiste en lograr una mayor internalización de los conceptos aprendidos a través de la puesta en práctica de las técnicas estadísticas partiendo, desde el planteo del problema, la obtención de los datos, el análisis de los mismos y concluyendo con las posibles propuestas para la mejora de las problemáticas detectadas.

Autores: Juarez, Gustavo Adolfo - Navarro Santa Ana, Luis - Navarro, Silvia Inés

Lugar: FCEN - F Humanidades - UNCa
e-mail: juarezgustavoadolfo@yahoo.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Análisis Etnomatemático de Pesas y Medidas en la Catamarca Colonial (1683-1828)

Usufructuando el espacio de ilustración, diálogo y debate que nos ofrece éste espacio de encuentro científico, presentamos el resultado de un trabajo de investigación interdisciplinario contextualizado en los estudios etnomatemáticos.

Rescatando la esencia de las definiciones de matemática, de cultura y etno, tomamos como premisa para conceptualizar nuestra óptica y sustento científico, al “conjunto de conocimientos matemáticos de una comunidad,

relacionados con su cosmovisión e historia, disponiendo de un nexo entre la matemática y sus prácticas”.

El objetivo fundamental de este trabajo es demostrar como los habitantes de la Catamarca Colonial (1683-1828), matematizaron su existencia; es decir, la manera como efectivizaron sus cuentas, como midieron, relacionaron y clasificaron, e incluso como infirieron en su cotidiano accionar en un contexto circundante y circunstancial. Aplicando el método histórico inquisitivo-crítico y el analógico axiomático, estudiaremos las unidades o sistemas de medidas utilizados local y/o regionalmente de las magnitudes capacidad, peso y volumen, en el marco tempo-espacial determinado y las equivalencias correspondientes a los tiempos presentes.

Las fuentes primarias que sustentan el corpus de la investigación, desde la perspectiva histórica, serán las Actas Capitulares, los Protocolos de Escribanos y los Libros de Autógrafos, Leyes y Decretos. Se utilizará también como soporte una bibliografía específica sobre la temática específica desde la Historia de las Matemáticas y la Etnomatemática.

Autores: Romero, Silvia Vanessa - Juarez, Gustavo Adolfo - Navarro, Silvia Inés

Lugar: FCEN - UNCa

e-mail: juarezgustavoadolfo@yahoo.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Profesorado

Una experiencia en Etnomatemática: Geometría del Poncho Catamarqueño

A partir del desarrollo de los contenidos de la Asignatura Modelos Matemáticos del Profesorado en Matemáticas, surge como actividad de investigación la realización del modelaje matemático de problemáticas regionales que permitan preparar al futuro Docente en el arte de la Enseñanza de la Matemática Aplicada en su hábitat natural. Por ello, reconociendo a la Etnomatemática como la Matemática del ambiente, se procura su inserción dentro de la formación del futuro Docente como herramienta para trabajar en el aula.

El elemento considerado en esta oportunidad para el estudio, es tal vez el más representativo de la región, tanto desde el aspecto cultural como geográfico, social y económico, fortaleciendo su aporte etnográfico para nuestro desarrollo de un Modelo Matemático.

Para la creación del Modelo Geométrico del Poncho Catamarqueño se realizó una investigación con los propios artesanos en su lugar de trabajo, mas allá del bibliográfico habitual, continuando con los conocimientos aportados por otros Modelos regionales desarrollados desde la Etnomatemática en países de Latinoamérica. Como resultado se observó la evolución de una cultura que perdura a través de los años mediante las costumbres ancestrales manifestadas en el diseño del Poncho, resultado de numerosas etapas que se inician en la cría del ganado, el cuidado del pelaje, la obtención de la lana, su teñido, la confección propiamente del Poncho y su posterior comercialización.

Es sobre el diseño, en lo que se hizo hincapié en el presente trabajo, investigándose diseño y medidas tanto generales como de cada elemento que compone el Poncho, a fin de observar los conocimientos geométricos de escalas y proporciones que pudieran utilizarse en la confección, apoyados en estudios realizados en la antigüedad en las proporciones del cuerpo humano por el arquitecto Vitrubio (Marcus Vitruvius Pollio), y que fueran recuperados posteriormente por Leonardo Da Vinci.

Autores: Colombano, Vilma - Rodríguez, Mabel

Lugar: UN General Sarmiento. I Desarrollo Humano.

e-mail: vcolomba@ungs.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Propuesta para superar algunos modelos intuitivos no apropiados de límite funcional

El estudiante que inicia el estudio de la noción de límite funcional se encuentra rodeado de cuestiones que obstaculizan su aprendizaje. La complejidad propia del concepto, sumada a las apreciaciones que el alumno posee de la palabra límite y al proceso de enseñanza, hacen que en la mente del estudiante existan complejas amalgamas de ideas informales, denominadas modelos intuitivos. No todos ellos son matemáticamente correctos, sin embargo es notable que los que no lo son, tienen un campo de validez en el cual el estudiante que opera con él, tiene éxito.

El objetivo de nuestro trabajo consiste en diseñar y fundamentar actividades para estudiantes de profesorado de Matemática que les permitan evidenciar contradicciones al utilizar los modelos intuitivos que no son matemáticamente correctos. Esto favorece una mayor comprensión de la noción

y permite anticipar la necesidad progresiva de entender la definición del concepto.

Autores: Albarenque, Romina - Astiz, Mercedes - Medina, Perla

Lugar: UN Mar del Plata

e-mail: ralbaren@mdp.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario - Profesorado

B-learning en la enseñanza-aprendizaje de Sucesiones y Series Numéricas

El presente trabajo describe una propuesta de actividades que incluye instancias de autoevaluación, desarrolladas en un entorno virtual online, sobre el tema sucesiones y series numéricas, y los primeros resultados obtenidos de su aplicación. La misma se ha puesto a disposición de los estudiantes, de la asignatura Cálculo I de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Mar del Plata, al comienzo del primer cuatrimestre de este año lectivo, como complemento de las clases convencionales.

Con el objetivo de acercar a los alumnos una herramienta para generar un concepto imagen sobre los temas mencionados más cercano al concepto definición (como se define en Vinner, 1991), es que se viene trabajando desde hace tiempo en el desarrollo y evaluación de actividades especiales y se han publicado en trabajos anteriores (Astiz y otros, 2006; 2007, 2009), (Medina y otros, 2008). En las mismas juega un rol fundamental la visualización de conceptos, entendiendo por visualizar a la habilidad para crear ricas imágenes mentales que el individuo pueda manipular en su mente, ensayando diferentes representaciones del concepto que colaboren con el descubrimiento y la comprensión de nociones matemáticas, como se refieren Zimmerman y Cunnicanham (1991). Se incorpora en esta propuesta el uso de las TICs, implementadas bajo la modalidad B-learning (Blended Learning), ya que el docente no abandona su rol tradicional, pero utiliza los beneficios que Internet le proporciona, para ejercer su labor en dos frentes: como tutor online (tutorías a distancia) y como educador tradicional (cursos presenciales) (González Mariño, 2006).

La plataforma educativa seleccionada como entorno virtual es Claroline (GPL-General Public License), dispone de variadas herramientas para el trabajo virtual como espacios para anuncios, organización y presentación de secuencias de actividades, almacenamiento y organización de documentos, almacenamiento de actividades, de registros estadísticos que permiten el seguimientos del acceso y progreso en las actividades, y otras que no estarán habilitadas para los alumnos en esta primera experiencia como Agenda, Chat, Foros, Grupos, Wiki, Tareas y Usuarios. En cuanto a los ejercicios, la plata-

forma admite presentar diversos tipos como selección múltiple con una o más respuestas, asociación o emparejamiento, completar espacios en blanco con una o múltiples opciones dadas, y verdadero/falso. Todos los tipos de ejercicios han sido utilizados en esta propuesta de actividades. Para la autoevaluación, se decidió incluir el puntaje obtenido en cada ejercicio, la posibilidad de observar si la respuesta seleccionada es la correcta y, en el caso de una elección errónea, brindar un comentario o recomendación para orientar al alumno en la corrección de su error.

Por último se presentan datos del uso de la plataforma por parte de los alumnos, surgidos en seis semanas de habilitación de la misma y se exponen las primeras conclusiones sobre su utilización.

Autores: Colombano, Vilma - Isla Zuvialde, Daniela - Marino, Tamara - Real, Mónica

Lugar: UN General Sarmiento. I Desarrollo Humano

e-mail: dislazuvialde@msn.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Preuniversitario

El problema de diseñar problemas

Entre las cuestiones de las que la Educación Matemática se ocupa, es indudable que la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática tienen un rol central. Distintas líneas teóricas dentro de la Educación Matemática destacan la importancia de incluir y utilizar la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática, aunque con diferentes propósitos didácticos. En esta oportunidad nos centraremos en la propuesta de la Escuela Anglosajona o Problem Solving. En ella se propone una enseñanza de la Matemática basada en la resolución de problemas, desde una perspectiva en la que se pone especial énfasis en el desarrollo de las habilidades y estrategias necesarias para resolver exitosamente problemas matemáticos. Los problemas a los que refiere esta línea teórica son de tipo "no rutinario", es decir situaciones en las que el camino de resolución no es conocido previamente. Además, se considera que una situación será o no problema, dependiendo de quién aborde su resolución. No existen problemas "universales", existen problemas para individuos particulares.

En este trabajo abordamos la problemática de cómo diseñar situaciones que representen problemas para un determinado grupo de estudiantes, para ser usados en la enseñanza de la Matemática con la lógica de la Escuela

Anglosajona. Sabemos, a partir de teoría existente, que para que una situación represente un problema para un determinado sujeto se requiere de la presencia de elementos objetivos y subjetivos. Aquí planteamos una posible respuesta a la pregunta: ¿cómo determinar qué características o requisitos debe cumplir una situación matemática para que sea un problema para un grupo concreto de estudiantes? Proponemos y fundamentamos un procedimiento que permite diseñar problemas para su uso en el contexto de la clase de Matemática, atendiendo a la perspectiva de la Escuela Anglosajona. A modo de ejemplo del procedimiento, mostramos su uso en un contexto pre-universitario en la Universidad Nacional de General Sarmiento.

Autores: Bumalén, Leonor Irene -Aramayo, Ana María

Lugar: G.Pico - La Pampa

e-mail: aaramayo@unsa.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

Implementación de tecnologías en la enseñanza del cálculo multivariable

Los alumnos de la carrera de Licenciatura en Química, cursan tres asignaturas del área de Matemática, en la primera (Matemática 1) afianzan los conceptos matemáticos básicos del ciclo polimodal y se introducen en el cálculo del álgebra lineal; en la segunda (Matemática 2) estudian el cálculo univariable y en la tercera (Matemática 3) abordan el cálculo multivariable y las ecuaciones diferenciales. Esta última, tiene una carga horaria de ocho horas semanales con un régimen cuatrimestral, tiempo muy ajustado para abarcar todos los contenidos mínimos, por lo que dentro de las horas de clases obligatorias no es posible implementar nuevas estrategias ni agregar temas adicionales, que se consideran necesarios para la mejor comprensión de los conceptos matemáticos y su posterior aplicación a temas específicos de Química.

Los temas correspondientes al cálculo multivariable producen dificultad de comprensión por parte de los alumnos por su difícil visualización (sobre todo en lo referente a los conceptos tridimensionales); por eso es muy útil emplear softwares que realicen cálculos y gráficos. Pero, debido a las limitaciones de los mismos es necesario advertir a los alumnos que deben interpretar si los resultados obtenidos corresponden a los conceptos teóricos, para lo cual deben tener los conceptos matemáticos claros antes de aprender el uso de un software.

Por otro lado para ayudar a la comprensión de los conceptos se implementó el uso de foros educativos, permitiendo la manifestación de las respuestas a las consignas presentadas por el docente y la discusión generada por las respuestas (correctas o no) de otros alumnos. En esta instancia, el docente actuó como moderador.

En este trabajo se muestra las estrategias implementadas en Matemática 3, utilizando softwares matemáticos para la realización de cálculo y gráficos y su interpretación: software MAPLE y planillas de EXCEL. También se propuso la participación en foros de debate: utilizando el espacio virtual dentro de la plataforma Moodle de la Facultad de Ciencias Exactas.

La experiencia resultó muy buena ya que se logró motivar a la participación significativa en las tareas adicionales a más del ochenta por ciento de los alumnos inscriptos en la asignatura. En relación a la carga adicional que estas tareas representó, tanto para alumnos como para los docentes, impidió una continuidad significativa en la participación de los últimos foros, lo cual confluó en un aspecto no previsto al inicio de esta experiencia.

Autores: Martínez, Silvia - Dal Bianco, Nydia - Pedro, Inés

Lugar: FCEN UN La Pampa

e-mail: smartinez@exactas.unlpam.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Profesorado

Revisión de las fases de una Ingeniería Didáctica en la Universidad con alumnos de primer año

Siendo que las funciones constituyen dentro de las ciencias, uno de los mejores instrumentos para expresar e interpretar fenómenos, consideramos necesario mostrar a los alumnos la importancia del tema, en particular en carreras de Ciencias Exactas y Naturales.

La Ingeniería Didáctica, desarrollada específicamente en el área de la educación matemática, se caracteriza por un esquema experimental basado en las "realizaciones didácticas" en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.

En este artículo y en el marco de las distintas fases de esta ingeniería se trabajó con alumnos ingresantes 2009, quienes cursan las asignaturas Álgebra y/o Matemática de las carreras Profesorado en Matemática y Física y Profesorados en Biología y Química de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam.

Este trabajo nos permitió reflexionar en cuanto a qué variables merecen ser controladas, qué contenidos se deben profundizar, qué estrategias diseñar para lograr una mejor interacción entre distintas representaciones, destacando el papel de la ingeniería didáctica como metodología de investigación, para avanzar ante las dificultades y obstáculos que determinan la evolución de los alumnos.

Autores: Tirado, Gilda - Ale Ruiz, Liliana

Lugar: Salta

e-mail: gilda@unsa.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

Estrategia para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en Matemática 1. Resultados

El Trabajo de Investigación “Estrategia para mejorar el proceso de Enseñanza - Aprendizaje en Matemática 1” tuvo como objetivo general aumentar el rendimiento académico y la retención de los alumnos de Matemática 1.

Para alcanzar este objetivo se implementó una metodología que consistió en incorporar la computadora como recurso didáctico y desarrollar métodos y técnicas participativas (actividades lúdicas) que propendieron a la discusión, análisis e investigación de temas seleccionados del programa de la asignatura.

Se realizó un seguimiento individualizado de los alumnos, a los fines de estimar los avances y detectar sus dificultades. Se trabajó con un conjunto de alumnos que constituyeron una comisión, denominada Comisión Experimental (CE). Estos alumnos se ofrecieron voluntariamente para realizar las actividades propuestas en un horario adicional. El objetivo de este trabajo es presentar el análisis estadístico de los resultados obtenidos durante el desarrollo de la investigación.

Concluimos que esta propuesta metodológica para la enseñanza de temas de Álgebra Lineal y Geometría Analítica benefició a los estudiantes, tanto en los aspectos científicos como en los sociales, mejorando su rendimiento y contribuyendo a aumentar la retención estudiantil en la Universidad, alcanzándose así los objetivos propuestos.

Autores: Ale Ruiz, Liliana - Tirado, Gilda
Lugar: Salta
e-mail: laleruiz@unsa.edu.ar
Categoría: Relato de experiencia
Nivel: Universitario

Linealidad de vectores en Excel

En el presente trabajo se muestra una actividad post instruccional diseñada para los alumnos de Matemática 1 como apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje. Esta actividad ayuda al estudiante a adquirir y reforzar conceptos, como así también les proporciona un medio para verificar y visualizar los resultados de ejercicios realizados en las clases prácticas.

Se espera que el alumno a través de esta estrategia de enseñanza y aprendizaje mejore la construcción del conocimiento matemático por medio de la exploración y la experimentación. Muchos estudiantes sienten que la resolución de problemas sobre linealidad de vectores entre, otros temas del Álgebra Lineal, se torna mecánico y sin una comprensión real del concepto, por ello se plantea un sistema de tareas con distintas actividades que busca reforzar el aprendizaje intuitivo y asimilar los conceptos algebraicos y visualizar los resultados (Borba, 2005).

Para el desarrollo del tema linealidad de vectores realizó el programa con soporte Microsoft Excel ya que este soft o planillas de cálculo similares son un recurso informático habitual en la mayoría de las computadoras (Tirado, 2007).

Autores: Osio, Elsa - Facello, Teresa
Lugar: UN Comahue
e-mail: osioe@jetband.com.ar
Categoría: Relato de experiencia
Nivel: Profesorado

Taller de Geometría Dinámica para alumnos del Profesorado de Matemática

Los avances de las nuevas tecnologías han generado un nuevo espacio social y de aprendizaje que puede resultar excelente aliado del docente, puesto que proporciona instancias de producción que facilitan el acercamiento entre

docente y alumnos. Estos recursos pueden resultar una herramienta didáctica que facilita el proceso de enseñanza- aprendizaje por el impacto favorable que ocasiona en los alumnos. La utilización de este recurso permite que el estudiante asuma un rol activo en el proceso de enseñanza- aprendizaje guiándolo hacia el desarrollo de destrezas para la construcción de conocimientos y la formación de un pensamiento crítico. Es por esto que todo docente debería tenerla en cuenta dentro de la práctica pedagógica.

Como miembros del proyecto de investigación denominado “Enseñanza de la Geometría: Qué dar, qué no dar, qué mejorar”, que tiene como objetivo investigar algunos problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de esta rama de la Matemática en el Nivel Medio y a través de una encuesta realizada a docentes de distintas escuelas surge que sólo el 30 % utiliza recursos informáticos en sus clases y esto se debe en gran parte a que a les resulta compleja su implementación.

Surge entonces la idea de realizar un taller que tiene como objetivo hacer que los alumnos del profesorado de Matemática, futuros docentes, incurrieren en las herramientas informáticas que les ayuden a comprender de mejor manera los procesos de construcción de las figuras geométricas para luego poderlos volcar a sus futuros alumnos.

El Cabri-Geómetra ayuda a evaluar muchas propiedades así como también sugerir contraejemplos para verificar la falsedad de algunas proposiciones. Estos programas son una herramienta muy importante tanto para los estudiantes como para los profesores y es fundamental que estos últimos conozcan las bondades de los mismos para luego integrarlos a sus clases. En este trabajo se mostrará la implementación del taller y los resultados obtenidos del mismo.

Autores: Costa V. - Di Domenicantonio R. - Vacchino M.C.

Lugar: FI-UNLP

e-mail: rossanadido@hotmail.com

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

Taller que induce a los alumnos a formalizar el concepto de integral definida

En este trabajo presentamos un Taller de visualización utilizando un software matemático. Fue diseñado para un curso de Cálculo Integral y Vectorial en una y varias variables, para alumnos de primer año de todas las carreras de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata.

Para introducir el concepto de integral definida, que identificamos como un proceso que tuvo su origen en un problema geométrico: cálculo del área de una región plana, cuya frontera no está formada por segmentos rectilíneos, se propone al alumno varias actividades y situaciones, geométricas y físicas, que llevan al planteo de una suma que aproxima el área bajo la gráfica de una función. Luego se realiza el Taller de Visualización que presentamos en este trabajo, para finalmente formalizar la definición de Integral definida.

El Taller está propuesto para realizar en Maple, software matemático usado en las materias de matemática básica de la facultad. El objetivo de la actividad es la de ofrecer un entorno para la exploración, la experimentación y favorecer la comprensión del proceso de aproximar el área bajo una curva, e introducir la idea del cálculo exacto de la misma, a partir de la visualización gráfica. También se promueve el uso de la tecnología y el trabajo grupal, así el alumno comparte y socializa el conocimiento, y lo enriquece.

El Taller contiene varias actividades para graficar, a partir de una función dada, las sumas de Riemann a izquierda, a derecha y punto medio, calcular su valor y compararlas.

Luego se propone una actividad, usando una sentencia de Maple para animar con un número grande de subdivisiones del intervalo, la visualización de la sucesión de las áreas de los rectángulos, la cual se aproxima al área bajo la curva y ayuda a los alumnos a formalizar el concepto de integral definida.

Creemos que es importante utilizar materiales digitales en las propuestas educativas, motivan en general el interés de los alumnos y los ayuda a lograr una mejor conceptualización de los temas. Además favorece el trabajo grupal, la relación con los docentes, la colaboración entre los alumnos y en definitiva, redundan en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Colombo, S - Etchegaray, S

Lugar: UN Río Cuarto

e-mail: setchegaray@exa.unrc.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Profesorado

La reflexión en un espacio de formación inicial de Profesores en
Matemática: Análisis de un sistema de prácticas geométricas

En este trabajo tratamos de mostrar la importancia de la reflexión orientada sobre la práctica que realizan los alumnos del profesorado en Matemática

en la UNRC en el marco de un Taller intradisciplinar titulado “Dialéctica entre geometría sintética y analítica”. Para ello se expone el análisis de la resolución de una situación-problema por parte de un grupo de alumnos utilizando herramientas conceptuales del “Enfoque onto-semiótico del conocimiento matemático”.

Esta producción matemática se convierte en contexto de reflexión para sistematizar el uso y funcionamiento de las relaciones dialécticas puestas en juego por alumnos considerando que es de suma importancia tomar conciencia de ellas debido al rol que las mismas desempeñan en los avances de la ciencia.

Se asume como formador de formadores que, ayudar a ser consciente de los procesos matemáticos y de los objetos que involucra la actividad matemática personal es un punto clave, no sólo para que el futuro profesor aprenda matemática sino para que aprenda a enseñar matemática.

Autores: Villarroel, Yolanda Haydee - Mendez, Nilda Graciela

Lugar: Salta

e-mail: yolandavillarroel@hotmail.com

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario

Cubos: Una propuesta didáctica basada en la visualización

En general, en EGB3 hay un predominio en el estudio de la geometría plana y una reducción en el abordaje de contenidos geométricos espaciales. La geometría del espacio presenta a veces gran dificultad de comprensión, debido a una escasa percepción espacial. En gran parte, esta dificultad es consecuencia de tener que representar sobre el plano lo que se ve en el espacio.

En años recientes se vio la relación entre la habilidad espacial y el desarrollo de conceptos geométricos lográndose interpretar algunas de las dificultades de los alumnos por la carencia de las mismas (Bressan Ana, 2000). La percepción espacial es un elemento importante en infinidad de actividades de la vida, no sólo en las relacionadas con el aprendizaje escolar o con la geometría.

El presente trabajo incluye una propuesta destinada a alumnos de EGB3 cuyo objetivo es contribuir a la adquisición de destrezas de visualización espacial a partir de la construcción de cuerpos geométricos usando cubos.

Autor: Peparelli, Susana - Agnelli, Héctor - Zón, Nora

Lugar: UN Salta

e-mail: speparelli@exa.unrc.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Profesorado

Una experiencia de vinculación de distintas áreas de la Matemática en la formación de profesores

La estructura curricular del Profesorado de Matemática de la Universidad Nacional de Río Cuarto comprende tres áreas: el área de formación matemática; el área de formación docente y el área de formación interdisciplinaria. Entre las asignaturas correspondientes a la formación matemática se contempla la implementación de un Taller Intradisciplinar. Éste, tiene como eje central trabajar sobre situaciones problemáticas que permitan ser abordadas desde distintos marcos conceptuales de la matemática, con fines educativos. Por sus objetivos, la temática a abordar en este taller no está predeterminada. En el año 2008, planificamos la implementación del taller: Azar versus determinismo: la probabilidad geométrica, que proponía trabajar con situaciones del ámbito de la probabilidad geométrica para avanzar no solo en la integración de distintas áreas de la matemática, sino también profundizar las características de los razonamientos involucrados y posibilitar la emergencia de nuevos significados de la probabilidad. La propuesta consistió en el abordaje de un conjunto de situaciones problemáticas que favorecieran la reflexión acerca de problemas geométricos originados a partir de fenómenos aleatorios, propuesta que lleva implícita la posibilidad de discriminar entre determinismo y aleatoriedad. El trabajo se realizó en torno a situaciones factibles de ser implementadas en el nivel medio; mostrando, a partir del análisis de las mismas; los contenidos conceptuales y procedimentales abordables en ese nivel de enseñanza, las conexiones entre distintos temas del currículum y las posibles dificultades que puedan tener los alumnos en su resolución.

Los problemas se agruparon en función de los contenidos conceptuales y procedimentales utilizados: la probabilidad geométrica como extensión de la probabilidad clásica, problemas de encuentro y cálculo de áreas, el azar y la construcción de triángulos, problemas clásicos de probabilidad geométrica, y problemas relativos a la circunferencia y sus elementos.

Para la aprobación del taller los alumnos tuvieron que seleccionar una actividad que permitiese articular nociones de distintos bloques de los CBC

de la EGB, al menos los bloques de geometría, estadística y probabilidad. El trabajo debía constar de: resolución de la actividad, ciclo en la que podría ser implementada, contenidos conceptuales y procedimentales involucrados, reelaboración de la actividad de tal manera que pudiese abordarse en un ciclo anterior y en un ciclo posterior al considerado originalmente.

Al desarrollar esta experiencia, de vincular la probabilidad con la geometría, hemos encontrado alta receptividad de parte de los alumnos tanto durante el desarrollo del taller como en la instancia de evaluación. Consideramos que este tipo de actividad, o variantes de la misma, además de ser propicia para la formación de profesores puede ser aplicable en el ámbito de la escuela media.

Autor: Cianciardo, C. - Fascella, M. - Morzán, M. - Semitiel, J.

Lugar: FCEIA - UN Rosario

e-mail: semitiel@fceia.unr.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Profesorado

Una demostración alternativa del Teorema Fundamental del Álgebra

En el presente trabajo mostramos una forma alternativa de la demostración del Teorema Fundamental del Álgebra, en donde no se emplean herramientas tan elaboradas, como en la demostración clásica en donde se utiliza el Teorema de Liouville, requiriendo únicamente algunas nociones básicas de la topología del plano y de funciones reales de variables reales. Está enmarcado en el Proyecto 1ECO58 "La comprensión de las Ecuaciones Diferenciales como herramientas de modelización" dirigido por la Lic. Martha Fascella de la Universidad Nacional de Rosario.

La noción de polinomios y la factorización de los mismos son estudiadas desde el nivel medio y se basan fundamentalmente en este teorema. Sin embargo, la mayoría de los planes de estudio de los profesorados de matemática, no contemplan su demostración. Esto se debe a que en general, el Análisis Complejo, no es uno de sus espacios curriculares. No obstante, dada la importancia de este teorema, su demostración podría ser trabajada en un curso de funciones de varias variables, utilizando la relación que existe entre el espacio de funciones de variable compleja y el de funciones reales de dos variables.

Una de las metas básicas de la formación del profesorado de matemática debe ser generar y potenciar la capacidad de intervención autónoma y eficaz

del profesor. Por ello en la formación del profesor de matemática debe haber un conocimiento de las distintas concepciones epistemológicas y su evolución histórica, de ellas y de la propia matemática, así como los conceptos fundamentales de ésta y los problemas que los provocaron.

De manera de garantizar la formación integral del futuro profesor, se debe tender a formar docentes con capacidad para producir reflexiones críticas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y con capacidad creativa en condiciones de ofrecer propuestas novedosas e interesantes en un área de importancia central como la Matemática.

Autor: Ferre, Natalia

Lugar: La Plata

e-mail: nataliaferre@fibertel.com.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario - Profesorado

Matemática y Literatura

El presente trabajo es una propuesta para el aula dirigido a alumnos de 1er año de un curso de álgebra de nivel universitario o a un curso de profesorado.

La propuesta pedagógica es vincular distintas disciplinas con la matemática, de modo de mirar desde otro lado y de manera integrada los conceptos matemáticos que se han ido trabajando. Se supone conocido el concepto de divisibilidad, números primos, el Teorema algoritmo de la división, el Teorema fundamental de la aritmética, congruencia módulo p y Teorema de Fermat.

Se presentará el libro "El Tío Petros y la conjetura de Goldbach" de Apóstolos Dioxadis y se trabajará acerca de los conceptos antes mencionados.

La propuesta metodológica es el trabajo en grupos, con intervención del docente como guía y al final de cada bloque habrá una puesta en común con explicaciones en el pizarrón de los conceptos que han ido apareciendo. Se plantea para realizar al menos en 4 clases.

El trabajo se estructura en 5 bloques. Los 3 primeros son preguntas y reflexiones acerca de partes del texto. La primer parte está centrada en el significado de las demostraciones, que significa demostrar una proposición universal y una existencial y que significa demostrar que no son ciertas y qué es una conjetura. Por otro lado se presenta la criba de Eratóstenes como herramienta en la decisión de primalidad y se discute sobre el trabajo de los matemáticos.

En la segunda parte se trabaja con algunas relaciones entre los números primos y se sigue trabajando con demostraciones y conjeturas. También se enunciará el Teorema de Gödel y se discutirá acerca de su significado y el cambio que produjo en el quehacer matemático.

En la tercer parte aparecen dos teoremas importantes que se enunciarán como aporte a la comprensión del texto. La cuarta parte es una serie de ejercicios donde deberán integrar todos los temas, y se da también la Factorización de Fermat, como un nuevo aporte a la discusión acerca de la primalidad de un número dado.

La quinta parte apunta a la aplicación, es decir, luego de haber trabajado en todos los aspectos de números primos, se muestra la criptografía de clave pública como una aplicación directa de esta teoría.

Autores: González, M. I. - Introcaso, B. - Braccialarghe, D. - Emmanuele, D.

Lugar: FCEIA-UN Rosario

e-mail: fliafongi@citynet.net.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

¿Tenemos en cuenta los docentes los conocimientos e ideas previas de los alumnos? Un estudio contextualizado al Análisis Matemático de una variable.

El objetivo de este trabajo es indagar sobre las ideas o concepciones previas de los alumnos sobre determinados conceptos, en particular sobre temas que se desarrollan en Análisis Matemático I de las carreras de Ingeniería. Es sabido que estas ideas previas son variables de fundamental importancia a la hora de aprender el concepto. Las mismas pueden evolucionar a medida que se construye el conocimiento en el aula de acuerdo a cómo el docente se posiciona ante ellas para favorecer su construcción o para dificultarla.

El conocimiento de las concepciones de los alumnos por parte de los profesores permitirá, seguramente, la comprensión de diversos problemas que se presentan en el aprendizaje y la enseñanza y, por ende, ayudará a determinar qué actividades son necesarias para el adecuado aprendizaje de los conceptos. Según Vergnaud la escuela sobrestima el conocimiento explícito y subestima, y hasta desvaloriza, los conocimientos implícitos de los alumnos.

Las mayores dificultades en el aprendizaje de los contenidos de un primer curso de Cálculo se encuentren, en general, en las nociones de límite, continuidad, completitud o infinito. Una de las causas de estas dificultades es la

complejidad intrínseca de dichos conceptos; pero no debemos desconocer que el alumno tiene ideas previas de los mismos que pueden crear dificultades en la interacción entre la nueva información y la que ya tenía.

Para intentar revertir la actual situación experimentada como un fracaso tanto por docentes como por alumnos nos propusimos, en una primera etapa, recabar información acerca tanto de conocimientos básicos de Matemática para comenzar una carrera de Ingeniería como de los preconcepciones respecto de algunos de los temas a abordar en el Análisis Matemático de una variable.

En este trabajo nos hemos centrado fundamentalmente en los aspectos cognitivos, relacionados en este caso con el conocimiento de la población con la que se trabaja. Si no sabemos cuáles son las ideas o las dificultades que nuestros alumnos pueden tener ante un determinado tema, ¿cómo podremos hacer que estos errores u obstáculos resulten productivos para la construcción del conocimiento?

Es de destacar que - aún sabiendo que los resultados de las actividades propuestas resaltan una situación ya conocida: muchos conceptos o formas de razonamientos no son manejados por los alumnos - los docentes universitarios insistimos en utilizarlos en nuestro lenguaje específico como si fueran conocimientos o tipos de razonamientos ya aprendidos. Es decir, consideramos que los docentes universitarios no tenemos en cuenta, en general, los conocimientos e ideas previas de los alumnos. Hay un saber que el docente supone adquirido en la Escuela Media por los ingresantes a la Universidad pero que se evidencia con toda claridad como fallido. Los alumnos no pueden dar cuenta de estos conocimientos de manera exitosa, por lo menos de la manera en que se lo solicita la Universidad, que resulta ser una nueva institución educativa, con sus propias reglas, mandatos y lenguaje específico.

Al no tener en cuenta cuáles son las ideas subyacentes a los conceptos que se trabajan en Análisis Matemático, nos encontramos con frecuencia con un desconcierto por parte de los alumnos ante la inexactitud de las soluciones que brindan: hay un desconocimiento del desconocimiento. Esta manera de interactuar promueve insatisfacción y descontento tanto en los alumnos como en los docentes, favoreciendo la descalificación mutua como modo de justificación del profundo desencuentro entre ambas partes.

Nos parece importante conocer cuáles son estas ideas subyacentes, para poder repensar la labor en el aula, para poder elaborar propuestas que tengan en cuenta lo que los alumnos saben, lo que esperan saber, lo que los docentes esperamos que aprendan.

Autor: Ledesma, Alicia Isabel
Lugar: UN La Plata
e-mail: aledesma@fibertel.com.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Profesorado

Uso de los Filtros de Kalman en estimación- predicción

Dentro de las actividades docentes de la cátedra Estadística y con el propósito de colaborar, tanto en la actual formación de los auxiliares docentes como mejorar la futura currícula de nuestros alumnos, se invitó a dichos auxiliares a participar de la experiencia que se relata en el presente trabajo. El mismo consistió en desarrollar un tema relacionado con los contenidos de la asignatura y que se pudiera incluir luego como Anexo de la guía de trabajos prácticos.

El objetivo buscado fue mostrar y explicar, de una manera clara y adecuada a el alumno de grado de carreras de nivel universitario (ciencias económicas e ingeniería, entre otras), la aplicación y las posibilidades que presenta el uso de los filtros de Kalman que, por su gran utilidad para un variado tipo de aplicaciones, nos pareció importante poder incorporarlo e implementarlo con el fin de mejorar y ampliar los temas en la enseñanza en el área estadística.

La elección del filtro de Kalman se hizo además porque el mismo, a través de un conjunto de ecuaciones matemáticas, provee una solución recursiva eficiente empleando el método de mínimos cuadrados. Su solución permite calcular un estimador lineal, insesgado y óptimo del estado de un proceso en cada instante de tiempo t , a partir de la información disponible en el instante $t-1$, actualizando dicha estimación, con información adicional a tiempo t . Este filtro constituye asimismo el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos que se encuentran especificados a través del espacio de estados.

Consideramos que para que los docentes (profesor y auxiliares) puedan manejar y transmitir ejemplos de aplicaciones concretas de la estadística al campo de interés de los alumnos, deben primero conocer ellos los conceptos matemáticos que dicha aplicaciones requieren. Hemos seleccionado la teoría de estimadores óptimos y recursivos como los llamados filtros de Kalman en tiempo discreto y su aplicación a diversos problemas vinculados a distintas ramas de la enseñanza universitaria, porque creemos que constituyen un buen ejemplo para que los docentes puedan mostrar la necesidad del conocimiento de teorías matemáticas que estas herramientas requieren.

La idea es comenzar planteando una motivación sencilla de la expresión general del estimador, dando un ejemplo que permita su posterior desarrollo. El mismo puede consistir en estimar un valor constante a partir de mediciones con ruido, de manera que dicha estimación minimice el error cuadrático medio. Se selecciona este ejemplo porque el mismo puede resolverse usando herramientas básicas del cálculo, pero tiene como objetivo analizar la expresión del estimador resultante, y de esa forma sirve para explicar la forma general del algoritmo.

A partir de este punto se plantea estimar los estados de un sistema lineal e invariante en tiempo discreto, con ruido blanco en su entrada y mediciones también afectadas por ruido blanco. Se ve así que la estimación es óptima, dado que minimiza el error cuadrático medio, y es recursiva, lo que permite diseñar un algoritmo que se implementa fácilmente en una PC, utilizando, por ejemplo, el software Matlab.

La demostración que fundamenta el algoritmo de estimación puede hacerse basándose en la proyección ortogonal sobre el subespacio generado por las mediciones con ruido que se definen como salida del sistema lineal, y que permiten determinar la solución requerida, ya que minimizan el error cuadrático medio. Finalmente por analogía se establece la expresión del estimador en tiempo continuo, mostrándose que si bien es más difícil de fundamentar, resulta útil en algunas aplicaciones.

El grupo de docentes es dividido en comisiones que luego analizan la eficacia de estos estimadores, tomando cada uno distintos ejemplos que permitieran, mediante simulaciones computacionales, mostrar los resultados obtenidos; entre dichos ejemplos podemos mencionar: 1) estimación de parámetros de una señal de emisión acústica para el diagnóstico de fallas; 2) estimación de la tendencia de una serie de tiempo en economía; 3) estimación de armónicos en redes eléctricas.

Autores: Brunás, Natalia - Croce, Vanesa - Schwer, Ingrid

Lugar: Santa Fe

e-mail: nati_nv@hotmail.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Análisis del desempeño de los alumnos ingresantes de la Facultad de Ingeniería Química en la asignatura Matemática A durante el año académico 2008

El aprendizaje en las primeras materias de la Universidad, actualmente se ve afectado por la heterogeneidad del nivel de conocimientos alcanzados por los alumnos, en los estudios previos.

A partir del año 1999 se pone en vigencia un nuevo plan de estudios en las carreras que se dictan en la Facultad de Ingeniería Química, dependiente de la Universidad Nacional del Litoral. Todas ellas cuentan con un núcleo de materias básicas, del cual forma parte el primer curso de Matemática, llamado Matemática A. Desde el año 2001 es un requisito obligatorio la aprobación del Curso de Articulación disciplinar en Matemática para el cursado de Matemática A. Los ingresantes que no lo aprueban deben asistir al Curso de Articulación Tutorial durante el primer cuatrimestre de la carrera.

El objetivo de este trabajo es analizar y comparar el nivel de aprendizaje y las dificultades en la materia Matemática A, de los alumnos que han aprobado el examen de ingreso antes de comenzar el primer cuatrimestre, con aquellos que han necesitado hacer el curso de articulación durante este cuatrimestre y cursar Matemática A en el segundo.

Autores: Bonacina, Marta - Haidar, Alejandra - Teti, Claudia

Lugar: FCBioquímicas y Farmacéuticas-UNR

e-mail: mbacuario@yahoo.com.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

Las nuevas tecnologías y el tratamiento del error

La potencia de las computadoras permite hoy día realizar cálculos de envergadura y complejidad impensables décadas atrás. Si a esto agregamos el hecho de que posibilitan la simulación de procesos, nos encontramos entonces frente a un dispositivo revolucionador del área educativa.

Sin dudas el uso de esta tecnología en la enseñanza de cualquier nivel resulta ya ineludible, pero creemos que se impone considerar el uso inteligente de la misma, cuidar que la relación entre alumno y equipo sea interactiva, no mecanicista, que contemple un espacio para el análisis crítico. Bien usada, esta tecnología se constituye en un auxiliar didáctico de gran valor.

Creemos que en el diseño de actividades con el auxilio del soporte informático se debe considerar con especial cuidado que existe una diferencia esencial entre lo que hace la máquina cuando procesa la información y lo que hace la mente cuando piensa; que esto plantea nuevas necesidades pedagógicas. Fundamentalmente, que esto requiere cambiar nuestras concepciones acerca del quehacer matemático, por ende, la enseñanza de la Matemática.

La experimentación con un modelo conlleva normalmente la necesidad de generar datos y/o investigar parámetros a efectos de analizar el comportamiento global del mismo o la sensibilidad a los distintos parámetros. Tales procesos no son en general, simples; tienen un costo. Así entonces la decisión acerca del "método" y del "software" utilizado en la resolución de un problema adquiere un peso crucial a la hora de evitar la obtención de conclusiones erróneas.

Puede ocurrir que la dificultad intrínseca de garantizar la precisión de las soluciones numéricas crezca exponencialmente con el número de variables; pero lo notable sin embargo es que este problema puede observarse también en situaciones que comportan un pequeño número de variables o que involucran en su formulación una ley matemática perfectamente definida. Un ejemplo simple de esta última afirmación se tiene en el caso de las sucesiones numéricas, particularmente las definidas por recurrencia.

En el presente trabajo se presentan algunos problemas que, según se estima, contemplan lo conceptualmente explicitado. Esencialmente se refieren a la necesidad de un manejo cuidadoso en las aproximaciones numéricas y en la elección de algoritmos.

Autores: Higa, María Elena - Bumalen, Leonor Irene - Tarifa, Gloria Elsa

Lugar: UN Salta

e-mail: tarifa@unsa.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Ingreso Universitario

Dificultades en la internalización del concepto "función cuadrática"

Este trabajo se encuentra en el marco del proyecto de investigación "Creación de espacios para la articulación entre los niveles polimodal y universitario" en el cual uno de los objetivos es implementar acciones que favorezcan la articulación entre el nivel medio y el superior en Matemática.

Muchas dificultades y/o errores observados en alumnos ingresantes a la Universidad, en matemática, no provienen de una falta de conocimiento sino de una formación deficiente de los conceptos. Esto se evidencia durante el proceso de la construcción de nuevos conocimientos basados en estructuras preexistentes en los alumnos del nivel Medio. Esta situación es frecuente en el tema: función cuadrática, pues no resulta una actividad.

didáctica sencilla lograr que el estudiante identifique a dicha función en sus diferentes representaciones; ya que el alumno sigue la tendencia natural de que los nuevos objetos se comporten como los antiguos: en este caso tiende a reproducir la función lineal. Para un aprendizaje más significativo es necesario que el alumno realice actividades con los diferentes tipos de representaciones: algebraicas, tablas, gráficos y el lenguaje natural; tales actividades indicarán creación, tratamiento y pasaje o conversión entre los distintos registros de representaciones.

La codificación y decodificación resultan importantes para que el alumno tenga en cuenta los dos niveles del lenguaje: el nivel algebraico y el nivel gráfico, y que muchas veces el nivel gráfico funcionará como elemento de enlace entre el lenguaje natural, literal, y el lenguaje algebraico.

En consecuencia surgió la necesidad de realizar talleres, con docentes de ambos niveles, a fin de elaborar estrategias que se implementen en las prácticas educativas del nivel medio para facilitar el aprendizaje significativo de nuevos conceptos matemáticos, en particular: la función cuadrática.

Este trabajo está orientado a responder a la necesidad de incorporar estrategias de enseñanza y aprendizaje para gestionar cambios en los procesos de aprehensión del conocimiento matemático.

Autores: Garzón, Walter Alberto - Herran, Martín Miguel

Lugar: Salta

e-mail: herran@unsa.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Los estudiantes nos hablan de sus vidas: la Entrevista como herramienta para la construcción del proceso educativo

La entrevista como técnica de investigación educativa es empleada sobre un reducido grupo de estudiantes ingresantes, con ayuda de un equipo de tutores-alumnos, con el objeto de conocer con más aproximación la problemática académica y extra-académica con las que cada uno de ellos debe lidiar cotidianamente.

Se presenta aquí los resultados de una experiencia de entrevistas desarrollada en el seno de una asignatura numerosa de primer año, Introducción a la Matemática, en la cual históricamente las condiciones socio-económicas de los alumnos son sumamente difíciles, y una proporción importante proviene incluso del interior de la provincia, lo que agrava aún más sus obstáculos para adecuarse a los exigentes ritmos universitarios.

La entrevista, como acción en la cual se evidencia claramente la función afectiva del proceso comunicativo, ha dado resultados alentadores durante varios años, ya que ha sido una instancia en la que los estudiantes se sintieron contenidos por un miembro de la asignatura que tanto les cuesta.

Autores: Ibarra, Lidia - Formeliano, Blanca - Méndez, Graciela - Alurralde, Florencia - Velásques, Mirta

Lugar: CIUNSA-FCE-UN Salta

e-mail: ibarra@unsa.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Formación docente primaria

Una experiencia en geometría

En el presente trabajo se analiza la obra matemática referida a los conceptos de Geometría en un curso de capacitación dado a docentes de nivel primario, secundario y alumnos que cursan el profesorado de matemática, en la Ciudad de Salta, República Argentina.

En cada uno de los diferentes encuentros se propuso el juego del mensaje para estudiar la forma en que los docentes y futuros docentes identifican los polígonos, su clasificación, los elementos y las propiedades de estos como lo son los ángulos y los lados; a efectos de detectar cuáles son los fenómenos que emergen de las tareas realizadas. Ya que desde nuestra propuesta es importante pensar las actividades geométricas como herramientas para validar leyes y resolver problemas geométricos lo que permitiría a los docentes y futuros docentes la construcción de sentidos en ambos campos.

Autores: Gil, Yolanda - de los Ríos, Claudia

Lugar: FCFN-UN San Juan

e-mail: matema_clau@yahoo.com.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

Propuestas pedagógicas alternativas integrando las NTICS que favorecen la enseñanza de la matemática

El uso de las Nuevas Tecnologías ha producido, en los últimos años, un gran impacto social, incrementando en forma considerable la información disponible y modificando la metodología de enseñanza en los distintos niveles de educación. Por lo que, un objetivo importante de la planificación curricular de cualquier institución educativa es lograr que al terminar su etapa escolar los estudiantes dominen las herramientas básicas que ofrecen las Nuevas Tecnologías. Éstas brindan múltiples posibilidades, tales como, mejorar y facilitar la comprensión de conceptos, desarrollar capacidades intelectuales y motivar al aprendizaje de los estudiantes.

Esta es un trabajo en el marco de un Proyecto de Investigación Educativa, que se desarrolla en el Departamento de Geofísica y Astronomía de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan. Partimos de los siguientes interrogantes:

¿Es posible producir un cambio de actitud positivo, de docentes y estudiantes, frente a la enseñanza aprendizaje de la matemática, utilizando nuevas tecnologías?

¿Cuál es la herramienta más útil para el desarrollo de las actividades docentes? ¿Cuántas podemos utilizar?

¿Cómo podemos analizar, interpretar y evaluar los cambios de conducta observados en los estudiantes?

Nuestro propósito es elaborar, analizar e interpretar propuestas pedagógicas alternativas que permitan orientar las decisiones de los docentes en torno a la utilización de tecnología educativa en la enseñanza de la matemática. Una perspectiva etnográfica enmarca nuestra metodología, lo que nos permite describir los sentidos y significados particulares que los actores involucrados le otorgan a las prácticas de enseñanza y su relación con el uso de la tecnología educativa como recurso para favorecer el aprendizaje en los alumnos a través de una motivación más apropiada a los intereses de los jóvenes en formación.

Con el fin de cumplir con nuestro propósito se construye un blog que distribuye la información y actividades a desarrollar en los distintos niveles de la educación formal (universitario y secundario) y en las distintas áreas de conocimiento (prácticas interdisciplinarias).

Los resultados de esta experiencia afectan no sólo a los miembros del equipo del proyecto en su perfeccionamiento en el uso de las NTICs, sino también a alumnos y a docentes de distintos niveles de educación interesados en producir un cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Autores: Calvo, Inés - Gil, Lucía. - Marquez, V. - Lecich M.

Lugar: UN San Juan

e-mail: icalvo@unsj-cuim.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

La enseñanza de la matemática acordando la incumbencia de las competencias profesionales

Los planes de estudio vigentes poseen la estructura tradicional de las universidades argentinas. Ellos determinan un perfil profesional basado preferentemente en incumbencias para el ejercicio de la profesión, contenidos mínimos de las asignaturas y un plan de correlatividades. En general se espera que la formación profesional se oriente a formar egresados capacitados que puedan atender las demandas laborales cambiantes, para ello, se tiende al desarrollo de conocimientos, habilidades, capacidades y actitudes en el proceso formativo.

El presente trabajo consiste en analizar la realidad curricular y procurar detectar pautas metodológicas que faciliten el logro de competencias profesionales desde el área matemática en la carrera Licenciatura en Ciencias de

la Computación del Departamento de Informática de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan.

Se realiza el estudio de los antecedentes, planteamientos conceptuales y el marco contextual; se busca el alcance de las competencias adquiridas y se diseña una experiencia áulica.

Si bien esta apreciación asume sólo algunos aspectos del estudio de las competencias, colabora con el conocimiento de un objeto de investigación complicado como lo es la enseñanza en la universidad.

Con los resultados obtenidos se espera poder aportar ideas para mejorar el plan de estudio atendiendo a los requerimientos de las empresas y de la sociedad en general.

Autores: Gil, Yolanda - Rivas, Martha

Lugar: FCFN-UN San Juan

e-mail: yolandag@iinfo.unsj.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Profesorado

Formación del Profesorado hacia la Innovación Educativa

Por la importancia que las NTICs tienen para el desarrollo de la sociedad, en los últimos años se ha visto la necesidad de construir estrategias que incorporen en la formación de los docentes el uso de recursos tecnológicos como herramienta que favorezca la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Para aplicar las NTICs en la educación, se necesita algo más que comprar computadoras nuevas, crear un sitio Web y facilitar el acceso a Internet. El éxito de la incorporación de las NTICs en el proceso de enseñanza-aprendizaje depende de la capacidad de introducir cambios importantes en los docentes y en la institución.

Esta es una experiencia en el marco de un proyecto de Investigación Educativa que analiza el impacto que produce la incorporación de las NTICs en distintos niveles de educación. Se desarrolla en la Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes de la Universidad Nacional de San Juan, en un primer año del profesorado de Físico Química, en la cátedra Álgebra Lineal.

La propuesta está constituida por tres etapas que tienen el mismo nivel de importancia si se quieren obtener buenos resultados: Organización, Implementación y Evaluación. La primera es importante porque involucra al logro de la motivación, disposición y organización para el trabajo que se

emprende. La segunda por referirse concretamente a la realización de las experiencias en aula y la tercera porque si en el desarrollo de la materia se han utilizado nuevas tecnologías, también deberán formar parte del proceso de evaluación, pues el aprendizaje de su utilización y manejo forma parte del citado proceso.

Se espera que a corto plazo, el impacto de la experiencia se traducirá en una mejor utilización de las nuevas tecnologías (Internet, Blog, Software educativos, proyector, etc), por parte de los futuros docentes.

En un plazo más largo, se espera que profundicen los conocimientos de los recursos tecnológicos y los utilicen en sus actividades académicas, tendiendo a la multiplicación de los conocimientos adquiridos y al mejoramiento de la comunicación e intercambio de experiencias.

A largo plazo, se espera ver a las tecnologías plenamente incorporadas en la educación matemática.

Autores: Gil, Lucía - Calvo, Inés - Gil, Yolanda

Lugar: UN San Juan

e-mail: lgil@unsj-cuim.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

Experiencia metodológica complementaria usando las Ntics en el Álgebra Lineal

En este trabajo se muestra la integración de la herramienta computacional al aprendizaje de una materia totalmente abstracta, como es el álgebra lineal y su aplicación a la informática. Nuestro objetivo es implementar nuevas estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra Lineal, utilizando la computadora y un software matemático (MATLAB).

Proponemos aquí la utilización de Matlab como una metodología complementaria para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Álgebra Lineal) en la educación superior. Los avances de la inteligencia artificial en este campo, están otorgando a profesores y estudiantes nuevas oportunidades, donde el proceso educativo, respetando la diversidad, permita la adquisición de competencias que han sido difíciles de alcanzar en la educación tradicional, tales como: aprendizaje autodirigido, gestión del propio conocimiento, automotivación y autodirección.

Autores: Cuadros, Patricia - Millán, Zulma - Gil, Yolanda

Lugar: San Juan

e-mail: pcuadros@unsj.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

Tics y una aplicación en matemática superior

La educación matemática en todo el mundo se enfrentan actualmente al desafío de utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TICs) para brindar a los alumnos herramientas y conocimientos necesarios con el fin de mejorar la calidad en la educación. Posibilita la profundización de contenidos y métodos, promoviendo la experimentación, la innovación, la difusión, el uso compartido de información y estimula un diálogo fluido entre docentes y alumnos.

En el presente trabajo se describe la aplicación del método de mínimos cuadrados para ajuste de curvas utilizando dos software científico, MATLAB y MAPLE en el desarrollo de la ejercitación por parte de los alumnos, la comparación de la metodología de trabajo necesaria y las condiciones esenciales de aplicación en ambos programas.

El objetivo principal de la tarea es la enseñanza-aprendizaje del método de mínimos cuadrados integrando la tecnología y la metodología convencional, tendiendo también a la transformación del proceso en que los alumnos acceden al conocimiento y la información.

Se logra la creación de entornos de aprendizaje más efectivos y atractivos centrados en el alumno, que adquieren habilidades en el manejo de las TICs tanto en lo que se refiere al contenido como a los aspectos técnicos y al trabajo conjunto, donde el docente tiene un rol de guía y moderador del proceso.

Autores: Cuadros, Patricia - Gomez Guirado, Roberto - Navas, Sergio

Lugar: San Juan

e-mail: rgomezguirado@unsj.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. estabilidad de soluciones.
Visualización y comprensión con un software educativo

En los últimos años, las nuevas herramientas tecnológicas de la información y la comunicación (TICs) han producido un cambio profundo en la manera en que los individuos se comunican e interactúan en distintos ámbitos: la industria, la agricultura, la medicina, el comercio, la ingeniería, la educación y otros campos. Tienen el potencial de transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje, introduciendo cambios en los roles de profesor y alumnos.

Una premisa en la que muchos concordamos es que la educación matemática requiere de cambios tanto metodológicos como así también de la inclusión de las TICs. Ellas representan un desafío doble para la educación, por un lado son una herramienta poderosa para introducir a los alumnos en el mundo de la ciencia, hacer gestión, y mejorar el logro de sus objetivos. Por otro , obliga a replantearse y a reconsiderar los contenidos, pues tenemos que enseñarles a ser usuarios hábiles e informados, que aprovechen el enorme recurso de aprendizaje, cambio y creatividad que estas tecnologías representan. Con lo cual mejoramos la efectividad en el aprendizaje de las mismas.

Mostramos como se planificó la enseñanza de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias a partir de una situación concreta para dar significado a los contenidos, facilitando la comprensión del problema, que el estudiante ensaye distintas soluciones y pueda transferirlas a problemas de su especialidad. Utilizar los asistentes matemáticos permite lograr una rápida representación gráfica del problema, la posibilidad de simplificar y de realizar cálculos complicados en pocos segundos, lo que aporta un alto grado de realismo a las aplicaciones, y la codificación del software permite conocer ciertos aspectos formales del tema.

Autores: Parodi, C. - Rechimont, E. - Ferreyra, N. - Castro, N. - Scarimbolo, D.

Lugar: General Pico, La Pampa

e-mail: parodic@ing.unlpam.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Ingreso Universitario

El trabajo algebraico de los ingresantes

Se analiza una encuesta realizada a estudiantes que ingresaron a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam en el año 2009. La misma indaga sobre dos aspectos, la primera cuestión se orienta a recabar información relacionada a la bibliografía y material didáctico con el que trabajaron en años anteriores y la segunda actividad consta de dos problemas a resolver. En esta oportunidad analizamos la segunda actividad planteada. Para la resolución de los problemas propuestos, el alumno requerirá de un manejo de la formulación de un PCA (Programa de Cálculo Aritmético), denominación propuesta por Chevallard (2004) a “una cadena de operaciones aritméticas (+, -, x, /, etc.) ejecutables a partir de los datos del problema”, o incluso trabajar con más de un PCA para luego hacer las relaciones pertinentes que lo lleven a proponer una respuesta a la tarea que deberá resolver.

En el trabajo se realiza la descripción de diferentes momentos. En un principio haremos un análisis a priori de la actividad con la terminología que acabamos de resaltar, presente en el trabajo de Bosch, Gascón y Ruiz (2007) y que ellos denominan “La algebrización de los Programas de Cálculo Aritmético”, que nos permite describir las componentes y relaciones dinámicas presentes en una Organización Matemática y Didáctica. Luego se analiza la tarea realizada por los alumnos para poder mostrar la presencia de la algebrización en su trabajo matemático.

Autores: Rodríguez, María Inés - Agnelli, Héctor - Huerta, Armando Albert
Lugar: UN Río Cuarto; Tec de Monterrey, México
e-mail: mrodriguez@exa.unrc.edu.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Universitario

Pruebas de hipótesis estadísticas: algunas consideraciones para la práctica docente

La lógica de la inferencia estadística, en particular las pruebas o tests de hipótesis, presentan dificultades conceptuales vinculadas a la filosofía y a la psicología que la hacen susceptible de interpretaciones incorrectas. Además, desde los inicios del desarrollo de esta metodología surgió una fuerte controversia conceptual entre prominentes impulsores de la misma. Con el transcurso del tiempo, estas diferencias han quedado ocultas al adoptarse una metodología que reúne aspectos de las distintas corrientes contrapuestas. Este proceso de síntesis, construido sobre la base de conceptos no necesariamente conciliables, es el que actualmente se enseña y en consecuencia, se aplica. Hemos comprobado, a partir del análisis realizado sobre el uso de la inferencia estadística en trabajos de investigación y tesis doctorales en ciencias biológicas, la presencia de sesgos en el uso e interpretaciones de las pruebas de hipótesis, en particular las relacionadas con el nivel de significación y el valor p de una prueba.

Consideramos recomendable que durante el desarrollo de los cursos de estadística, se ponga más énfasis en los aspectos conceptuales en los que se basa la inferencia estadística, seleccionando estrategias de enseñanza activa que eviten la simple transferencia de habilidades técnicas y conduzcan en cambio, a priorizar el desarrollo del razonamiento conceptual y la interpretación. Asumiendo que el profesor será un buen diagnosticador de los problemas de enseñanza, en la medida en que disponga de elementos de juicio fundados para ello, intentamos con este trabajo contribuir a elucidar y divulgar algunas de las dificultades subyacentes en la metodología de las pruebas de hipótesis.

Autores: Pekolj, Magdalena - Pérez, Nélida

Lugar: UN San Luis

e-mail: mpekolj@unsl.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Formación docente primaria

Capacitación cooperativa en matemática

En el marco del Proyecto de articulación IFDC-UNSL destinado al desarrollo profesional docente en contextos de diversidad, inscribimos esta experiencia de capacitación cooperativa de docentes de nivel primario en servicio. La escuela seleccionada por la jurisdicción fue el Centro Educativo N° 3 "Eva Perón", del barrio Juan Carnevale - CGT, ciudad de San Luis, con población heterogénea y problemas de integración social.

Esta experiencia consta de varias etapas: de diagnóstico, de acuerdos en temas disciplinares a tratar, seminario-taller, elaboración de materiales y texto, monitoreo de actividades en algunos grados seleccionados. El diagnóstico realizado en la institución en tres encuentros, dos con los docentes a cargo de grado y uno de revisión de planificaciones y cuadernos de los alumnos, permitió conocer la realidad de la escuela, en cuanto a población, temas de interés para desarrollar en el seminario con los docentes, las dificultades planteadas por ellos y otras detectadas a partir del análisis de las respuestas que dieron en los cuestionarios.

Ante esta realidad observamos que se requiere abordar la enseñanza de la matemática considerando no sólo el dominio disciplinar y el manejo de procedimientos didácticos clásicos, sino elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación.

¿Qué aspectos debemos de tomar en cuenta en este contexto?

Las actividades en el aula no las podemos dejar libradas a la casualidad, el docente debe llevar una propuesta adecuada y equilibrada de las tareas a realizar. La capacitación gira en torno a la alfabetización matemática, entendiendo a ésta como la capacidad del individuo para identificar y comprender el rol que juega la matemática en el mundo, para emitir juicios bien fundamentados y para comprometerse con la matemática, de manera que cubran las necesidades de la vida actual y futura de dicho individuo como un ciudadano constructivo, interesado y reflexivo.

En el seminario-taller a realizar se abordan contenidos disciplinares consensuados con los participantes: números, operaciones, geometría, con eje transversal la resolución de problemas. El objetivo del seminario es que los

docentes puedan: Concebir y hacer frente a situaciones problema ajustadas al nivel y a las posibilidades del alumnado. Descubrir todo un universo de objetos que le rodea y están a su alcance para enseñar matemática. Construir juegos para fomentar un clima escolar de aceptación mutua, cooperación y formación en valores. Construir y planificar dispositivos y secuencias didácticas. Incorporar el uso de materiales disponibles en la biblioteca, y el tratamiento de la información como estrategia de aprendizaje.

Todas las actividades quedaran plasmadas en un texto elaborado en conjunto y puestas en práctica en los grados seleccionados.

Autores: Estela Aliendro- Valdez, Liliana E. - Puga, Carlos - Díaz de Hibbard, Eudisia - Ahumada, Cristina - Herran, Martín- Augusto Estrada V.-Walter Garzón

Lugar: UN Salta

e-mail: aliendro@unsa.edu.ar , valdez@unsa.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Formación y experiencia tutoriales para la profesionalidad docente

El proyecto "Tutores alumnos: un soporte valioso para el ingresante universitario", implementado durante los últimos tres años, tuvo como finalidad lograr una mejora en el rendimiento académico de los alumnos de Introducción a la Matemática y disminuir su deserción, mediante la intervención de un grupo de estudiantes avanzados, seleccionados con el objeto de desarrollar tareas de apoyo en la enseñanza y el aprendizaje de esta materia. Se trata de la primera asignatura de la disciplina matemática que integra los planes de estudio de varias carreras de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta, y por ello cuenta -cada año- con una población estudiantil muy numerosa que ronda el millar de alumnos.

Esta característica constituye de por sí un gran obstáculo para el desarrollo de una comunicación fluida entre estudiantes y docentes, que permita a aquellos afrontar las dificultades del aprendizaje. El proyecto fue formulado bajo la hipótesis de que pares avanzados pueden realizar una mediación más próxima y eficaz entre los ingresantes y el conocimiento que deben adquirir.

Se trata, por lo tanto, de facilitar la transición de los estudiantes entre el nivel secundario del que provienen y el universitario al que desean acceder. Con el objeto de posibilitar la citada mediación se han planificado dentro del

proyecto una serie de actividades. Entre ellas queremos mencionar las de capacitación de los alumnos tutores, a las que queremos referirnos especialmente en esta presentación.

Los tutores alumnos fueron elegidos entre los estudiantes avanzados de carreras de la Facultad, tanto de la Licenciatura en Matemática como del Profesorado en Matemática. Para acceder a su adscripción en carácter de tutores, sortearon una prueba de eficiencia académica sobre los contenidos de Introducción a la Matemática. Si bien es cierto que demostraron un conocimiento adecuado de los mismos, es sabido que esto no siempre es suficiente para asistir a noveles estudiantes en su acercamiento a la asignatura en cuestión. Tampoco alcanzan los deseos de ejecutar la actividad tutorial, por cuanto hace falta poseer técnicas didácticas y comunicacionales para la tarea que les era propia, lo que no siempre se consigue durante la etapa de formación profesional. De allí que pasaron -a partir de su inserción en el proyecto- por un intenso programa de capacitación. El mismo consideró aspectos relacionados con la profundización disciplinar en algunos temas, con la didáctica de la matemática, con las técnicas comunicativas, con la entrevista clínica y con el manejo de herramientas informáticas.

Nos interesa mostrar brevemente los alcances de la capacitación y destacar su influencia en la formación profesional de los alumnos tutores.

Autores: Lecich, Maria Ines - Lorenzo, Silvia - Morales, Emma

Lugar: UN San Juan

e-mail: milecich@yahoo.com.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario

La Metodología y el Diseño Curricular para el logro de Competencias desde la Matemática en Carreras No Matemáticas

El trabajo muestra una línea de investigación educativa que tiene por objetivo evaluar, desde un enfoque multidisciplinario y multifacultades, la capacidad de mejora de la acción educativa. Realizada desde la perspectiva de las competencias matemáticas, los modelos de enseñanza y el diseño curricular de la matemática en carreras de Ingeniería y en otras carreras no matemática de cuatro Facultades de la Universidad Nacional de San Juan. Se coordina desde el Departamento Matemática de la Facultad de Ingeniería y es avalado y subsidiado por la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad. Se trabaja ajustando la educación matemática a los requerimientos

del perfil profesional establecido correspondiente, indagando sobre la relación de la matemática con el ejercicio profesional y la articulación con las disciplinas propias de las carreras. Actúa en el contexto educativo con las actividades académicas, las estrategias metodológicas, la estructuración de contenidos y las pautas institucionales; poniendo especial interés en el contexto social en el que se enmarca.

Autores: Rios, Liliana G. - Herrera, Nora E.

Lugar: San Juan

e-mail: lrselene@sinectis.com.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Profesorado

Propuesta didáctica para la elaboración de planes de clase basados en el aprendizaje reflexivo y la teoría de situaciones didácticas

En este trabajo se desarrolla una propuesta didáctica que se trabaja en la asignatura Seminario de Enseñanza II, del Profesorado de Matemática.

Esta propuesta es una aplicación del modelo de enseñanza basado en el desarrollo de competencias y de la Teoría de situaciones de Brousseau. Se aborda la elaboración de planificaciones de temas del currículum de matemática del nivel secundario, en las que se transfieren los conocimientos adquiridos durante la carrera, en especial del área de formación Pedagógico-didáctica, a la gestión de las clases. Se busca establecer relaciones interdisciplinarias para dar respuesta a situaciones problemáticas que se plantean en la práctica docente, que puedan lograr una motivación intrínseca hacia el autoaprendizaje, desarrollando la responsabilidad y capacidad de reflexión por parte de los alumnos, para adquirir conocimientos científicos y metodológicos suficientes para su desempeño académico.

Autores: Celis, María Belen - Sabatinelli, Pablo Agustín

Lugar: FCEIA-UN Rosario

e-mail: mbcelis@fceia.unr.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

Algunas ideas para corregir interpretaciones erróneas de teoremas clásicos del álgebra lineal

Este trabajo pertenece al proyecto de investigación (I219) Dificultades en el aprendizaje de la matemática básica en carreras de ingeniería (Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario).

Analizamos y clasificamos según Movshovitz- Hadar, Zaslavksy e Invar (1987) resoluciones equivocadas de problemas que creemos derivan de una interpretación errónea de los alumnos de teoremas que corresponden al dictado de la asignatura Álgebra y Geometría II del primer año de las carreras de Ingeniería de FCEIA.

Proponemos finalmente actividades que a nuestro criterio facilitan la correcta interpretación de estos enunciados.

Autores: Lima Díaz, Isaac - Dueñas, María Fernanda

Lugar: Buenos Aires

e-mail: isaacsito@gmail.com

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario

Explicación y argumentación a través de la geometría dinámica de trilados

Propuesta didáctica para la enseñanza de un modelo de geometría plana implementando Cabri Geometre II Plus, en el que se analizan los procesos de argumentación y explicación a partir de las propuestas planteadas por los estudiantes, quienes a partir del uso de las herramientas del Software mencionado axiomatizan y definen los elementos que son parte de una geometría denominada Geometría Dinámica del Trilado GDT.

El auge por el uso de nuevas tecnologías en el aula de clase ha tenido gran éxito en programas relacionados con la geometría, en especial el uso de Cabri

Geometre ha dado un nuevo significado a los procesos de enseñanza, aprendizaje y estudio de geometría tanto a nivel escolar como a nivel universitario. Actualmente, el trabajo realizado en el cuaderno con regla y compás, se ha complementado o trasladado directamente al computador o la calculadora, dando nuevas herramientas a los estudiantes para la adecuada comprensión de los postulados y teoremas de esta rama de las matemáticas.

En toda actividad escolar el papel del docente es importante, en especial cuando se tiene en medio una situación problema, ya que la intervención del profesor, como agente mediador entre el conocimiento y la opinión de los estudiantes, y el currículo propuesto en las preparaciones de clase puede servir de puente entre las dificultades de aprendizaje del estudiante y ser generador de pensamiento en ellos, encaminando el proceso hacia la zona de desarrollo próximo (Ausubel) del alumno en el que su conocimiento es aceptado y complementado a partir de las construcciones y tareas propuestas en cada una de las sesiones. Los docentes tuvieron en cuenta que estaban trabajando a partir de una situación problema: La creación de una nueva teoría de geometría plana. Algunas teorías de la educación como la propuesta del "National Council of Teachers of Mathematics" NCTM, y la del Ministerio de Educación cubano mencionan que la enseñanza con problemas se encuentra en etapas iniciales (NCTM, 1989; MINED, 1999) no se ha desarrollado un cuerpo de conceptos que definan su desarrollo y su ejecución.

También es importante el carácter paradigmático de las nociones, definiciones y teoremas relativos a los contenidos que se presentan para formar una estrategia de superación total del problema, hasta llegar a reducir su solución a algoritmos que se pueden relegar a la rutina humana y posteriormente a la mecánica del computador (Laborde, 1996). Pero antes de la formalización, el docente debe experimentar con esos algoritmos, de modo que, aunque el estudiante no adquiera dominio magistral de ellos, él pueda ser capaz de reproducirlos de acuerdo a su comprensión y así adquirir una práctica aceptable de ellos.

Simultáneamente en las actividades que se presentan, se debe proponer al estudiante que diseñe prácticas adecuadas con el computador a fin de hacerse plenamente familiar con su modo de operación y de sus posibilidades con respecto a los contenidos y el problema de estudio. El maestro debe tener especial cuidado con las consecuencias peligrosas para el alumno de este modo de proceder (Acosta, 2005). Si en un curso se estimula a los estudiantes a trabajar con herramientas computacionales y no llegan a poseer la destreza esperada (Santos Trigo, 2003), puede suceder que al llegar a un nivel superior se encuentren en desventaja con respecto a los estudiantes que las poseen y fracasen ante otros profesores que no les permitan usar los medios que ellos

saben y han podido utilizar en cursos anteriores.

Autores: Parodi, Carlos - Prieto, Fabio - Vicente, Sonia

Lugar: UN Salta

e-mail: sonia@ing.unlpam.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Ingreso Universitario

Articulación nivel medio/polimodal-Universidad: acciones para mejorar el rendimiento de los ingresantes

En este trabajo se presenta un proyecto que está siendo desarrollado en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Pampa por algunos integrantes del departamento de Matemática con la colaboración de otros del Departamento de Informática.

Mediante la implementación de dicho proyecto se pretende establecer un mecanismo de articulación entre el nivel medio/polimodal y la universidad para apoyar al alumno antes de su ingreso al nivel universitario, proponiendo actividades mediante la utilización de un material que les permita ir recordando, revisando o incorporando conocimientos durante el proceso en el que estará inmerso.

Se intenta ampliar los conocimientos de los estudiantes mejorando sus habilidades relacionadas con la matemática, tratando de favorecer su inserción y permanencia en el Nivel Superior. Con la realización de las actividades previstas se pretende que los alumnos desarrollen habilidades que les permitan, desde el pensamiento matemático, enfrentar nuevas situaciones problemáticas buscando caminos alternativos para su resolución; que interpreten los resultados obtenidos y que analicen la factibilidad de los mismos dentro del contexto de la situación planteada, como así también que construyan y/o reconstruyan conceptos matemáticos básicos que les permitan salvar la brecha entre los niveles.

Autores: Andreani, Graciela Lilian - Ortega, Adrián Benjamín - Marijan, Gabriela Cristina - Gómez, Estela - Burgos, Ricardo

Lugar: Universidad Nacional de Salta Regional Tartagal

e-mail: gracielaandreani@arnet.com.ar, ab_ortega02@hotmail.com, gabym_tgal@hotmail.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

La incorporación de recursos tecnológicos en la enseñanza de las matemáticas en el primer año de la carrera de ingeniería

Este trabajo se desarrolla en el marco de un proyecto de investigación del CIUNSA- Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta- y tiene como objetivo mejorar el rendimiento académico y la permanencia de los alumnos ingresantes en la asignatura Matemática I de la carrera de Ingeniería en Perforaciones.

La asignatura Matemática I tiene modalidad cuatrimestral, asisten a la misma aproximadamente 300 alumnos. El porcentaje de alumnos que regularizan y/o promocionan la materia es de aproximadamente el 20%. La mayor pérdida de alumnos se produce en el primer parcial, y el factor que mayor incide en ello es el bajo rendimiento académico.

Nuestra hipótesis es que incorporando herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza lograremos que los alumnos desarrollen estrategias de autocontrol de sus producciones, como así también una mayor motivación y dedicación al estudio. De este modo se intenta contribuir a: compensar la baja relación docente alumno, incorporar nuevas estrategias didácticas que prioricen el proceso de aprendizaje e incrementar la interacción docente-alumno, alumno-alumno fuera y dentro del aula. Esperamos lograr un aumento en los indicadores para el rendimiento académico y la permanencia de entre 10 y 15 puntos.

La metodología de trabajo es cuali-cuantitativa y se inscribe en el marco del paradigma hipotético deductivo. El proyecto inició este año y tienen una duración de tres años. En este periodo tenemos pensado incorporar actividades, con soporte tecnológicos, en todos los temas de la asignatura. Para el ciclo 2009 está prevista la realización de actividades pilotos que serán revisadas y puestas a punto para el periodo 2010. Los propósitos para este año son:

- Seleccionar la plataforma virtual que utilizará el proyecto y la creación de un aula virtual para las actividades pilotos que se implementarán.

- Selección de los contenidos a trabajar. Realización de actividades y sistema de tareas para la implementación del proyecto.
- Selección de los recursos adecuados para trabajar los temas seleccionados.

En este momento la experiencia se ha concretado para el primer tema seleccionado: "Funciones Polinomiales y Racionales", la misma se ha implementado para los alumnos de manera optativa, con modalidad de Taller.

Desarrollamos aquí todo el trabajo de construcción, implementación y análisis de esta primera experiencia, en la que los primeros datos cuali y cuantitativos recogidos son provisorios y, las posibilidades de abordaje de los contenidos, disposición de los alumnos y producción del equipo interdisciplinario de docente ha superado ampliamente nuestras expectativas.

Autor: Emmanuele, Daniela
Lugar: FCEIA UNRosario
e-mail: emman@fceia.unr.edu.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Universitario

¿ Cómo influye la postura del docente respecto a la naturaleza ontológica de la Matemática en la transmisión efectiva del saber? Reflexiones a partir de una clase de Análisis Matemático.

Los procesos de enseñanza-aprendizaje se conciben en general - en términos de la dupla docente-alumno. Ellos son los actores más visibles del complejo y vasto proceso educativo. En el campo específico de la Ciencia Matemática y situándonos concretamente en el ámbito del primer año universitario de las carreras de Ingeniería de la UNR, este proceso se modela enfrentando por un lado, un alumno prácticamente desprovisto de conocimientos aquellos que debió lograr incorporar en la Escuela Media - y que además no posee hábitos de estudio que le permitan participar activamente en dicho proceso; y por el otro, un docente cuyo objetivo es lograr que el alumno pueda aprender ciertos conocimientos matemáticos en las clases teóricas y prácticas desarrolladas en el aula universitaria, a partir en muchos casos, pero no todos del diseño de una estrategia didáctica.

La forma en que se presentan los objetos matemáticos en la clase así planteada y la manera en la que los docentes solemos abordarlos, permite supo-

ner que tales objetos son ideales, y que su incorporación a partir de “representaciones mentales” es una tarea individual a cargo del alumno y donde el profesor sólo puede hacer de guía, desde el lugar que ocupa institucionalmente como aquél que sabe. Debe colaborar en que cada alumno “descubra” por sí mismo semejantes objetos y las propiedades que los caracterizan.

Este planteo, así expuesto, oculta la *naturaleza profundamente social de la Matemática*, que de ninguna manera resulta ser el producto ni de un solo individuo ni tampoco de una dupla. De ello resulta la importancia de considerar que la enseñanza de la matemática dentro del ámbito académico debe plantearse como respuesta a necesidades sociales.

Este trabajo¹ intenta interrogar acerca de la naturaleza discursiva de los objetos matemáticos para aportar una metodología didáctica efectiva para la transmisión de los saberes en el aula.

El entrecruzamiento de los Discursos Pedagógico y Científico, velan las coerciones que la Universidad - en tanto Institución Educativa - ejerce, obstaculizando una dialéctica posible para la formación de los objetos matemáticos en los estudiantes.

Se analiza una experiencia diseñada sobre una estrategia didáctica que se llevó a cabo en una clase de Análisis Matemático, y a partir de la misma se deducen las posibles consecuencias en cuanto a la efectividad que pudiera tener para favorecer el aprendizaje en este caso - del “límite de una función en un punto”. Además se la propone como un primer paso en la tarea de investigar si es posible entonces darle un status ontológico discursivo a la Matemática y si de ello se derivan mejoras en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Autores: Chacón, Martín - Rodríguez, Mabel

Lugar: Buenos Aires

e-mail: machacon@ungs.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Ingreso Universitario

Un acercamiento al conocimiento metacognitivo sobre resolución de problemas de estudiantes de nivel pre-universitario

Ser competente en la tarea de resolver problemas requiere, entre otros aspectos, que el estudiante sea capaz de “monitorear su ejecución, detectar dificultades, evaluar su progreso y predecir los resultados de su actividad”.

Estas tareas forman parte de lo que diversos autores denominan procesos metacognitivos.

En el presente artículo nos proponemos diagnosticar el conocimiento metacognitivo respecto de la resolución de problemas que desarrollaron estudiantes de la asignatura Matemática del Curso de Aprestamiento Universitario de la Universidad Nacional de General Sarmiento hacia finales de la cursada 2008.

En este trabajo nos posicionamos en los lineamientos teóricos de la Escuela Anglosajona (o Problem Solving) de la Didáctica de la Matemática. Describimos el contexto en el que se desarrolló esta investigación, presentamos el marco teórico, el planteo del problema, los elementos metodológicos, el instrumento utilizado y el modo diseñado para analizar los datos.

Éste permitió analizar los resultados de manera individual, indicando cómo se ve cada alumno como resolutor de problemas, y de manera global tomando como elementos seis aspectos centrales que permiten describir el conocimiento metacognitivo de los sujetos.

Autores: Passamai, Teresita Maria - Colodro, Rosana

Lugar: Salta

e-mail: pasamait@unsa.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario- Universitario

Experiencia taller Matlab Tic's primero y segundo

En el marco del Proyecto de Investigación "Nueva Metodología de Enseñanza en Matemática 1" acreditado por el CIUNSA, se propone un Sistema de Tareas interactivo para apoyar, el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Lineal en la asignatura Matemática 1, de 1º año de la Facultad de Cs. Exactas de la Universidad Nacional de Salta. Realizamos guías de trabajos prácticos con actividades para el uso del programa MatLab, en temas de la asignatura. En el desarrollo de los dos talleres, para las actividades implementadas nos basamos en: a) El aprendizaje con la participación activa y voluntaria. b) El interés, que es el motor del aprendizaje. c) El trabajo cooperativo para estimular el desempeño personal no competitivo, sino colaborativo y competente.

En el primer Taller, presentamos temas de "Matemática Básica", en dos Guías de trabajos prácticos: Operaciones con números reales y complejos

combinadas. Representación gráfica. Polinomios, teoremas e interpretaciones gráficas. Estos temas, permiten que los destinatarios del Taller se presente para los Niveles educativos: Secundario, Terciario y Universitario.

En el segundo, los temas están vinculados con matrices y vectores. También en dos Guías de trabajos prácticos: Como operar con matrices y vectores. Obtención y estudio de las propiedades de Determinantes. Inversa de una matriz y Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Autores: Chillemi, Ana María - Ruiz, Susana - Ciancio, María Inés - Oliva, Elisa

Lugar: FCFN-UNSJ

e-mail: anachillemi@sinectis.com.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

Aplicación de un Modelo Difuso para la Calificación de Evaluaciones entre pares(EVEPAR)

En esta propuesta se presenta un Sistema de Ayuda Difuso para Calificar Evaluaciones, es un modelo matemático orientado a criterios, diseñado para calificar el cumplimiento de los objetivos de una asignatura teniendo en cuenta la incidencia directa o indirecta de cada objetivo sobre los restantes.

Este modelo difuso se elaboró en el Proyecto de Investigación "Aplicación de la Lógica Difusa a la Toma de Decisiones y la Gestión del Conocimiento", de la Facultad de Ingeniería, y en esta propuesta se muestra la aplicación que se realizó en el Proyecto "Educación Colaborativa Autogestionada Parte II", de la Facultad de Ciencias Exactas. Los objetivos a evaluar fueron los formulados por la Profesora de la asignatura "Estructura y Funcionamiento de Computadoras I", de la carrera Licenciatura en Ciencias de la Computación, de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNSJ, y las calificaciones parciales de los objetivos son las que otorgó cada alumno al trabajo realizado por uno de sus pares. Ambos Proyectos de Investigación fueron aprobados por SECyT y UNSJ, Códigos 21/ I 532 y 21/ E 826, respectivamente.

Para elaborar el modelo difuso se formularon predicados que modelan la importancia intrínseca de cada objetivo, la incidencia de un objetivo en el otro, la importancia final de cada objetivo a partir de su importancia intrínseca, su incidencia en los restantes objetivos y finalmente el que modela la calificación final obtenida de las calificaciones parciales vinculadas a la importancia total de cada objetivo.

Para dar una medición de los predicados que se formularon se utilizó Lógica Difusa Compensatoria que permite “medir” los resultados de las operaciones lógicas y por lo tanto “medir” cada uno de los predicado formulados. En este modelo prevalece el criterio del docente a cargo de la asignatura, quien otorga la valoración de la importancia intrínseca de cada objetivo y de la importancia de su incidencia en los otros objetivos.

Actualmente, se está incorporando el Sistema de Ayuda en la herramienta EVEPAR (evaluación entre pares) del segundo Proyecto antes mencionado, con el objetivo de que los alumnos, vía internet, califiquen trabajos presentados por sus pares con sólo introducir las calificaciones parciales que otorguen al cumplimiento de los objetivos evaluados. En la experiencia de aplicación que se muestra, cada trabajo es evaluado por sólo un alumno, sin embargo, el algoritmo de Cálculo del Sistema de Ayuda Difuso propuesto permite considerar más de un evaluador.

Los resultados que se muestran se obtuvieron con un programa en Matlab elaborado por los autores de este trabajo.

Autores: Mattos, César Osvaldo Ceferino

Lugar: Mar del Plata

e-mail: cesarmattos2004@hotmail.com

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario

Matemática para todos. Recursos para la accesibilidad a la educación, orientados a personas con discapacidad visual

Cada vez es mayor el número de personas ciegas o con alguna disminución visual importante en edad escolar que, afortunadamente, se encuentran integrados al sistema educativo convencional y en particular a los niveles de enseñanza media. Debido a esto, es muy importante que los docentes dispongan de información básica sobre las herramientas tecnológicas que pueden hacer más accesible la educación para la población con discapacidad visual. Es por este motivo, que desde mi experiencia como persona ciega y como profesor de Matemática e Informática Educativa realizo la siguiente propuesta con el objetivo de brindar al docente alguna información básica sobre estos recursos.

En el presente trabajo pretendo desarrollar una visión histórica de las barreras más comunes asociadas a la discapacidad visual y de los distintos

elementos disponibles para que una persona con dicha discapacidad pueda acceder a la educación convencional, desde la lectoescritura braille y el uso del ábaco, hasta los elementos tecnológicos que hoy en día existen.

Actualmente se dispone del lector de pantallas NVDA, que es un software libre y un valioso recurso cuyo uso deseo mostrar a través de una propuesta de enseñanza que aborda la gráfica de funciones, contenido que se trabaja en varios años de la educación formal. En la propuesta se muestra la utilidad de las hojas de cálculos Microsoft Excel como soporte para el estudio de las funciones, y sus posibilidades de uso frente a un alumno con discapacidad visual. Estos recursos pueden ser utilizados en una sala de informática de un colegio convencional que disponga de computadoras en estado razonable con software actualizado y permiten que un alumno con discapacidad visual pueda interactuar con la computadora con la autonomía que le permite el lector de pantallas.

Autores: Vázquez, Stella Maris - Difabio de Anglat, Hilda Emilia

Lugar: Buenos Aires

e-mail: stellavazquez@gmail.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Niveles de razonamiento formal en alumnos de Ingeniería

El tema del razonamiento lógico formal, dentro de la psicología de la inteligencia, ha sido estudiado por J. Piaget, en el marco de su concepción de la inteligencia como forma móvil y reversible del equilibrio de los procesos vitales. Este tipo de razonamiento es propio del tercer período de la evolución intelectual, caracterizado por el logro de los esquemas operatorios de proporcionalidad, control de variables, combinatoria, correlación y probabilidad. Se presentan los resultados de un trabajo que exploró el nivel de logro de estos esquemas en alumnos de primer año de Ingeniería, a partir de la aplicación de un test de lápiz y papel. Se informan los resultados de los análisis de confiabilidad y validez del instrumento y el nivel de logros en una muestra de 709 estudiantes que cursaban alguna de las cuatro especialidades de Ingeniería en una Universidad argentina.

Resultados: La prueba tiene coeficientes de confiabilidad consistentes. La validez se mostró a través de análisis factoriales de primer y segundo orden. La prueba tiene potencialidad discriminativa y su nivel medio de dificultad

es de 0,57, coeficiente que satisface el requerimiento de la teoría estadística. Los resultados muestran que un 33 % de los sujetos de la muestra se halla en el nivel concreto y sólo el 39 % ha logrado los esquemas operacionales formales.

Los esquemas de razonamiento probabilístico y correlacional son los menos logrados por los estudiantes de 1er. Año. La convergencia de estos resultados con los de investigaciones en otros países, muestran que el TOLT puede ser un instrumento válido en la investigación transcultural.

Autor: Pozas, Diana Cecilia

Lugar: Bariloche

e-mail: dianapozas@yahoo.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Secundario

Formas de resolución de un problema escolar y valoraciones de los profesores

En este trabajo se presenta una encuesta respondida por un grupo de profesores de matemática.

Dicha encuesta tuvo como principal objetivo que el docente reflexione sobre las diferentes resoluciones dadas a un mismo problema de álgebra elemental y finalmente mencione cuál es la que más valora, traduciendo dicha valoración a una nota numérica. Las resoluciones fueron efectuadas por estudiantes de 4° año y diferían entre sí según el sistema de representación utilizado por el alumno. Estos sistemas fueron: simbólico, gráfico-simbólico y aritmético. En general, los profesores de la muestra otorgaron notas altas a las distintas formas de resolución y aportaron observaciones para cada una de ellas. Dichas observaciones sugieren, sin embargo, que si bien el alumno resolvió el problema, no procedió de la forma que se esperaba para su nivel de escolaridad.

En este trabajo se anexa dicha encuesta y se concluye con algunas reflexiones en torno a las respuestas obtenidas.

Autor: Benavente, Miguel
Lugar: UNMDP
e-mail: benavent@mdp.edu.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Profesorado

Un tour por la modelación matemática con Matlab

El curso que se propone en el presente trabajo, coloca a las aplicaciones en el centro de la escena y tanto la matemática subyacente como el software pertinente se convierten en herramientas imprescindibles. Se basa en el desarrollo de modelos matemáticos de los más diversos orígenes, que terminan siendo analizados y resueltos en el laboratorio de computación, respaldados por un potente software. La gran variedad de problemas propuestos requiere la utilización de los recursos de la mayoría de los cursos básicos, por lo que su incorporación a las carreras de matemática o afines es recomendable a partir de tercer año. Los contenidos matemáticos propios del curso se desarrollarán paralelamente, evitando todo tipo de demostraciones engorrosas que no contribuyan a la filosofía del mismo. Los modelos fueron clasificados en tres grupos, los dos primeros corresponden a modelos determinísticos (continuos con ecuaciones diferenciales, o discretos con ecuaciones en diferencias) y el restante a modelos estocásticos. Una lista tentativa podría ser la siguiente:

CONTÍNUOS: Poblacionales: Malthus, Logístico. Pesquerías, Schaeffer. El Spruce Budworm. Decaimiento Radiactivo. El Oscilador Armónico: Resonancia, Pulsaciones, Función Ganancia. Epidemias. Predador-Presa. Lotka-Volterra. Interacción entre especies: Competencia, Mutualismo.

DISCRETOS: Amortización de Préstamos. Retiros Programados. Cobweb, Oferta y Demanda. La Logística Discreta: Bifurcación, Caos. La Ruina del Jugador. Propagación de Plantas Anuales. Una epidemia de Sarampión. Matriciales de Población: Leslie.

ESTOCÁSTICOS: El Problema de las Cabras y el Auto. El Dilema del Prisionero 2. El Problema de los Cumpleaños El Pase Inglés y Simulación. El Álbum de Figuritas. El Número pi y el método de Montecarlo. La Paradoja de Bertrand.

En esta presentación los modelos están ordenados temáticamente, y fueron seleccionados por la influencia histórica que ejercieron cuando fueron creados, porque fueron generados para resolver aparentes paradojas como el de Lotka-Volterra, porque a la luz de sus resultados se generaron líneas de

trabajo como el de la Logística Discreta y el Caos, o por ser representativos del contexto matemático en que se desarrollan, como el oscilador armónico y la ruina del jugador. La lista es interminable, y el solo trabajo de selección es una ardua tarea que está en permanente desarrollo.

Algunos de los modelos más simples, y aquellos que constituyen aplicaciones directas se pueden incorporar en las guías de Trabajos Prácticos en las cuales se ha evitado cualquier tipo de ejercitación que haga referencia directa a los contenidos matemáticos.

El objetivo de los pre-requisitos y de los resultados matemáticos que se exponen, está dirigido a que el alumno sea un usuario responsable y calificado del software que tiene a disposición. Así, sabrá cuando debe buscar un ciclo límite en un modelo predador-presa, apoyado en el teorema de Poincaré-Bendixon, podrá describir las propiedades ergódicas de una población clasificada por edad, aplicando el teorema de Perrón-Frobenius, o corroborar la ley de los grandes números simulando el simple experimento de arrojar una moneda. Además le permitirá encarar modelos más complejos, cosa que en este programa se hace a través de los proyectos, lista que no debe ser cerrada, y que puede admitir incluso el aporte de otras disciplinas presentes, promoviendo así que los roles de docentes y alumnos se confundan, construyendo juntos el conocimiento.

Este curso requiere un régimen de evaluación continua culmina con un trabajo de seminario (los Proyectos mencionados) que podrá ser individual, o en pequeños grupos para propiciar la discusión, cosa que también se fomentará durante las clases prácticas. Por esta razón es muy conveniente inscribir a este curso en un régimen promocional, y podrá incorporarse en el currículo como asignatura obligatoria o en calidad de optativa.

Finalmente, por su diversidad, el enfoque integrador de distintas disciplinas como la biología, la física, la economía, la ingeniería, los recursos naturales, los juegos de azar, etc., y la variedad de temas matemáticos que involucra, puede constituir una interesante propuesta como curso de Capacitación Docente.

Autor: Aguirre, Nélida
Lugar: UN Río Cuarto
e-mail: nvaguirre@exa.unrc.edu.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Universitario

El problema con mezclas en una secuencia de actividades de aprendizaje basado en proyectos

El proceso de elaborar un proyecto permite y alienta a los estudiantes a: experimentar, realizar un aprendizaje basado en descubrimientos, aprender de sus errores y enfrentar y superar retos difíciles e inesperados.

El trabajo que se presenta contiene la descripción de una secuencia de actividades de aprendizaje por proyectos a partir de un problema clásico del área de aplicación de las ecuaciones diferenciales: el problema con mezclas. Se utiliza este problema como motivación, ofreciéndolo en un contexto real que implica la realización, por parte de los estudiantes, de una tarea de indagación, acción, organización, análisis y síntesis de la información, presentación y comunicación.

El proyecto requiere la utilización de aptitudes para investigar y, mientras se construyen conocimientos, ayuda a que dichas aptitudes se desarrollen.

En la ejecución del proyecto, además de lo referente a ecuaciones diferenciales, se tratan temas relacionados con el cálculo de áreas y de volúmenes, el uso de escalas para ampliación de imágenes e integración numérica.

Autores: Dueñas, María Fernanda - Lima Díaz, Isaac

Lugar: Buenos Aires

e-mail: duenas.fernanda@gmail.com

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario - Profesorado

Argumentación y explicación a partir de las cónicas y las superficies
cuádricas con la métrica del taxista

Desarrollo teórico - práctico de la propuesta para docentes de matemáticas que involucra el estudio de las cónicas en la geometría plana y de las superficies cuádricas en la geometría del espacio con la métrica del taxista y la adecuación a los procesos de argumentación, explicación y demostración en la construcción de los conceptos matemáticos involucrados, para generar inquietudes en los esquemas conceptuales construidos a partir de las representaciones icónicas o gráficas. Se construyen las cónicas en el plano desde la noción y no desde la representación desde la cual normalmente se estructuran, y se imita el trabajo de construcción de las superficies cuádricas en el espacio, en el que se construyen objetos a partir de los cortes en los planos XY, YZ y XZ, permitiendo ampliar diversas representaciones mentales con su respectiva argumentación.

Este propuesta pretende desarrollar desde la estructura de un objeto matemático llamado cónica y utilizando una métrica no convencional (métrica del taxista) los cuestionamientos necesarios que realiza un docente en su afán de generar procesos generales requeridos en un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, encontrando una tendencia a posibilitar acciones o situaciones enmarcadas dentro de la comunicación, que no son otra cosa más que la utilización de diversos tipos de lenguaje o de registros que se entrecruzan en la escuela.

Ubicados en este referente se estructura un gran cuestionamiento sobre el trabajo a realizar en la escuela; el cual, referenciado dentro de los Sistemas Semióticos y planteados a partir de sus herramientas entendidas como representaciones, generadas como formas de expresar ciertas justificaciones dentro de un marco de referencia llamado razonamiento: ¿Por qué la argumentación y sus procesos no se incentivan en el aula de clase como un requerimiento a nivel conceptual, procedimental y de valoración en la construcción del conocimiento? Si los mismos rompen con la estructura conceptual basada desde lo visual, y se encamina a la construcción del ente, desde la perspectiva de las relaciones subyugadas a la matemática.

Autor: Bernardis, Silvia Mónica
Lugar: Santa Fe
e-mail: silvia.bernardis@gmail.com
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Secundario

Fermat en Tren Bala

El objetivo de la comunicación es reflexionar a través de una actividad concreta en torno a la Resolución de Problemas en Matemática.

La Resolución de Problemas es considerada como la innovación más importante de la Matemática en la década de los 80. Pero a pesar de esto, y de que la misma se ha estudiado mundialmente por especialistas de diferentes ramas del saber como filósofos, dentro de los que se cuentan Descartes y Dewey; psicólogos, como Newel, Simon, Hayes y Vergnaud; matemáticos profesionales, como Hadamard y Polya y educadores matemáticos como Steffe, Nesther, Kilpatrick, Bell, Fishbein y Greer, cada uno de los cuales ha dado un enfoque propio a la investigación en Resolución de Problemas; queda mucho por sistematizar en este campo y un ejemplo de ello es que no existe aún la caracterización universalmente aceptada de los términos problema y Resolución de Problemas (A. Tortosa, 1999).

Bruner considera que lo importante no son las cosas específicas que se aprenden, sino aprender a aprender, que los estudiantes aprendan procedimientos para la resolución de problemas, que aprendan a buscar referencias que les permitan situarse ante un interrogante. Los procedimientos que se utilizan para resolver problemas deben ser más valorados que las soluciones porque el saber es un proceso, no un producto.

Instruir a alguien (...) no es conseguir que guarde resultados en la mente. En cambio, es enseñarle a participar del proceso que hace posible el conocimiento. Aprender es desarrollar la capacidad para resolver problemas y pensar sobre la situación que se enfrenta. Aprender es Aprender a Ser. (J. Bruner. 1984).

Las actividades que se presentan están basadas en la exploración e investigación a través de la geometría dinámica. La organización de las mismas se realiza en base a lo que Van Hiele sugiere, en cinco fases de aprendizaje.

Comunicaciones Científicas
UMA 2009
Universidad Nacional de Mar del Plata

Álgebra y Teoría de Números

Organizan:

Leandro Cagliero - Guillermo Cortiñas - Sonia Trepode

Conferencia Invitada
Fernando Fantino
Universidad Nacional de Córdoba

Álgebras de Hopf punteadas sobre grupos esporádicos

El cuerpo de base es \mathbb{C} . El problema general es clasificar las álgebras de Hopf punteadas de dimensión finita, donde punteada significa que el corradical es un álgebra de grupo $\mathbb{C}G$. Es natural considerar inicialmente la familia de los grupos finitos simples, que consta de los grupos alternantes, los de tipo Lie (y sus variaciones) y los 26 esporádicos (o 27, si se considera el grupo de Tits). En este trabajo se considera G un grupo esporádico simple.

Teorema. [AFGV] *Sea G uno de los grupos de Mathieu M_{12} , M_{22} , M_{23} o M_{24} , o uno de los grupos de Janko J_1 , J_2 o J_3 , o el grupo de Suzuki Suz , o el grupo de Higman-Sims HS , o uno de los grupos de Conway Co_1 , o Co_3 , o el grupo de Rudvalis Ru , o el grupo de O’Nan ON , o el grupo de Held He , o el grupo de Tits T , o el grupo de Harada-Norton HN , o el grupo de Thompson Th . Toda álgebra de Nichols sobre G tiene dimensión infinita. En consecuencia, si H es un álgebra de Hopf punteada con $G(H) \simeq G$, entonces H es isomorfa al álgebra de grupo de G .*

Las pruebas consisten en determinar si las clases de conjugación de G satisfacen ciertas propiedades; los correspondientes cálculos se realizaron con el programa GAP.

Se tienen resultados parciales que cubren la mayoría de las clases de conjugación de los grupos esporádicos restantes; salvo los grupos *Baby Monster* y *Monster*, que al momento de redactar esta comunicación aún no fueron tratados.

Trabajo en colaboración con Nicolás Andruskiewitsch, Matías Graña y Leandro Vendramín.

Referencias

[AFGV] N. Andruskiewitsch, F. Fantino, M. Graña and L. Vendramin, *Pointed Hopf algebras over the sporadic simple groups*, preprint arXiv:0906.1352v2 [math.QA].

Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Fernando Fantino, Matías Graña y Leandro Vendramin

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Nicolás Andruskiewitsch

Álgebras de Hopf punteadas sobre grupos alternados

El cuerpo de base es \mathbb{C} . El problema general es clasificar las álgebras de Hopf punteadas de dimensión finita, donde punteada significa que el corradical es un álgebra de grupo $\mathbb{C}G$. Si G es abeliano, se conoce la clasificación bajo la hipótesis de que los primos que dividen a su orden son mayores que 7. Se han descubierto pocos ejemplos 'genuinos' con G no abeliano.

Los siguientes resultados forman parte de los trabajos [1] y [2].

Sea $m \geq 5$ un natural.

Teorema. *Sea G el grupo alternado \mathbb{A}_m . Toda álgebra de Nichols sobre G tiene dimensión infinita. En consecuencia, si H es un álgebra de Hopf punteada con $G(H) \simeq G$, entonces H es isomorfa al álgebra de grupo de G .*

Análogamente, se muestra que las álgebras de Nichols sobre el grupo simétrico \mathbb{S}_m tienen dimensión infinita, excepto eventualmente dos relacionadas con la órbita de trasposiciones, y la clase de tipo $(2, 3)$ en \mathbb{S}_5 .

Las pruebas permiten concluir resultados más generales, sobre álgebras de Nichols asociadas a racks que admiten cocientes isomorfos a ciertas clases de conjugación dentro de \mathbb{A}_m o \mathbb{S}_m .

Referencias

- [1] N. Andruskiewitsch, F. Fantino, M. Graña and L. Vendramin, *Finite-dimensional pointed Hopf algebras with alternating groups are trivial*, preprint arXiv:0812.4628v3 [math.QA].
- [2] ———, *On pointed Hopf algebras associated with the symmetric groups II*, preprint arXiv:0904.3978v1 [math.QA].

Autores: Gastón Andrés García y Agustín García Iglesias

Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Agustín García Iglesias

Álgebra de Hopf punteadas grupos sobre S_4 de dimensión finita

Las álgebras de Hopf punteadas son aquellas cuyo coradical es igual al álgebra del grupo de elementos tipo grupo. Para su estudio se han desarrollado técnicas muy útiles, principalmente en [AS], donde un progreso significativo se ha logrado en el caso en el que este grupo es abeliano. Cuando el grupo no es abeliano, el problema no está resuelto en general. Sin embargo, para muchos grupos la única álgebra de Hopf punteada posible es la trivial, ver por ejemplo [AFGV]. En [AG] se definió una familia de álgebras de Hopf punteadas no triviales sobre S_4 . Contaremos en esta charla cómo, siguiendo ideas allí expuestas, definimos en [GG] dos familias más de álgebras de Hopf punteadas, desarrollamos parte de su teoría de representaciones y combinamos estas ideas con algunas técnicas de álgebras cuadráticas para probar que estas álgebras son álgebras de Hopf punteadas sobre S_4 y que conforman la lista exhaustiva de las álgebras de este tipo. Hasta ahora, esta clasificación sólo se había logrado para el grupo S_3 , en [AHS], mediante técnicas diferentes. En ese mismo artículo se clasifican las álgebras de Nichols de dimensión finita sobre S_4 , lo que constituye un paso clave en nuestro trabajo. Asimismo, mostraremos que todos los posibles levantamientos de las álgebras de Nichols sobre S_5 de dimensión finita conocidas al momento están dados por familias de álgebras de Hopf punteadas definidas también en [GG].

Referencias

- [AFGV] Andruskiewitsch, N., Fantino, F., Graña, M. y Vendramín, L., *Finite-dimensional pointed Hopf algebras with alternating groups are trivial*, arXiv:00812.4628.
- [AG] Andruskiewitsch, N. y Graña, M., *Examples of liftings of Nichols algebras over racks*, Algebra Montp. Announc. 2003, Paper 1, 6 pp. (electronic).
- [AHS] Andruskiewitsch, N., Heckenberger, I. y Schneider, H.J., *The Nichols algebra of a semisimple Yetter-Drinfeld module*, arXiv:0803.2430v1.
- [AS] Andruskiewitsch, N. y Schneider, H.J., *On the classification of finite-dimensional pointed Hopf algebras*, Annals of Mathematics; Accepted, (2006).

- [GG] García, G. y García Iglesias, A. *Finite dimensional pointed Hopf algebras over S_4* arXiv:0904.2558v1.

Autor: Iván Angiono

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba

Categorías punteadas sobre grupos cíclicos

De acuerdo a lo probado por Etingof y Ostrik, las categorías tensoriales cuyos elementos tienen dimensión de Frobenius-Perron entera corresponden a categorías de representaciones de quasi-álgebras de Hopf. Las categorías tensoriales punteadas aparecen naturalmente como las categorías de comódulos de álgebras de Hopf punteadas. En un contexto más general, cuando el asociador no es trivial, tales categorías corresponden a las categorías de representaciones de quasi-álgebras de Hopf básicas.

En una serie de papers, Etingof y Gelaki describieron las quasi-álgebras de Hopf asociadas a grupos cíclicos de orden primo. Siguiendo un esquema similar, se estudian las quasi-álgebras de Hopf sobre grupos cíclicos de orden no divisible por 2,3: primero se describen quasi-álgebras de Hopf radicalmente graduadas para luego estudiar los correspondientes liftings.

Referencias

- [1] P. Etingof and S. Gelaki, On radically graded finite-dimensional quasi-Hopf algebras, *Mosc. Math. J.* **5** (2005), no. 2, 371–378.
- [2] P. Etingof and S. Gelaki, Liftings of graded quasi-Hopf algebras with radical of prime codimension, *J. Pure Appl. Algebra* **205**, No.2, 310–322 (2006).
- [3] P. Etingof, S. Gelaki, The small quantum group as a quantum double, Abstract and file, arXiv:0902.0332.

Autores: J. Araujo y K. Paz

Lugar: FCE - Universidad Nacional del Centro

Expositor: Karina Paz

Dimensiones de Modelos de Gel'fand

Un *modelo de Gel'fand* para un grupo finito G , es una representación ordinaria de G cuyo carácter es la suma de todos los caracteres irreducibles de G . Material sobre modelos de Gel'fand relacionado con grupos de reflexiones puede encontrarse en [1], [2], [3], [4], [5] y [6].

Cuando todas las representaciones irreducibles de G pueden ser realizadas sobre los números reales, es consecuencia del indicador de *Fröbenius-Schr* que la dimensión de un modelo de Gel'fand para G coincide con el número de involuciones de G . Este es el caso de los grupos de Coxeter o grupos finitos de reflexiones en un espacio eculideano.

Se obtiene una expresión para la dimensión de un modelo de Gel'fand del grupo de reflexiones complejo imprimitivo $G(m, p, n)$. De la misma se concluye que esta dimensión coincide con el número de pseudo-involuciones en $G(m, p, n)$, es decir, elementos que se representan como productos de reflexiones en $G(m, 1, n)$ cuyas raíces son ortogonales dos a dos. De esta manera, se extiende el resultado válido para grupos de Weyl donde las pseudo-involuciones son precisamente las involuciones.

Nuestro interés es por conocer la dimensión de estos modelos de Gel'fand, obedece a la posibilidad de usar esta información en la construcción de los mismos.

Referencias

- [1] Adin, R. M., Postnikov, A., Roichman, Y., *A Gel'fand model for Wreath Products*, arXiv:math.RT/08022824 v1, 2008.
- [2] Adin, R. M., Postnikov, A., Roichman, Y., *Combinatorial Gelfand Models*, arXiv:math.RT/07093962 v2, 2008.
- [3] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gelfand Model for the Weyl group of type D_n and the branching rules $D_n \hookrightarrow B_n$* . Journal in Algebra, vol. 294, (2005), 97-116.
- [4] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gelfand Model for the Symmetric Generalized Group*, Communications in Algebra, 37 (5), 1808 - 1830 (2009).
- [5] Baddeley, R., *Models and Involution Models for Wreath Products and certain Weyl Groups*. Journal of London Mathematical Society no. 44, serie 2 (1991) 55-74.
- [6] Kodiyalam, V. and Verma, D.N., *A natural representation model for symmetric groups*. arXiv:math.RT/0402216 v1, 2006.

Autores: J. Araujo y M. Natale

Lugar: FCE, Univ. Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Expositor: M. Natale

Restringiendo representaciones del grupo de Weyl $W(F_4)$

Un *modelo de Gel'fand* para un grupo finito G , es una representación ordinaria de G cuyo carácter es la suma de todos los caracteres irreducibles de G . Para grupos de Weyl clásicos de tipos A_n , B_n y D_{2n+1} o grupos de reflexiones unitarias $G(m, 1, n)$, se han presentado modelos de Gel'fand en [1], [2], [3], [4] y [5].

Sin embargo, para los casos excepcionales de grupos de Weyl, la construcción de modelos de Gel'fand parece complicarse notablemente. Se presenta la resolución de las restricciones de las representaciones irreducibles del grupo de Weyl $W(F_4)$ a un subgrupo de tipo B_4 . El cálculo de dichas restricciones tiene por finalidad posibilitar cierto progreso en la búsqueda de un modelo de Gel'fand para el grupo $W(F_4)$, teniendo en cuenta que el tratamiento de las representaciones irreducibles, en el caso de un grupo de Weyl de tipo B_4 , es particularmente accesible.

Referencias

- [1] Adin, R. M., Postnikov, A., Roichman, Y., *A Gelfand model for Wreath Products*, arXiv:math.RT/08022824 v1, 2008.
- [2] Adin, R. M., Postnikov, A., Roichman, Y., *Combinatorial Gelfand Models*, arXiv:math.RT/07093962 v2, 2008.
- [3] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gelfand Model for the Weyl group of type D_n and the branching rules $D_n \hookrightarrow B_n$* . Journal in Algebra, vol. 294, (2005), 97-116.
- [4] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gelfand Model for the Symmetric Generalized Group*, Communications in Algebra, 37 (5), 1808 - 1830 (2009).
- [5] Kodiyalam, V. and Verma, D.N., *A natural representation model for symmetric groups*. arXiv:math.RT/0402216 v1, 2006.

Conferencia Invitada**Gabriela Jeronimo****Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires**

Resolución de sistemas
de ecuaciones diferenciales algebraicas implícitas

Un invariante fundamental relacionado con la complejidad de la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAE) es el *índice de diferenciación* del sistema ([1]). Para sistemas de ecuaciones de primer orden, este invariante es una cota superior para la cantidad mínima de veces que deben diferenciarse las ecuaciones del sistema para que las derivadas de las incógnitas queden determinadas en función de las incógnitas (es decir, para obtener un sistema ODE explícito).

La extensión de métodos numéricos conocidos para la resolución de sistemas ODE ha dado lugar al desarrollo de procedimientos numéricos eficientes para resolver sistemas de índice 0 o 1 ([4]). Algunos de estos métodos también han sido generalizados al caso de sistemas DAE de índice arbitrario (ver, por ejemplo [5], donde se presenta una adaptación del método de Taylor), aunque para sistemas de índice alto resultan sensiblemente más costosos que para aquellos de índice bajo. Esto ha motivado al estudio de métodos de *reducción del índice*, que consisten en dado un sistema DAE encontrar otro equivalente pero con índice de diferenciación más bajo ([4]).

En esta charla presentaremos un nuevo método de reducción del índice para sistemas DAE quasi-regulares de orden arbitrario. Este método se basa en una caracterización algebraica del índice de diferenciación ([2]) y la aplicación de técnicas provenientes del ámbito de la resolución simbólica de ecuaciones polinomiales ([3]) para la obtención de un sistema lineal semi-explícito de índice 1 asociado al dado. Por medio de un teorema de existencia y unicidad de soluciones (extensión del demostrado en [2]) garantizamos que el sistema de índice 1 calculado permite hallar soluciones del sistema original para condiciones iniciales en un abierto apropiado.

Trabajo en colaboración con Lisi D'Alfonso (a), Alexandre Sedoglavic (b) y Pablo Solernó (c)

(a) Departamento de Ciencias Exactas, CBC, Universidad de Buenos Aires,
(b) Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille (UMR USTL- CNRS 8022),

(c) Departamento de Matemática, FCEN, Universidad de Buenos Aires.

Referencias

- [1] K. Brenan, S. Campbell, L. Petzold, Numerical Solution of Initial-Value Problems in Differential-Algebraic Equations, SIAM's Classics in Applied Mathematics, Philadelphia, 1996.
- [2] L. D'Alfonso, G. Jeronimo, G. Massaccesi, P. Solernó, On the index and the order of quasi-regular implicit systems of differential equations. Linear Algebra Appl., Vol. 430 (2009) No. 8-9, pp. 2102-2122.
- [3] M. Giusti, G. Lecerf, B. Salvy, A Gröbner free alternative for polynomial system solving. J. Complexity 17 (2001), no. 1, 154-211.
- [4] P. Kunkel, V. Mehrmann. Differential-algebraic equations. Analysis and numerical solution. EMS Textbooks in Mathematics. European Mathematical Society, Zürich, 2006.
- [5] J.D. Pryce, A simple structural analysis method for DAEs. BIT 41 (2001), no. 2, 364-394.

Conferencia Invitada

Nicolás Botbol

FCyN, Universidad de Buenos Aires, IMJ, Université de Paris 6

Regularidad de Castelnuovo-Mumford G -graduada y aplicaciones

En este trabajo damos una definición de *regularidad de Castelnuovo-Mumford* para un anillo conmutativo R , provisto de una graduación dada por un grupo abeliano finitamente generado G , en función del soporte ciertos módulos de cohomología local, que generaliza las de [HW04] y [MS04]. Para ello, distinguimos un ideal B de R , y determinamos subconjuntos de G en donde los módulos $H_B^i(R)$ están soportados. Así mismo, estudiamos la regularidad de algunos anillos particulares: anillos de polinomios \mathbb{Z}^n -graduados, y mostramos que en estos casos esta noción de regularidad coincide con la usual. Un caso interesante es el de los anillos de Cox de variedades tóricas, en donde la graduación viene dada por su grupo de Chow (cf. [Cox95]).

Posteriormente, establecemos, para un R -módulo G -graduado, M , una relación entre los soportes de los módulos $H_B^i(M)$ y los de números de Betti de M , generalizando la dualidad ya conocida en el caso \mathbb{Z} -graduado.

En el marco de las aplicaciones, cabe destacar que esta teoría interesa, en particular, en el cálculo de ecuación implícita de una hipersuperficie, dada como la imagen de una aplicación racional $\phi : X \dashrightarrow \mathbb{P}^n$, de una variedad tórica X a \mathbb{P}^n . En los resultados precedentes en esta dirección (cf. [BJ03],

[BCJ06], [BDD08], [B1], et. al.), se requiere conocer la regularidad del anillo coordenado de la variedad dominio. Loc. cit., se ha estudiado el caso proyectivo, y los casos multiproyectivo y tórico provistos de un embedding en un espacio proyectivo ambiente. Esta necesidad de “embeber” la variedad proviene de la necesidad de una \mathbb{Z} -graduación para el estudio de la regularidad del anillo coordenado de X . Esta homogeneización provoca que los cálculos efectivos sean notablemente más lentos, y que el número de variables a eliminar aumente considerablemente, siendo necesario un marco de estudio del problema sin necesidad de una graduación artificial.

Referencias

- [BCJ06] L. Busé, M. Chardin, and J.-P. Jouanolou. Torsion of the symmetric algebra and implicitization. 2006.
- [BDD08] N. Botbol, A. Dickenstein, and M. Dohm. Matrix representations for toric parametrizations. To appear in *Comp. Geom. Aided Design*, 2009.
- [BJ03] L. Busé and J.-P. Jouanolou. On the closed image of a rational map and the implicitization problem. *J. Algebra*, 265(1):312–357, 2003.
- [Bot08] N. Botbol. The implicitization problem for $\phi : \mathbb{P}^n \dashrightarrow (\mathbb{P}^1)^{n+1}$. To appear in *J. Algebra*, 2009.
- [Cox95] D.A. Cox. The homogeneous coordinate ring of a toric variety. *J. Algebraic Geom.*, 4(1):17–50, 1995.
- [HW04] J. William Hoffman and H.H. Wang. Castelnuovo-Mumford regularity in biprojective spaces. *Adv. Geom.*, 4(4):513–536, 2004.
- [MS04] D. Maclagan and G.G. Smith. Multigraded Castelnuovo-Mumford regularity. *J. Reine Angew. Math.*, 571:179–212, 2004.

Autor: Melina Privitelli

Lugar: Universidad Nacional de Gral. Sarmiento, CONICET

Nuevas estimaciones sobre los ceros de un polinomio sobre un cuerpo finito

Sea \mathbb{F}_q el cuerpo finito de q elementos y consideremos $f \in \mathbb{F}_q[X_1, \dots, X_n]$. Si $x \in \mathbb{F}_q^n$ verifica $f(x) = 0$ decimos que x es un cero q -racional de F . Nos interesa obtener estimaciones sobre el número $N(f)$ de ceros q -racionales de un polinomio f cuando este es absolutamente irreducible. El interés por las mismas radica en sus aplicaciones a la criptografía, teoría de códigos, combinatoria, factorización de polinomios, etc.

En [1] se obtiene la siguiente estimación sobre $N(f)$ para un polinomio absolutamente irreducible f de grado d :

$$|N(f) - q^{n-1}| \leq (d-1)(d-2)q^{n-\frac{3}{2}} + 5d^{\frac{13}{3}}q^{n-2}.$$

Esta estimación es válida sin imponer condiciones sobre la característica ni el cardinal del cuerpo \mathbb{F}_q .

En el presente trabajo, continuando las ideas de [1] y utilizando la versión efectiva del Teorema de Bertini de [3] obtenemos el siguiente resultado:

Teorema. Sea $f \in \mathbb{F}_q[X_1, \dots, X_n]$ un polinomio absolutamente irreducible de grado d , y supongamos que la característica de \mathbb{F}_q es mayor o igual a $d(d-1)+1$. Entonces se verifica la siguiente estimación:

$$|N(f) - q^{n-1}| \leq (d-1)(d-2)q^{n-\frac{3}{2}} + 6d^3q^{n-2}.$$

Finalmente, como una consecuencia de nuestras estimaciones mejoramos la caracterización dada en [2] sobre los *deep holes* en códigos de Reed-Solomon.

Referencias

- [1] A. Cafure and G. Matera, *Improved explicit estimates on the number of solutions of equations over a finite field*, Finite Fields and their Applications, 12(2):155-185, 2006.
- [2] Q. Cheng and E. Murray, *On deciding deep holes of Reed-Solomon codes*, Theory and applications of models of computation (Berlin) (J.-Y. Cai, ed.), Springer, 296-305, 2007.
- [3] G. Lecerf, *Improved dense multivariate polynomial factorization algorithms*, Journal of Symbolic Computation, 42(4):477-494, 2007.

Autores: María Isabel Herrero, Gabriela Jeronimo y Juan Sabia
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires
Expositor: María Isabel Herrero

Soluciones aisladas de sistemas ralos

Dado un sistema de ecuaciones polinomiales ralo, resulta de interés determinar el conjunto de todas sus soluciones aisladas en \mathbb{C}^n . Los métodos

que utilizan *deformaciones poliedrales* para la resolución algorítmica de estos sistemas (ya sea numérica o simbólica) en $(\mathbb{C}^*)^n$ tienen un menor tiempo de ejecución que los algoritmos generales. Se busca entonces aplicar estas mismas herramientas para encontrar todas las soluciones aisladas en \mathbb{C}^n . Las cotas superiores más precisas conocidas para la cantidad de estas soluciones han sido demostradas en [3].

Sin embargo, el algoritmo allí descrito para hallar estas soluciones requiere el uso de deformaciones poliedrales sucesivas, lo que se refleja negativamente en la complejidad. El procedimiento numérico presentado en [1] usa solo dos deformaciones poliedrales y, al igual que el de [3], reduce el problema a la resolución en $(\mathbb{C}^*)^n$ de una familia finita de sistemas de ecuaciones construida a partir de los polinomios dados.

En esta comunicación, presentamos un algoritmo simbólico que calcula las soluciones aisladas de un sistema polinomial ralo en \mathbb{C}^n bajo cierta hipótesis sobre sus soportes. La ventaja principal de nuestro algoritmo, que como el de [1] no utiliza deformaciones poliedrales sucesivas, es que requiere resolver menos sistemas de ecuaciones y en menos variables que los ya mencionados.

La idea general de este nuevo algoritmo consiste en recuperar los ceros aislados de $f_1, \dots, f_n \in \mathbb{Q}[x_1, \dots, x_n]$ a partir de las soluciones de un sistema genérico con los mismos soportes mediante una deformación homotópica. Para resolver el sistema genérico, adaptamos las técnicas de deformación poliedral introducidas en [HS] y [3]. Al igual que en [1], las soluciones del sistema genérico se obtienen a partir de soluciones en el toro de ciertos sistemas asociados, pero tanto el número de estos sistemas como el de sus variables es menor que en los algoritmos previos. Utilizando métodos simbólicos como en [4], obtenemos como output una familia de resoluciones geométricas que representan un conjunto finito de puntos que contiene a los ceros aislados de f_1, \dots, f_n en \mathbb{C}^n . La complejidad del algoritmo es polinomial en el tamaño de la estructura combinatoria de la familia de soportes.

Referencias

- [1] T. Gao, T.Y. Li, X. Wang, Finding all isolated zeros of polynomial systems in \mathbb{C}^n via stable mixed volumes. *J. Symbolic Comput.* 28 (1999), no. 1-2, 187-211.
- [2] B. Huber, B. Sturmfels, A polyhedral method for solving sparse polynomial systems. *Math. Comput.* 64, No. 212 (1995), 1541-1555.
- [3] B. Huber, B. Sturmfels, Bernstein's theorem in affine space. *Discrete Comput. Geom.* 17 (1997), 137-141.

- [4] G. Jeronimo, G. Matera, P. Solernó, A. Waissbein, Deformation techniques for sparse systems. *Found. Comput. Math.* 9 (2009), pp. 1-50.

Autores: Alicia Dickenstien, Federico Martínez y Laura Matusevich
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Texas IM University
Expositor: Federico Martínez

Soluciones de Nilsson para sistemas A -hipergeométricos irregulares

Los sistemas A -hipergeométricos, introducidos a fines de los 80's por Gel'fand, Kapranov y Zelevinsky [3], constituyen una generalización de una amplia clase de ecuaciones diferenciales en el campo complejo, en cuyo estudio intervienen herramientas analíticas, algebraicas y combinatorias. Dada una configuración de vectores enteros $A = \{a_1, \dots, a_d\} \in \mathbb{Z}^n$ y un parámetro $\beta \in \mathbb{C}^d$, el sistema A -hipergeométrico asociado está definido por el sistema de ecuaciones diferenciales parciales

$$\begin{aligned} \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \frac{\partial}{\partial x_j} - \beta_i \right) \bullet f &= 0 & j = 1, \dots, d. \\ \left(\prod_{i=1}^n \partial^{u_i} - \prod_{i=1}^n \partial^{v_i} \right) \bullet f &= 0 & u, v \in \mathbb{N}^n, Au = Av \end{aligned} \quad (1)$$

Las propiedades del sistema (1) están íntimamente relacionadas con invariantes combinatorios de la cápsula convexa $C(A)$ de la configuración A (volumen, triangulaciones regulares, abanico secundario, etc.). El sistema (1) es regular en el sentido de la teoría de D -módulos si y sólo si el vector $(1, \dots, 1)$ está en el subespacio fila de A [1, 8]. Las soluciones locales multiformes para sistemas A -hipergeométricos regulares fueron descriptas en [3, 4, 7]. Las soluciones formales para sistemas irregulares comenzaron a ser estudiadas recientemente en [6, 1, 2].

En este trabajo definimos el espacio de soluciones formales asociadas a un vector de peso real no negativo para sistemas A -hipergeométricos irregulares. Construimos explícitamente series de tipo de Nilsson para parámetros arbitrarios y calculamos su dimensión para parámetros genéricos. A diferencia del caso regular, esta dimensión no es independiente del peso, pero también está relacionada con el volumen normalizado de la cápsula convexa $Conv(A)$ de la configuración A . Más aún, damos una base de este espacio para parámetros genéricos y estudiamos cuáles de los elementos de la base son series convergentes, en términos de triangulaciones de $Conv(A \cup \{0\})$.

Referencias

- [1] Castro Jimenez, F., Fernandez Fernandez, M. *Gevrey solutions of the irregular hypergeometric system associated with an affine monomial curve*, arXiv:0811.3392, (2008), por aparecer: Trans. Math. Amer. Soc.
- [2] Castro Jimenez, F., Fernandez Fernandez, M., *Gevrey solutions of irregular hypergeometric systems in two variables*, arXiv:0811.3390 (2008).
- [3] Gel'fand, I.M.; Kapranov, M.; Zelevinsky, *Hypergeometric Functions and Toral Manifolds*, Funktsional. Anal. i Prilozhen, **23**, (1989), 12–26.
- [4] Gel'fand, I.M.; Kapranov, M.; Zelevinsky, *Generalized Euler integrals and A-hypergeometric functions*, Adv. Math., **84**, (1990).
- [5] Hotta, R., *Equivariant D-modules*, arXiv.org:math/9805021, (1998).
- [6] Ohara, K.; Takayama, N.; *Holonomic rank of A-hypergeometric differential-difference equations*, arXiv:0706.2706, (2007).
- [7] Saito, M.; Sturmfels, B.; Takayama, N., *Gröbner Deformations of Hypergeometric Differential Equations*, American Mathematical Society, **120** (2000).
- [8] Schulze, M.; Walther, U., *Irregularity of hypergeometric systems via slopes along coordinate subspaces*, Duke Math. J., (2008), 465–509.

Autores: Gabriela Jeronimo y Daniel Perrucci

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Daniel Perrucci

Una cota para el mínimo de un polinomio positivo sobre el simplex estándar

En los últimos años, el problema de determinar la positividad de un polinomio en n variables con coeficientes reales en un subconjunto de \mathbb{R}^n ha sido ampliamente estudiado desde diferentes enfoques. Uno de ellos consiste en exhibir un *certificado de positividad*, es decir, una identidad algebraica que torne evidente el hecho de que el polinomio es positivo sobre el subconjunto en cuestión. Para construir tal certificado, resulta útil contar a priori con una cota positiva para el valor mínimo que debería tomar el polinomio en caso de ser, en efecto, positivo en dicho subconjunto ([PoRe], [Sch]).

En esta comunicación presentaremos una nueva cota inferior para el mínimo de un polinomio con coeficientes enteros que sólo toma valores positivos sobre el simplex estándar n -dimensional, que depende únicamente de n , el grado del polinomio y el tamaño de sus coeficientes y refina las cotas conocidas hasta el momento ([BLR]). Este resultado se obtiene combinando el enfoque en [BLR] con las técnicas de deformación dadas en [JPS].

Referencias

- [BLR] S. Basu, R. Leroy, M-F. Roy, On the minimum of a positive polynomial over the standard simplex. Disponible en arxiv.org/abs/0902.3304
- [JPS] G. Jeronimo, D. Perrucci, J. Sabia, On sign conditions over real multivariate polynomials. Aparecerá en *Discrete Comput. Geom.* DOI: 10.1007/s00454-009-9200-4.
- [PoRe] V. Powers, B. Reznick, A new bound for Pölya's theorem with applications to polynomials positive on polyhedra. Effective methods in algebraic geometry (Bath, 2000). *J. Pure Appl. Algebra* 164 (2001), no. 1-2, 221–229.
- [Sch] M. Schweighofer, On the complexity of Schmüdgen's positivstellensatz. *J. Complexity* 20 (2004), no. 4, 529–543.

Conferencia Invitada

Shuanhong Wang

Department of Mathematics, Southeast University, Jiangsu CHINA - FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba, CIEM - CONICET

A class of algebraic quantum hypergroups

We present in this talk a family of examples of algebraic quantum hypergroups introduced recently by L. Delvaux and A. Van Daele in Algebraic quantum hypergroups, [arXiv: math/0606466v3 [math. RA] 12 April 2007].

Conferencia Invitada

Estanislao Herscovich

Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Teoría de representaciones y homología de Álgebras de Yang-Mills

Las álgebras de Yang-Mills $YM(n)$ es una familia de álgebras indexadas por $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ que fue definida por Alain Connes y Michel Dubois-Violette en [CD] en relación a algunos problemas surgidos en la teoría de cuerdas y la teoría de campos no conmutativa (cf. [Ne]). Nekrasov enfatizó en su artículo la necesidad de conocer la teoría de representaciones de estas álgebras. Sin embargo, caracterizar la categoría de representaciones de las álgebras de Yang-Mills es una tarea complicada.

La charla estará dividida en tres partes. En primer lugar, repasaremos las definiciones generales y las propiedades básicas de estas álgebras.

Luego, nos enfocaremos en exhibir ciertas familias de representaciones que separen puntos del álgebra de Yang-Mills. Para obtenerlas se hizo uso del método de órbitas de Kirillov, que empleamos para demostrar que toda álgebra de Weyl es cociente de cualquier álgebra de Yang-Mills $YM(n)$ con $n \geq 3$. Esto permitió obtener familias de representaciones de las álgebras de Yang-Mills, teniendo en cuenta el estudio de V. Bavula y V. Bekkert sobre representaciones de álgebras de Weyl generalizadas (cf. [BB]).

Finalmente, se presentarán algunos cálculos de propiedades homológicas de estas álgebras, en particular, los grupos de homología y cohomología de Hochschild y de homología cíclica. El hecho fundamental empleado en el estudio de los grupos de homología antes mencionados es que el álgebra de Lie Yang-Mills posee un ideal de Lie que es libre como álgebra de Lie.

Algunos de estos resultados aparecen enunciados en el preprint [Mov] de M. Movshev sobre álgebras de Yang-Mills.

Este trabajo forma parte de mi tesis de Doctorado bajo la dirección de Andrea Solotar y parte de él fue publicado en [HS].

Referencias

- [BB] Bavula, V.; Bekkert, V. *Indecomposable representations of generalized Weyl algebras*. Comm. Algebra 28, (2000), no. 11, pp. 5067–5100.
- [CD] Connes, A.; Dubois-Violette, M. *Yang-Mills Algebra*. Lett. Math. Phys. 61, (2002), no. 2, pp. 149–158.
- [HS] Herscovich, E.; Solotar, A. *Representation theory of Yang-Mills algebras*. Accepted for publication in Annals of Mathematics.
- [Mov] Movshev, M. *On deformations of Yang-Mills algebras*. <http://arxiv.org/abs/hep-th/0509119>.
- [Ne] Nekrasov, N. *Lectures on open strings and noncommutative gauge fields*. Unity from duality: gravity, gauge theory and strings (Les Houches, 2001), pp. 477–495, NATO Adv. Study Inst., EDP Sci., Les Ulis, 2003.

Autor: Andrea Rey

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Álgebras (a, b) -Koszul

La definición de álgebra de Koszul fue dada por S. Priddy (ver [P]). Se trata de álgebras que poseen propiedades muy interesantes desde el punto de vista homológico.

En [B1], R. Berger definió las álgebras de Koszul “generalizadas”. Su interés por esta clase de álgebras está en parte motivado por el hecho de que las álgebras Artin-Schelter regulares de dimensión global tres que están generadas en grado uno son precisamente de este tipo.

Las álgebras allí estudiadas por R. Berger son de la forma $A = T(V)/I$ donde V es un k -espacio vectorial, $T(V)$ su álgebra tensorial e I es un ideal bilátero generado por elementos homogéneos de grado s . Nuestro interés consiste en considerar el caso en que el ideal I está generado por elementos homogéneos de dos grados distintos a, b con $2 < a < b$.

En este trabajo se generalizan algunos resultados probados en [B1], se muestran ejemplos de álgebras (a, b) -Koszul y se da una resolución proyectiva minimal del álgebra A considerada como A -bimódulo que permite calcular en ciertos casos sus grupos de homología de Hochschild.

Por otro lado, se generalizan resultados de [GMMVZ], introduciendo las nociones de álgebra y de módulo (a, b) -cuasi Koszul. Finalmente, aplicando estos resultados, se puede caracterizar el álgebra de Yoneda para álgebras (a, b) -Koszul.

Referencias

- [B1] Berger, R. *Koszulity of nonquadratic algebras*. J. of Algebra, **239** (2001), 705–734.
- [GMMVZ] Green, E.; Marcos, E.; Martínez-Villa, R.; Zhang, P. *D-Koszul algebras*. J. Pure Appl. Algebra, **193** (2004), no. 1-3, 141–162.
- [P] Priddy, S. *Koszul resolutions*. Trans. Amer. Math. Soc., **152** (1970), 39–60.

Autores: Claudia Egea y Esther Galina
Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Claudia Egea

Representaciones autoadjuntas de los grupos de trenzas

En este trabajo en preparación construimos representaciones irreducibles del grupo de trenzas de n cuerdas \mathbb{B}_n , de dimensión finita tan grande como se quiera [EG3]. La construcción de la representación está basada en el método presentado en los trabajos [EG1] y [EG2]. Si $\tau_1, \dots, \tau_{n-1}$ son los generadores de \mathbb{B}_n , la construcción es la siguiente. Sea $X = \mathbb{Z}_m^n = \{(x_1, \dots, x_n) : x_k \in \mathbb{Z}_m\}$. Consideremos la acción $\sigma : \mathbb{B}_n \rightarrow \text{Aut}(X)$ dada por

$$\sigma(\tau_k)(x_1, \dots, x_k, x_{k+1}, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_{k+1}, x_k + 1, \dots, x_n)$$

la suma en la coordenada $k + 1$ es la suma en \mathbb{Z}_m . Sea $(Y, \pi, \{V_x\}_{x \in Y}, U)$ la 4-upla, donde

1. $Y := \sigma(\mathcal{B}_n)(x_0)$ la orbita de $x_0 := (0, \dots, 0)$,
2. σ es la restricción de la acción definida antes,
3. $V_x := \mathbb{C}$ para todo $x \in Y$,
4. $U(\tau_k, x)$ es un cociclo no constante como función de k y $x \in Y$.

Entonces, si $V = \bigoplus_{x \in Y} V_x$, la siguiente función

$$\phi = \phi_{(X, \pi, \{V_x\}_{x \in X}, U)} : \mathbb{B}_n \rightarrow \text{GL}(V)$$

definida por

$$\phi(\tau_k)((v_x)_{x \in X}) = (U(\tau_k, x)v_{\pi_k x})_{x \in X} \quad (1)$$

es una representación irreducible de \mathbb{B}_n de dimensión el cardinal de Y . Dado M un número positivo arbitrario, podemos elegir m tal que el cardinal de Y sea mayor que M . Conseguimos así representaciones de \mathbb{B}_n de dimensión mayor que M .

Referencias

- [EG1] Egea, C; Galina, E: Some Irreducible Representations of the Braid Group \mathcal{B}_n of dimension greater than n , por aparecer en Journal of Knot Theory and Its Ramifications, disponible en ArXiv math.RT/0809.4173v1 (2008).

[EG2] Egea, C; Galina, E: Parametrization of Representations of Braid Groups, disponible en ArXiv mathRT/0904.0491 (2009).

[EG3] Egea, C; Galina, E: Self-adjoint Representations of Braid Groups, en progreso.

Autor: Daniel Birmajer

Lugar: Nazareth College, Rochester, NY - EE.UU.

Aritmética de las series de potencias formales sobre los enteros

Generalmente, en los cursos de álgebra se estudia en profundidad el anillo de polinomios, en contraste con el anillo de series de potencias formales.

En esta charla estudiamos la aritmética —unidades, elementos irreducibles, y factorización única entre otros aspectos, en el anillo de series formales en una variable con coeficientes enteros, y presentamos algunos novedosos criterios de irreducibilidad para series formales, similares (en cierto sentido) al criterio de Eisenstein para polinomios (ver referencia [1]).

En particular, establecemos las condiciones necesarias y suficientes para que un polinomio cuadrático sea irreducible visto como serie de potencias, resultado que obtenemos a través de plantear el problema en el anillo de enteros p -adicos y estudiar la conexión entre ambas situaciones (ver referencia [2]).

Estos resultados son (a nuestro entender) originales y dan lugar a interesantes puntos de vista, así también como nuevas preguntas sobre la aritmética de las series formales que serán propuestas como parte de la charla.

Referencias

- [1] Arithmetic in the Ring of Formal Power Series with Integer Coefficients (with Juan Gil), *The American Mathematical Monthly* **115** (2008) 541–549.
- [2] Factorization of quadratic polynomials in the ring of formal power series over \mathbb{Z} (with J. Gil and M. Weiner), *Journal of Algebra and Its Applications* **6** (2007) 1027–1037.

Autores: María Chara y Ricardo Toledano
Lugar: IMAL, Universidad Nacional del Litoral - CONICET
Expositor: María Chara

Descomposición de Places en Torres de Cuerpos de Funciones

Sea \mathbb{F}_q el cuerpo finito con q elementos. Un cuerpo de funciones F/\mathbb{F}_q es una extensión finita de $\mathbb{F}_q(x)$ donde $x \in F$ es un elemento trascendente sobre \mathbb{F}_q .

Una torre de cuerpos de funciones es una sucesión $\mathcal{F} = (F_0, F_1, \dots)$ de cuerpos de funciones sobre \mathbb{F}_q tales que:

- $F_0 = \mathbb{F}_q(x) \subset F_1 \subset F_2 \subset \dots$,
- $[F_{i+1} : F_i] < \infty$ para todo $i \geq 0$ y
- $g(F_i) \rightarrow \infty$, donde $g(F_i)$ denota el género del cuerpo de funciones F_i/\mathbb{F}_q .

Un problema con importantes aplicaciones a la teoría de códigos algebraicos es la construcción explícita de torres de cuerpos de funciones. (Ver, por ejemplo, los trabajos [BGS, ST, ZI]). En particular, es importante el estudio de la descomposición de places en la torre.

En este trabajo estudiamos condiciones que permiten estimar el número de places que se descomponen completamente en una torre de cuerpos de funciones.

Referencias

- [BGS] Bezerra, J., Garcia, A., Stichtenoth, H., *An explicit tower of function fields over cubic finite field and Zink's lower bound*. J. reine angew. Math. **589** (2005), 159-199.
- [ST] Stichtenoth, H., *Algebraic Function Fields and Codes*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [ZI] Zink, T., em Degeneration of Shimura surfaces and a problem in coding theory. Lecture Notes in Comp. Sci., vol. 199, Springer, Berlin. 1985, 503-511.

Autor: Emilio Lauret

Lugar: CIEM - FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Número de representaciones de enteros por formas cuadráticas enteras indefinidas

El estudio de representaciones de números enteros por una forma cuadrática entera es un problema clásico dentro de la matemática. El caso en que la forma es definida positiva se aborda a través de la determinación de los coeficientes de Fourier de Funciones Theta asociadas a la forma. El caso en que la forma es indefinida está mucho menos explorado. Aquí el número de representaciones es siempre 0 o ∞ , y por esto es necesario restringir las soluciones a un conjunto compacto, por ejemplo una bola (no necesariamente euclídea) de radio r .

Más precisamente denotaremos $N(Q, k; r)$ el número de soluciones $x \in \mathbb{Z}^{n+1}$ tales que $Q[x] = k$ y $\|x\| \leq r$, donde $Q[x]$ es una forma cuadrática entera indefinida, $k \in \mathbb{Z}$, $r > 0$ y $\|\cdot\|$ es una norma.

Ratcliffe y Tschantz ([RT]) investigan el caso en que $Q[x] = x_1^2 + \cdots + x_n^2 - x_{n+1}^2$, obteniendo una fórmula asintótica para $N(Q, k; r)$ cuando $r \rightarrow \infty$, que incluye un término principal y una acotación del error. Para ello hacen uso del “*lattice point theorem*” de Lax y Phillips ([LP]) junto con la teoría de Siegel y cálculos de las llamadas “*local densities*”.

Nosotros hemos considerado la generalización a Q del tipo $\begin{pmatrix} T & 0 \\ 0 & -d \end{pmatrix}$, donde T es definida positiva de rango n y $d \in \mathbb{N}$, obteniendo la fórmula

$$N(Q, k; t) = C_n \prod_p \delta_p(Q, k) t^{n-1} + \mathcal{O}(t^\rho),$$

donde C_n es una constante explícita, $\delta_p(Q, k)$ son las p -local densities y ρ es una constante que depende del espectro excepcional de cierto grupo discreto.

Asimismo, estudiamos el problema análogo en el caso hermitico, haciendo uso del resultado de Bruggeman, Miatello y Wallach ([BMW]) que generaliza el *lattice point theorem* en [LP] a espacios simétricos de tipo no compacto de rango real uno.

Referencias

- [BMW] R. Bruggeman, R. Miatello, y N. Wallach. “Resolvent and lattice points on symmetric spaces of strictly negative curvature”. *Math. Ann.*, 315(4), 1999.
- [LP] P. Lax y R. Phillips. “The asymptotic distribution of lattice points in Euclidean and non-Euclidean spaces”. *J. Funct. Anal.*, 46(3), 1982.

[RT] J. Ratcliffe y T. Tschantz. "On the representation of integers by the Lorentzian quadratic form". *J. Funct. Anal.*, 150(2), 1997.

Conferencia Invitada**María Julia Redondo****Universidad Nacional del Sur - Universidad de Buenos Aires**

Graduaciones conexas y el grupo fundamental

Nuestro propósito es realizar cálculos explícitos del grupo fundamental de algunas álgebras. Para ello, dada una k -álgebra A , consideramos la categoría de todas las graduaciones conexas de A por un grupo G , y estudiamos las relaciones entre graduaciones y cubrimientos de Galois. Esta herramienta nos permite calcular el grupo fundamental de A utilizando una lista completa de sus graduaciones.

Referencias

- [1] C. Cibils, M. J. Redondo, A. Solotar *Connected gradings and fundamental group*. arXiv:0906.3069v1 [math.RA]

Conferencia Invitada**Claudia Chaio****Universidad Nacional de Mar del Plata**

Sobre morfismos irreducibles y tipo de representación de un álgebra

En 1992, Liu [SL] introdujo la noción de grado de un morfismo irreducible. Haciendo uso de esta noción estudió las formas de las componentes del carcaj de Auslander-Reiten de un álgebra de artin de tipo infinito. Este concepto mostró ser también una herramienta importante para resolver otros problemas. Entre ellos dar una solución completa de cuando la composición de dos morfismos irreducibles es no nula y pertenece al radical al cubo [CCT]. También fué de utilidad para caracterizar la existencia de caminos particulares de morfismos irreducibles cuya composición es no nula y pertenece a una potencia del radical mayor que la longitud del camino [CCT2], [CT].

En este trabajo vamos a considerar álgebras de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado. Las herramientas introducidas en este trabajo [CLT] generalizan las técnicas de recubrimientos dadas en [BG], las cuales fueron aplicadas en [CT] y [C] para reducir la problemática considerada a la situación de [CPT], obteniéndose los resultados buscados.

Utilizando estas técnicas de recubrimientos, daremos respuesta al problema de cuando la composición de n morfismos irreducibles entre módulos indescomponibles es no nula y pertenece a la $n + 1$ potencia del radical.

Finalmente mostraremos que la noción de grado de un morfismo irreducible es de utilidad para determinar el tipo de representación de un álgebra. Daremos condiciones necesarias y suficientes para que el grado de un morfismo irreducible sea finito. Esas caracterizaciones nos permitirán conociendo el grado de un número finito de morfismos irreducibles determinar si el álgebra es de representación finita.

Trabajo en colaboración con Patrick Le Meur y Sonia Trepode.

Referencias

- [BG] K. Bongartz, P. Gabriel. *Covering Spaces in Representation-Theory*. Inventiones Mathematicae 65, (1982), 331-378. Springer Verlag.
- [C] C. Chaio. *Degrees of irreducible morphisms in standard components*. Preprint (2009).
- [CCT] C. Chaio, F.U. Coelho, S. Trepode. *On the composite of two irreducible morphisms in radical cube*. Journal of Algebra (2007) Volume 312, Issue 2, 15, pages 650-667.
- [CCT2] C. Chaio, F.U. Coelho, S. Trepode. *On the composite of irreducible morphisms in almost sectional paths*. Journal of Pure and Applied Algebra Volume 212, Issue 1, January 2008, Pages 244-261.
- [CLT] C. Chaio, P. Le Meur, S. Trepode *Degrees of the irreducible morphisms and finite-representation type*. Preprint (2009).
- [CPT] C. Chaio, M.I. Platzeck, S. Trepode. *On the degree of irreducible morphisms*. Journal of Algebra 281, Vol 1, (2004), 200-224.
- [CT] C. Chaio, S. Trepode *On the composition of irreducible morphisms in standard components*. A aparecer en Journal of Algebra.
- [SL] S. Liu. *Degrees of irreducible maps and the shapes of Auslander-Reiten quivers*. J. London Math. Soc (2) 45, (1992), 32-54.

Autores: E. Alvares, I. Assem, F. Coelho, M. I. Peña, y S. Trepode

Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata

Expositor: María Inés Peña

Componentes cuasi dirigidas del carcaj de Auslander-Reiten y trisecciones compactas

Consideramos A un álgebra de artin y $\text{mod}A$ su categoría de módulos a derecha finitamente generados. $\text{ind}A$ es una subcategoría plena y fija de $\text{mod}A$ cuyos objetos consisten en un conjunto completo de A -módulos indescomponibles no isomorfos. Recordemos que un módulo es dirigido si no está en ciclos de morfismos no nulos, no isomorfismos, entre A -módulos indescomponibles. Estamos interesados en el estudio de un tipo particular de componentes del carcaj de Auslander-Reiten de $\text{mod}A$, llamadas componentes cuasi dirigidas, que aparecen naturalmente en el estudio de álgebras *laura* [1]. Son las componentes que contienen a lo sumo un número finito de módulos no dirigidos y además son estandar generalizadas (en el sentido de [6]). En este trabajo vemos como caracterizar la existencia de estas componentes en términos de trisecciones particulares de la categoría de módulos.

Referencias

- [1] I. Assem, F.U. Coelho, *Two -side gluings of tilted algebra*, J. Algebra 269(2) (2003) 456-479.
- [2] I. Assem, F.U. Coelho, S. Trepode, *Contravariantly finite subcategories closed under predecessors*, preprint, (2008)
- [3] D. Happel, I. Reiten and S. Smalø, *Tilting in abelian categories and quasitilted algebras*, Mem. Amer. Math. Soc. 120 (1996), no. 575, viii+ 88 pp.
- [4] M. Lanzilotta, D. Smith, *Laura algebras and quasi-directed components*, Colloq. Math. 105(2) (2006) 179-196.
- [5] I. Reiten and A. Skowroński, *Generalized double tilted algebras*, J. Math. Soc. Japan, 56(1) (2004) 269-288.
- [6] A. Skowroński, *Generalised standard Auslander- Reiten components*, J. Math. Soc. Japan, 46 (1994) no 3, 517-543.
- [7] D. Smith, *On generalized standard Auslander-Reiten components having only finitely many non-directing modules*, J. Algebra, 279(2) (2004) 493-513 .

Autores: Natalia Bordino, Elsa Fernández y Sonia Trepode

Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata

Expositor: Natalia Bordino

Álgebras inclinadas de conglomerado provenientes de álgebras fuertemente simplemente conexas

En este trabajo en desarrollo, mostramos un algoritmo para decidir cuándo un álgebra fuertemente simplemente conexas es inclinada de tipo de representación finito. Para ello, damos dos criterios: uno para decir cuándo un álgebra de dimensión global 2 es casi inclinada y otro para establecer cuándo un álgebra fuertemente simplemente conexas tiene dimensión global 2.

Estos dos procedimientos combinados con el criterio de Bongartz nos permiten decidir cuándo el álgebra es inclinada de tipo de representación finito.

A partir de esto, podemos construir todas las álgebras inclinadas de conglomerado de tipo Dynkin, y las inclinadas de conglomerado de tipo \tilde{D}_n o \tilde{E}_p que poseen un corte admisible de tipo de representación finito.

Referencias

- [ABS] Assem, I., Brustle, T. and Schiffler, R., *Cluster-tilted algebras as trivial extensions*, J. London Math. Soc.
- [AR] Assem, I. and Redondo, M. J., *The first Hochschild cohomology group of a schurian cluster-tilted algebra*, arXiv:0712.2962v1 [math.RA] 18 Dec 2007
- [BFPPT] Barot, M., Fernández, E., Platzeck, M. I., Pratti, I. and Trepode, S., *From iterated tilted algebras to cluster tilted algebras*, arXiv:0811.1328v1 [math.RT] 9 Nov 2008.
- [B1] Bongartz, K., *A criterion for finite representation type*, Math. Ann., 269(1984), 1-12.
- [B2] Bongartz, K., *Critical simply connected algebras*, Manuscripta Math., 46(1984), 117-36.
- [C] Chantal Gauvreau, *A New Proof. of a Theorem of Green Happel and Zacharia*, Ann. Sci. Math. Québec 21 (1997), no. 1, 83-89.

Autores: Eleonora Cerati e Ingrid Schwer

Lugar: Fac. de Humanidades y Ciencias, Fac. de Ingeniería Química,
Universidad Nacional del Litoral

Expositor: Ingrid Schwer

Relación entre la α -homología de Hochschild y
la α -cohomología de Hochschild de un álgebra cuántica
para automorfismos lineales de tipo 2

Continuando el estudio de la α -cohomología de Hochschild [3] de álgebras cuánticas cuyo producto está torcido por un morfismo, presentado en trabajos anteriores, se estudió la relación entre la α -homología de Hochschild y la α -cohomología de Hochschild de un álgebra cuántica cuando α es un automorfismo de tipo 2. Se considera el álgebra $A = \mathbb{C}\{x_1, \dots, x_n\}$ generada sobre \mathbb{C} por x_1, \dots, x_n con las relaciones $x_i x_j = q_{ij} x_j x_i$, donde se definen automorfismos lineales de dos tipos diferentes: los automorfismos de *tipo 1* ($\alpha \in \text{Aut}\mathbb{C}\{x_1, \dots, x_N\} \setminus \{\alpha : \alpha(x_i) = \prod_{k \neq i} q_{ki}^{j_k} x_i\}$) y los automorfismos de *tipo 2* ($\alpha \in \text{Aut}\mathbb{C}\{x_1, \dots, x_N\} : \alpha(x_i) = \prod_{k \neq i} q_{ki}^{j_k} x_i$).

En trabajos anteriores [1], [2] se han analizado casos correspondientes a automorfismos de *tipo 1*. Se presentan aquí resultados particulares para los automorfismos de *tipo 2*, utilizando teoremas de dualidad que vinculan la homología y la cohomología de Hochschild de un álgebra [1],[4].

Para el cálculo de la α -homología de Hochschild se adaptaron técnicas definidas por Wambst [5], que permiten construir complejos cuasi isomorfos a los complejos estándar de Hochschild. Se analizó el comportamiento del conjunto

$$C = \{\gamma \in \mathbb{N}^n : \forall i, 1 \leq i \leq n, \gamma_i = 0 \text{ o bien } x^\gamma x_i = \alpha(x_i) x^\gamma\}$$

necesario para el cálculo de la homología.

Se obtuvieron resultados análogos a los obtenidos para α de *tipo 1* [1], [2].

Referencias

- [1] E. Cerati y I. Schwer. *Relación entre la α -homología de Hochschild y la α -cohomología de Hochschild de un álgebra cuántica usando la dualidad de Van den Bergh*. LVIII Reunión de Comunicaciones Científicas de la Unión Matemática Argentina. Mendoza, 2008.

- [2] E. Cerati y I. Schwer. *Derivations and automorphisms in the twisted polynomial algebra*. *Algebras, Groups and Geometries*, **17**(2000), 149-166.
- [3] M.J. Redondo and A.L. Solotar. *Alfa-derivations II: the non-commutative case*, *Bol. Acad. Nac. de Cienc. (Córdoba)* **65**(2000), 29-43.
- [4] M. Van den Bergh. *A relation between Hochschild homology and cohomology for Gorenstein rings*. *Proc. Amer. Math. Soc.* **126**(1998), 1345-1348 and Erratum, *Proc. Amer. Math. Soc.* **130**(2002), 2809-2810.
- [5] M. Wambst. *Complexes de Koszul quantiques*, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **43** (1993), no. 4, 1089-1156.

Autores: Guillermo Cortiñas, María Julia Redondo y Natalia Abad Santos

Lugar: Universidad Nacional del Sur

Expositor: Natalia Abad Santos

Homología de Hochschild y homología cíclica de álgebras de dimensión finita

Toda k -álgebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado k es Morita equivalente a un álgebra básica, y ésta se puede ver como el álgebra de caminos kQ de un carcaj Q módulo un ideal bilátero I , esto es, $A = kQ/I$, donde carcaj es un grafo orientado finito.

En este trabajo en realización consideramos el caso en que $I = F^m$ es una potencia del ideal de flechas F , y calculamos para este caso la homología cíclica $HC_*(A)$. Para ello utilizamos la sucesión espectral de Quillen [1],

$$E_{p,q}^1 = \begin{cases} HC_q(kQ) & p = 0 \\ HH_{q-p+1}(kQ, I^p)_{\mathbb{Z}/p} & p \geq 1 \end{cases} \Rightarrow HC_{p+q}(A)$$

Aquí $HH_*(kQ, I^p)_{\mathbb{Z}/p}$ es el espacio de coinvariantes de la homología de Hochschild con respecto a cierta acción del grupo cíclico, que en el caso $* = 0$ es la permutación de factores en $HH_0(R, I^p) = HH_0(R, I^{\otimes_{\mathbb{R}} p}) = I^{\otimes_{\mathbb{R}} p} / [I^{\otimes_{\mathbb{R}} p}, R]$. Nuestro método consiste en calcular los términos de la sucesión espectral y los respectivos diferenciales.

Referencias

- [1] D. Quillen *Cyclic cohomology and algebra extensions*. *K-Theory* **3** (1989), 205-246.

Autor: Andrea Solotar

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Dos clases de álgebras con homología de Hochschild infinita

El siguiente resumen se refiere al artículo [7].

Es bien conocido que las propiedades homológicas de un álgebra están relacionadas con sus grupos de (co)homología de Hochschild. Por ejemplo, si un álgebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado tiene dimensión global finita, entonces sus grupos de cohomología de Hochschild se anulan a partir de un cierto orden. En [6], D. Happel conjeturó que la recíproca era cierta. Sin embargo, en [4] los autores mostraron un contraejemplo: la conjetura no se verifica para álgebras de tipo $A_q = k\langle x, y \rangle / (x^2, y^2, xy - qyx)$, con $q \in k$.

En [5], Han probó que la homología de Hochschild total de las álgebras A_q es de dimensión infinita, lo cual lo llevó a formular la siguiente conjetura: *Conjetura(Han): Sea A una k -álgebra de dimensión finita. Si la homología de Hochschild total de A es de dimensión finita, entonces A tiene dimensión global finita.*

En el mismo trabajo, Han probó esta afirmación para el caso monomial.

Avramov y Vigué ([1]) habían demostrado que la conjetura de Han se verifica en el caso conmutativo para álgebras esencialmente finitamente generadas (ver también [8]).

Por otra parte, en [3], la misma es demostrada para álgebras graduadas locales y álgebras de Koszul cuando k tiene característica nula.

En [2] los autores calculan los grupos de homología de Hochschild de las "quantum complete intersections", Se trata de álgebras del tipo $A = k\langle x, y \rangle / (x^a, y^b, xy - qyx)$, donde $q \in k^*$ no es una raíz de la unidad y $a, b \geq 2$ son números naturales fijos, probando la conjetura para esta clase de álgebras.

Nuestro objetivo principal es demostrar que los grupos de homología de Hochschild superiores de dos familias de álgebras cuya dimensión global no es finita no se anulan. sin hipótesis sobre la característica de k .

La primera familia es una generalización de las "quantum complete intersections".

En cuanto a la segunda familia, se trata de álgebras tales que dos de sus generadores tienen productos nulos. En este caso se utilizan principalmente técnicas de homotopía racional.

Referencias

- [1] Avramov, L.; Vigué-Poirrier, M. *Hochschild homology criteria for smoothness*. Internat. Math. Res. Notices **1** (1992), 17–25.
- [2] Bergh, P. A.; Erdmann, K. *Homology and cohomology of quantum complete intersections*. Algebra Number Theory **2** (2008), no. 5, 501–522
- [3] Bergh, P. A.; Madsen, D. *Hochschild homology and global dimension*. Bull. London Math. Soc., to appear. [arXiv:0803.3550](https://arxiv.org/abs/0803.3550)
- [4] Buchweitz, R.; Green, E.; Madsen, D.; Solberg, O. *Hochschild cohomology without finite global dimension*. Math. Res. Let. **12** (2005), 805–816.
- [5] Han, Y. *Hochschild (co)homology dimension*. J. London Math. Soc. (2) **73** (2006), no. 3, 657–668.
- [6] Happel, D. *Hochschild cohomology of finite-dimensional algebras*. Séminaire d'Algèbre Paul Dubreil et Marie-Paul Malliavin, 39ème Année (Paris, 1987/1988), 108–126, Lecture Notes in Math., **1404**, Springer, Berlin, 1989.
- [7] Solotar, A.; Vigué-Poirrier, M. *Two classes of algebras with infinite Hochschild homology*. [arXiv:09061518](https://arxiv.org/abs/09061518)
- [8] Vigué-Poirrier, M. *Critères de nullité pour l'homologie des algèbres graduées*. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **317** (1993), no. 7, 647–649.

Análisis Funcional y Complejo

Organizan:

Verónica Dimant - Alejandro Varela

Autor: Marek Ptak

Lugar: University of Agriculture, Kraków, Poland

On the reflexivity, hyperreflexivity and transitivity of algebras and subspaces of operators

The recent reflexivity, transitivity and hyperreflexivity results for subspaces and algebras of operators will be presented. We start with the situation when underlying Hilbert space is finite dimensional and giving some examples show that even in this case the notion of reflexivity is interesting. It will be presented that reflexivity and hyperreflexivity are equivalent for finite dimensional subspaces of operators even the underlying Hilbert space is not finite dimensional (positive answer for Larson–Kraus problem). We will study the dichotomic behavior (reflexivity versus transitivity) of subspaces of Toeplitz operators on the Hardy space. The Toeplitz operators on the Bergman space will be also considered. We discuss also algebras generated by isometries, power partial isometries and quasinormal operators. The multivariable case will be also presented.

Conferencia Invitada

Martín Argerami

University of Regina, Canadá

Envolventes inyectivas y multiplicadores locales de ciertas álgebras C^* de traza continua

La envolvente inyectiva de un Álgebra C^* A es el Álgebra C^* inyectiva más pequeña que contiene a A , denotada $I(A)$. Se sabe por resultados de Hamana que la envolvente inyectiva de un Álgebra C^* posliminal (tipo I) es un Álgebra AW^* . Sin embargo, se carece de descripciones más precisas de $I(A)$. Algo similar sucede con el Álgebra de multiplicadores locales $M_{loc}(A)$ definida por Elliott y Pedersen y estudiada por Ara/Mathieu. En resultados recientes con D. Farenick y P. Massey damos una descripción explícita de $I(A)$ y $M_{loc}(A)$ en el caso en que A es un Álgebra de traza continua generada a partir de un fibrado continuo de Hilbert.

Trabajo en colaboración con D. Farenick y P. Massey.

Autores: M. Laura Arias, M. Celeste Gonzalez
Lugar: Instituto Argentino de Matemática, CONICET
Expositor: María Laura Arias

Soluciones positivas de la ecuación $AXB=C$

Nuestro principal interés en esta comunicación es presentar resultados referidos al estudio de la ecuación $AXB = C$, donde A, B y C son operadores lineales y acotados definidos sobre espacios de Hilbert. Esta clase de ecuaciones ha sido estudiada por diversos autores dada sus múltiples aplicaciones en distintas áreas como, por ejemplo, teoría de control. Sin embargo, en estos trabajos se considera solamente el caso matricial o de operadores de rango cerrado. Nuestro objetivo es entonces estudiar estas ecuaciones con operadores A, B y C arbitrarios.

Para esto relacionamos las ecuaciones $AXB = C$ con ecuaciones de operadores de tipo Douglas y caracterizamos la existencia de solución de $AXB = C$ en términos de inclusiones de rango. Además, estudiamos la existencia de soluciones positivas de esta ecuación y obtenemos, por medio de cierta descomposición del espacio, el formato general de estas soluciones. Estos últimos resultados referidos a soluciones positivas extienden resultados recientes sobre el tema y, asimismo, brindan demostraciones más sencillas.

Autores: M. Laura Arias, Gustavo Corach y M. Celeste Gonzalez
Lugar: Instituto Argentino de Matemática, CONICET
Expositor: María Celeste Gonzalez

Propiedades de levantamiento en rangos de operadores

Sea \mathcal{H} un espacio de Hilbert complejo con producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ y $L(\mathcal{H})$ el álgebra de los operadores lineales y acotados sobre \mathcal{H} . Si $T \in L(\mathcal{H})$ entonces denotamos T^* a su operador adjunto y $R(T)$ a su rango. Dado un operador semidefinido positivo A en $L(\mathcal{H})$ consideramos el espacio semi-Hilbertiano $(\mathcal{H}, \langle \cdot, \cdot \rangle_A)$, donde $\langle \xi, \eta \rangle_A = \langle A\xi, \eta \rangle$ para todo $\xi, \eta \in \mathcal{H}$.

El funcional $\langle \cdot, \cdot \rangle_A$ induce una operación de adjunción que no está definida para todo $T \in L(\mathcal{H})$, a menos que A sea además inversible. El conjunto de todos los $T \in L(\mathcal{H})$ que son A -adjuntables (i.e., para los cuales existe $W \in L(\mathcal{H})$ tal que $\langle T\xi, \eta \rangle_A = \langle \xi, W\eta \rangle_A$ para todo $\xi, \eta \in \mathcal{H}$) es

$$L_A(\mathcal{H}) = \{T \in L(\mathcal{H}) : R(T^*A) \subseteq R(A)\}.$$

Por otro lado, si $\|\xi\|_A = \langle \xi, \xi \rangle_A^{1/2} = \|A^{1/2}\xi\|$ entonces el conjunto de los operadores $\|\cdot\|_A$ -acotados de $L(\mathcal{H})$ es

$$L_{A^{1/2}}(\mathcal{H}) = \{T \in L(\mathcal{H}) : R(T^* A^{1/2}) \subseteq R(A^{1/2})\}.$$

Los conjuntos definidos anteriormente se relacionan mediante la siguiente inclusión: $L_A(\mathcal{H}) \subseteq L_{A^{1/2}}(\mathcal{H})$. Por otro lado, a los operadores en $L_{A^{1/2}}(\mathcal{H})$ los llamamos *A-operadores*. En el conjunto de *A-operadores* se puede estudiar operadores que son isometrías, unitarios o isometrías parciales con respecto a $\langle \cdot, \cdot \rangle_A$. Ya que no todo operador admite un operador *A*-adjunto tales extensiones no son triviales. Sin embargo, para los *A-operadores* que están en $L_A(\mathcal{H})$ se obtienen caracterizaciones similares a las clásicas.

En esta comunicación presentamos las clases de operadores mencionadas arriba y su relación con clases similares en el álgebra $L(\mathbf{R}(A^{1/2}))$; donde $\mathbf{R}(A^{1/2})$ es el espacio de Hilbert que define $R(A^{1/2})$ con el producto interno $(A^{1/2}\xi, A^{1/2}\eta) = \langle P\xi, P\eta \rangle$, aquí P denota la proyección ortogonal sobre la clausura del rango de A . Para ello construimos un homomorfismo $\alpha : L_{A^{1/2}}(\mathcal{H}) \rightarrow L(\mathbf{R}(A^{1/2}))$ que transporta, de un lado a otro, operadores Hermitianos, normales, contracciones e isometrías parciales, entre otros. Al operador $\alpha(T)$ se lo denomina *levantamiento* de T .

Autores: Jorge Antezana, Cristina Cano, Irene Mosconi y Demetrio Stojanoff

Lugar: Depto. de Matemática, Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Irene Mosconi

El operador shorted con el orden estrella

Dadas dos matrices complejas $n \times n$ A y B , Hestenes introduce en [3] el concepto de \star -ortogonalidad, definida por la ecuación $A^*B = 0$ y $AB^* = 0$, donde A^* (resp. B^*) denota la transpuesta y conjugar las componentes de A (resp. B) en el mismo trabajo define y analiza la relación definida por $A \sim B$ si

$$A^*A = B^*A \quad \text{y} \quad AA^* = AB^*.$$

Más tarde, Drazin prueba en [2] que esta relación en el conjunto de las matrices cuadradas, y más general en semigrupos con involución, es de hecho un orden parcial. Este orden lo notaremos, $\stackrel{*}{\leq}$, y se lo llama orden estrella.

Dado un espacio de Hilbert \mathcal{H} , $L(\mathcal{H})$ denota el álgebra de operadores acotados en \mathcal{H} . En un trabajo anterior hemos probado que para todo $B \in L(\mathcal{H})$

el conjunto $\mathcal{L}_B = \{A \in L(\mathcal{H}) : A \stackrel{*}{\leq} B\}$ con el orden estrella, es un reticulado y que $L(\mathcal{H}, \stackrel{*}{\leq})$ es un semi-reticulado inferior, es decir para todo par $A, B \in L(\mathcal{H})$

$$\mathcal{L}(A, B) = \{C \in L(\mathcal{H}) : C \stackrel{*}{\leq} A \text{ y } C \stackrel{*}{\leq} B\}.$$

tiene un máximo-*, llamado mínimo-* de A y B , y lo denotamos $A \wedge^* B$.

Mitra en [5] introduce el concepto de operador shorted estrella. Dada una matriz A y dos subespacios \mathcal{S} y \mathcal{T} de \mathbb{C}^n , el operador shorted estrella, denotado por $\overset{*}{\mathcal{M}}(A, \mathcal{S}, \mathcal{T})$, se define como el máximo estrella del conjunto de matrices

$$\overset{*}{\mathcal{M}}(A, \mathcal{S}, \mathcal{T}) = \{D \stackrel{*}{\leq} A, R(D) \subseteq \mathcal{T} \text{ y } R(D^*) \subseteq \mathcal{S}\}.$$

En este trabajo se prueba que dicho máximo también existe para el caso de dimensión infinita, donde los subespacios son cerrados, y caracterizamos este máximo como $A \wedge^* (P_{\mathcal{T}} A P_{\mathcal{S}})$. Donde $P_{\mathcal{T}}$ y $P_{\mathcal{S}}$ denota la proyección ortogonal sobre el subespacio cerrado \mathcal{S} .

También, hemos estudiado la relación entre el \star -orden y la noción de \star -ortogonalidad.

Referencias

- [1] J. Antezana, C. Cano, I. Mosconi, D. Stojanoff, A note on the star order in Hilbert spaces. (2009)(Enviado para su publicación).
- [2] M. P. Drazin, Natural structures on semigroups with involution, Bull. Amer. Math. Soc. 84(1978), 139-141.
- [3] M. R. Hestenes, Relative Hermitian matrices, Pacific J. Math. 11 (1961), 224-245.
- [4] S. K. Mitra, Shorted matrices in star and related orderings, Circuits Systems Signal Process, 9(1990), 197-212

Conferencia Invitada**Silvia Lassalle****Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires - CONICET**

Teoremas tipo Banach-Stone

Las isometrías son aquellos operadores que preservan la estructura métrica de los espacios. En 1932 Banach [1] mostró que si K y L son compactos métricos y T es un isomorfismo isométrico entre $C(K)$ y $C(L)$, los espacios de las funciones continuas sobre K y L respectivamente, entonces existe un homeomorfismo Θ de L en K y una función continua h sobre L con $|h(y)| = 1$ tal que

$$(Tf)(y) = h(y)f \circ \Theta(y)$$

para toda f en $C(K)$ y todo y en L . Más tarde, Stone [6] extendió este resultado para K y L compactos Hausdorff, resultado que hoy se conoce como el Teorema de Banach-Stone. En estos setenta años, se ha mostrado que las isometrías entre una gran variedad de espacios de funciones tienen la forma arriba mencionada.

En esta charla nos concentraremos en la descripción de isometrías entre espacios de polinomios cuyo dominio es un espacio de Banach.

Luego de una breve introducción a la teoría de holomorfía en espacios de dimensión infinita mostraremos, en primer lugar, hasta qué punto el espacio dual E' determina el espacio de polinomios sobre E . Específicamente veremos bajo qué condiciones si E' es (isométricamente) isomorfo a F' , los polinomios sobre E y F son (isométricamente) isomorfos.

Para abordar este problema construiremos un operador, que resulta natural, entre los espacios de polinomios a valores escalares [2], via la extensión de Aron-Berner y discutiremos las dificultades de trabajar con espacios de polinomios a valores en un Banach X , [1].

El problema recíproco, es un problema de tipo Banach-Stone. Supongamos que los espacios de polinomios sobre E y F son isométricos, ¿cuál es la relación entre los espacios subyacentes? Mostremos resultados en este sentido y veremos que, además, podemos caracterizar los operadores inyectivos para ciertas clases especiales de espacios de polinomios, [1, 2].

Referencias

- [1] Banach S., *Theorie des operations lineares*, Chelsea, Warsaw, 1932.

- [2] Lassalle S., Zaldueño I. *To what extent does the dual Banach space E' determine the polynomials over E ?* Ark. Mat. extbf38 (2000), 343-354.
- [3] Carando D., Lassalle S. *E' and its relation with vector-valued functions on E .* Ark. Mat. 42 (2004), 283-300.
- [4] Boyd C., Lassalle S. *Isometries of spaces of homogeneous polynomials.* J. Funct. Anal. 224 (2005) 281-295.
- [5] Boyd C., Lassalle S. *Decomposable symmetric mappings between infinite dimensional spaces.* Ark. Mat. 46 (2008), no. 1, 7-29.
- [6] Stone M., *Application of the theory of Boolean rings in topology,* Trans. Amer. Math. Soc., 41, (1937), 375-481.

Conferencia Invitada
Pedro Massey
Universidad Nacional de La Plata

Marcos de Fusión Óptimos

La teoría de marcos en espacios de Hilbert se ha extendido recientemente al contexto de los llamados Marcos de Fusión (MF). Concretamente, dado un espacio de Hilbert H , una familia $\mathcal{F} = \{(P_i, w_i)\}_{i \in I}$ donde $P_i \in B(H)$ es proyección ortogonal y $w_i \geq 0 \forall i$, es un MF para H si existen $A, B > 0$ con

$$A \cdot \|v\|^2 \leq \sum_{i \in I} w_i^2 \|P_i v\|^2 \leq B \cdot \|v\|^2, \quad \forall v \in H.$$

Consideramos el caso particular $H = \mathbb{C}^n$ y $I = \{1, \dots, m\}$, de forma que la ecuación anterior es equivalente al hecho de que $\|P_i v\| = 0$ para $i = 1, \dots, m$ implica que $v = 0$. Los MF $\mathcal{F} = \{(P_i, w_i)\}_{i=1}^m$ en \mathbb{C}^n son de interés ya que permiten el desarrollo de un esquema de codificación-decodificación natural: v se codifica mediante la sucesión de "coeficientes" $\{v_i = w_i P_i v\}_{i=1}^m$ y se decodifica como $v = \sum_{i=1}^m S^{-1} v_i$, donde $S = \sum_{i=1}^m w_i P_i$ es operador en \mathbb{C}^n que resulta inversible.

En esta charla describimos la estructura de los MF que son óptimos para la reconstrucción "ciega" de vectores v suponiendo que en la sucesión de coeficientes $\{v_i\}$ se pierden un (resp. dos) coeficiente. Más precisamente, describimos los MF que minimizan

$$\max_{\|v\|_{\mathbb{C}^n}=1, \{v_i\}} \left\| v - \sum_{i=1}^m S^{-1} \tilde{v}_i \right\|$$

donde $\{\tilde{v}_i\}$ es una sucesión de coeficientes perturbada por la pérdida de un (resp. dos) coeficiente y $\|\cdot\|$ es una norma unitariamente invariante. Además presentamos condiciones que caracterizan la existencia de tales MF y mostramos casos en donde estos MF óptimos no existen.

Finalmente, mostramos que los MF óptimos en el sentido anterior minimizan un funcional convexo que llamamos potencial de MF (PMF). Esto sugiere estudiar, en general, los minimizantes de este potencial: describimos algunos aspectos de su estructura.

Trabajo en colaboración con M. Ruiz y D. Stojanoff

Autores: Daniel Carando, Silvia Lassalle y Pablo Schmidberg

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Pablo Schmidberg

Descomposiciones atómicas incondicionales y marcos de Banach

Una *descomposición atómica* en un espacio de Banach X con respecto a un espacio de sucesiones Z es un par $((x'_i), (x_i))$ en X' y X respectivamente que permite reconstruir a cada $x \in X$ de la forma

$$x = \sum_i \langle x'_i, x \rangle x_i, \quad (1)$$

donde $(\langle x'_i, x \rangle) \in Z$ y $\|(\langle x'_i, x \rangle)\|_Z \asymp \|x\|_X$. En general, la escritura dada en (1) no es necesariamente única. En [2] se prueba que dada una descomposición atómica para X , se puede encontrar un espacio de Schauder de sucesiones X_d (un espacio de sucesiones con los vectores canónicos (e_i) como base) y un operador $S: X_d \rightarrow X$ con $Se_i = x_i$ tales que $((x'_i), (x_i))$ también es una descomposición atómica para X con respecto a X_d .

Una clase particular de descomposiciones atómicas introducidas en [1] son las *incondicionales*, en donde la serie dada en (1) converge incondicionalmente. Estas descomposiciones atómicas permiten estudiar la reflexividad del espacio X . Un concepto similar es el de *marco de Banach*, en el cual la fórmula de reconstrucción (1) se reemplaza por $x = S(\langle x'_i, x \rangle)$, donde $S: Z \rightarrow X$ es un operador acotado (llamado operador de síntesis). En el caso en que estamos trabajando con X_d un espacio de Schauder de sucesiones y $S: X_d \rightarrow X$ con $Se_i = x_i$, los conceptos de descomposición atómica y de marco de Banach coinciden. En este trabajo mostramos condiciones necesarias y suficientes para que un marco de Banach con respecto a un Banach lattice de

sucesiones (un espacio de sucesiones real en el cual achicar coordenadas en módulo achica la norma) sea una descomposición atómica incondicional. En primer lugar, probamos que una descomposición atómica del tipo $((x'_i), (Se_i))$ con X_d un Banach lattice de sucesiones resulta ser incondicional y verifica $S'X' \subset X_d^\times$ (el dual de köthe de X_d). Por otra parte, demostramos que un marco de Banach con respecto a un Banach lattice de sucesiones Z que verifica $S'X' \subset Z^\times$ resulta una descomposición atómica incondicional. Finalmente, verificamos que la condición $S'X' \subset Z^\times$ es equivalente a que el operador de síntesis S cumpla lo siguiente:

$$\langle x', S\pi_n a \rangle \rightarrow \langle x', Sa \rangle \quad \text{para todo } a \in Z \text{ y todo } x' \in X',$$

donde $\pi_n a$ es el truncado de a en el lugar n .

Referencias

- [1] Carando, D.; S. Lassalle. *Duality, reflexivity and atomic decompositions in Banach spaces*, Studia Math. 191 (2009), no. 1, 67–80.
- [2] Casazza, P.; O. Christensen; Stoeva D. *Frame expansions in separable Banach Spaces*, J. Math. Anal. Appl. 307 (2005), no. 2, 710–723.

Autores: Daniel Carando y Daniel Galicer

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Daniel Galicer

Incondicionalidad en productos tensoriales e ideales de polinomios

En este trabajo definimos las normas tensoriales naturales (en el sentido de Grothendieck) para el n -ésimo producto tensorial simétrico y mostramos que para $n \geq 3$ hay exáctamente seis a diferencia del caso $n = 2$ donde hay cuatro.

Por otra parte, damos un criterio para determinar cuándo una s -norma tensorial β destruye incondicionalidad en el siguiente sentido: para todo espacio de Banach E con base incondicional, el n -ésimo producto tensorial simétrico $\otimes_{\beta}^{n,s} E$ carece de base incondicional.

Usando dicho criterio probamos que cualquier norma natural simétrica no trivial destruye incondicionalidad. Más aún, mostramos que todas las normas inyectivas diferentes de ε_s (la menor de las inyectivas) y todas las normas

proyectivas diferentes de π_s (la mayor de las proyectivas) destruyen incondicionalidad.

También damos ejemplos de ideales de polinomios sin base incondicional. Entre ellos: los extendibles, r -factorables, r -dominados y r -integrales.

Autor: Ana Paula Madrid

Lugar: FCE, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - Depto. de Matemática- NUCOMPA

Sobre cierta clase de derivaciones en álgebras proyectivas

Fijado un espacio de Banach infinito dimensional F consideramos derivaciones acotadas sobre el álgebra proyectiva $F \widehat{\otimes} F^*$. Suponemos F dotado de una base shrinking y, como es usual, el producto tensorial se realiza como álgebra con la operación que sobre tensores básicos actúa en la forma

$$(x \otimes x^*)(y \otimes y^*) = \langle y, x^* \rangle (x \otimes x^*)$$

Precisamente, consideramos derivaciones \mathcal{X} -Hadamard y \mathcal{B} - derivaciones. Las primeras son definidas todo vez que tienen g -sucesiones nulas. Por otra parte, toda \mathcal{B} - derivación δ queda definida por algún operador acotado T sobre F de modo que

$$\delta_T(x \otimes x^*) = T(x) \otimes x^* - x \otimes T^*(x^*)$$

Propiedades, teoremas de estructura y conexiones entre estas clases de derivaciones son objeto de esta comunicación.

Autor: Carlos Peña

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, FCE, Depto. de Matemática, NUCOMPA

Acerca de la norma de derivaciones acotadas sobre álgebras de Banach

Si \mathfrak{U} es un álgebra de Banach y $a \in \mathfrak{U}$ es conocido que la aplicación $\text{ad}_a(x) = ax - xa$ definida para $x \in \mathfrak{U}$ define una derivación acotada sobre \mathfrak{U} . M. Rosenblum evaluó el espectro de la misma en 1956 y S. Sakai entre 1966/68 demostró que toda derivación sobre álgebras de Von Neumann o sobre C^* -álgebras simples es interna. Aunque claramente $\|\text{ad}_a\| \leq 2\|a\|$ es complicado

en general establecer el valor preciso de la norma de una derivación interna. J. Stampfli, en 1970, evaluó dicho valor cuando \mathcal{U} es el álgebra uniforme de operadores acotados sobre un espacio de Hilbert. Se ha abierto desde entonces un problema de interés, en especial en teoría de operadores, en el que la geometría del álgebra subyacente incide de manera insoslayable. El objeto de nuestra comunicación es comentar algunos avances en esta dirección y conectarlos con nuestra investigación en la materia

Conferencia Invitada

Gabriel Larotonda

Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

La distancia rectificable en grupos unitarios

En esta charla comentaremos resultados recientes sobre la distancia rectificable d_ϕ asociada a una norma unitariamente invariante $\|\cdot\|_\phi$, en grupos unitarios \mathcal{U} de matrices y operadores. La distancia rectificable se calcula como el ínfimo de la longitud de curvas (usualmente suaves a trozos) que unen dos puntos dados.

Nos concentraremos en el siguiente problema: dado $z^* = z$ tal que $\|z\| \leq \pi$, ¿para qué normas unitariamente invariantes es la curva $t \mapsto ue^{tiz}$ la (única) geodésica corta que une los unitarios $u, v = ue^{iz}$ en el grupo de unitario? Vincularemos este problema con la identidad de matrices debida a R.C. Thompson [6] que dice que, dadas matrices Hermitianas x, y , existen unitarios u, v tales que

$$e^{ix}e^{iy} = \exp(uxu^* + v y v^*).$$

Si hay tiempo hablaremos de la propiedad (AR) que expresa cuando la distancia de un punto a una geodésica (en el grupo unitario) es una función convexa: más precisamente, si u, v, w son unitarios y $\beta(t) = ve^{tiz}$ es una curva corta que une v con $w = ve^{iz}$, la norma $\|\cdot\|_\phi$ tiene la propiedad (AR) cuando la función $t \mapsto d_\phi(u, \beta(t))$ es una función convexa en el intervalo $[0, 1]$.

Referencias

- [1] E. Andruchow, *Short geodesics of unitaries in the L^2 metric*. Canad. Math. Bull. 48 (2005), no. 3, 340-354.

- [2] E. Andruchow, G. Larotonda, *The rectifiable distance in the unitary Fredholm group*. Preprint (2009).
- [3] E. Andruchow, G. Larotonda, L. Recht, *Finsler geometry and actions of the Schatten unitary groups*, Trans. Amer. Math. Soc. (2009), in press.
- [4] E. Andruchow, L. Recht, *Grassmannians of a finite algebra in the strong operator topology*. Internat. J. Math. 17 (2006), no. 4, 477-491.
- [5] E. Andruchow, L. Recht, *Geometry of unitaries in a finite algebra: variation formulas and convexity*. Internat. J. Math. 19 (2008), no. 10, 1223-1246.
- [6] R.C. Thompson, *Proof of a conjectured exponential formula*. Linear and Multilinear Algebra 19 (1986), no. 2, 187-197.

Autor: Ana Barrenechea

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, FCE, Depto. de Matemática, NUCOMPA

Regularidad estocástica en espacios de sucesiones de Banach

En este trabajo se estudia la \mathcal{M} -regularidad estocástica en espacios de Banach de sucesiones y, en particular, sobre el espacio $c(\mathbb{C})$ de sucesiones convergentes; i.e, bajo qué condiciones un operador $A \in \mathcal{B}(c(\mathbb{C}))$ preserva distintos tipos de convergencia estocástica.

Se demuestra que todo operador inducido por un cubrimiento localmente finito y acotado de \mathbb{N} es casi completamente regular. Además, todo operador inducido por una matriz infinita $\{a_{nm}\}_{nm}$ con coeficientes no negativos tales que $a_{00} = 0$ es L^r -regular si $1 \leq r < \infty$.

Son también considerados varios ejemplos de procesos estocásticos de Banach en espacios de sucesiones de Banach generales. Asimismo, consideramos procesos aleatorios con valores en espacios de Hilbert, en espacios de funciones continuas y espacios de funciones de variación acotada.

Autores: Julio Toloza y Luis Silva
Lugar: IMIT - CONICET, IIMAS - UNAM
Expositor: Julio Toloza

Una caracterización espectral de los operadores enteros

Es bien conocida la relación existente entre los operadores enteros y los espacios de De Branges de funciones enteras. En esta comunicación introduciremos una caracterización de los operadores enteros en términos de la distribución espectral de las extensiones autoadjuntas del operador de multiplicación en espacios de De Branges.

Autor: Eduardo Chiumento
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Problemas métricos en variedades de Stiefel

Sea $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ el espacio de operadores acotados sobre un espacio de Hilbert \mathcal{H} , \mathcal{I} el conjunto de isometrías parciales en $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ y $\mathcal{K}(\mathcal{H})$ el ideal de operadores compactos. Dado $v_0 \in \mathcal{I}$, definimos la $\mathcal{K}(\mathcal{H})$ -variedad de Stiefel asociada a v_0 como

$$St_c(v_0) := \{v \in \mathcal{I} : v - v_0 \in \mathcal{K}(\mathcal{H}), j(v_0^*v_0, v^*v) = 0\},$$

donde j indica el índice de un par de proyecciones. Si denotamos con $\mathcal{U}_c(\mathcal{H})$ al grupo unitario de Fredholm, es decir, unitarios que difieren de la identidad en un operador compacto, se puede mostrar que

$$St_c(v_0) = \{uv_0w^* : u, w \in \mathcal{U}_c(\mathcal{H})\}.$$

Más aún, $St_c(v_0)$ es un espacio homogéneo del grupo $\mathcal{U}_c(\mathcal{H}) \times \mathcal{U}_c(\mathcal{H})$. Constituye un ejemplo de variedad de dimensión infinita donde puede definirse una métrica de Finsler cociente inducida por la norma uniforme. En [1] se estudian propiedades métricas con esta métrica cociente en espacios homogéneos del grupo unitario de C^* -álgebras.

Mostraremos que el problema de valores iniciales se puede resolver en $St_c(v_0)$ cuando v_0 es una isometría parcial de rango finito. Es decir, dado un vector tangente en un elemento de $St_c(v_0)$, podemos hallar una curva que comience en dicho elemento con velocidad igual al vector dado y de longitud minimal en un cierto intervalo de tiempo. Por otro lado, daremos una caracterización de la distancia rectificable en $St_c(v_0)$ como la distancia cociente

dada por la distancia rectificable en $\mathcal{U}_c(\mathcal{H}) \times \mathcal{U}_c(\mathcal{H})$ cocientado por el grupo de isotropía.

Referencias

- [1] C. Durán, L. Mata-Lorenzo, L. Recht, *Metric geometry in homogeneous spaces of the unitary group of a C^* -algebra. Part I: Minimal curves*. Adv.Math. 184 (2004), no. 2, 342-366.

Autor: Manuel Aguirre

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - NU-COMPA

El producto de convolución de las derivadas de orden k de la delta de Dirac en $|x| - c$

En este trabajo, usando la transformada de Fourier de $\delta^{(k)}(|x| - c)$ se obtiene un desarrollo tipo Taylor de $\delta^{(k)}(|x| - c)$ y consecuentemente se le da un sentido al producto de convolución de

$$\delta^{(k)}(|x| - c) * \delta^{(\ell)}(|x| - c).$$

Autores: Marta García - Manuel Aguirre

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - NU-COMPA

Expositor: Marta García

Una generalización del producto de convolución de la derivada k -ésima de la delta de Dirac soportada en $(1 - x^2)$

En este trabajo se introduce el núcleo $N_\lambda(x)$ definido por

$$N_\lambda(x) = \frac{(1 - x^2)_+^\lambda}{\Gamma(\lambda + 1)}$$

donde λ es un número complejo y Γ es la función gamma.

Usando la transformada de Fourier de $N_\lambda(x)$ se le da un sentido al producto de convolución

$$N_\lambda(x) * N_\mu(x).$$

En particular para $\lambda = -k$, con $k = 1, 2, 3, \dots$ se obtienen resultados vinculados con la derivada de orden k de la delta de Dirac soportada en $(1 - x^2)$.

Análisis Numérico

Organiza:

Rodolfo Rodríguez

Conferencia Invitada**Ricardo Durán****Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires**

Distintos enfoques para estimaciones de error en métodos mixtos

Esta charla trata sobre estimaciones de error para la interpolación de Raviart-Thomas. Más allá de su motivación original (la aproximación de problemas elípticos de segundo orden planteados en su formulación mixta), los espacios de Raviart-Thomas y la interpolación asociada tienen numerosas aplicaciones, por lo que se han publicado numerosos trabajos analizando sus propiedades.

El análisis de error original utiliza la hipótesis de regularidad de los elementos y en consecuencia no es aplicable a mallas con elementos anisotrópicos, los cuales son importantes en muchas aplicaciones.

Presentamos distintos enfoques que permiten obtener estimaciones de error reemplazando la hipótesis de regularidad por condiciones que admiten elementos mucho más generales.

Autores: I. Cheddadi, R. Fucik, M. Prieto y M. Vohralík**Lugar: Universidad de Buenos Aires****Expositor: Mariana Prieto**

Computable a posteriori error estimates in the finite element method based on its local conservativity: improvements using local minimization

We investigate in this paper improvements of the a posteriori error estimates in the finite element method discretization of the Poisson equation, introduced in [M. Vohralík, A posteriori error estimation in the conforming finite element method based on its local conservativity and using local minimization, to appear in *C. R. Math. Acad. Sci. Paris*] and [M. Vohralík, Guaranteed and fully robust a posteriori error estimates for conforming discretizations of diffusion problems with discontinuous coefficients, submitted]. The estimates presented in these references are guaranteed in the sense that they feature no undetermined constants and fully computable but numerical experiments show that the effectivity index, i.e., the ratio of the estimated and actual error, does not approach the optimal value of one but rather a slightly bigger value.

We identify in this paper the reason for this and introduce a possible remedy, which consists in performing a local minimization of the values of the estimators over patches of simplicial submesh elements sharing a given vertex. We then present a set of numerical experiments showing the improvements achieved and compare our estimators, both theoretically and numerically, with the classical residual ones.

Autor: Ariel Lombardi

Lugar: Universidad de Buenos Aires - Universidad Nacional de Gral. Sarmiento

Estimaciones sobre mallas anisotrópicas para la interpolación de Nédélec

En esta charla consideraremos estimaciones para el operador de interpolación de Nédélec [3] de cualquier orden sobre mallas de tetraedros que pueden contener elementos arbitrariamente anisotrópicos. Más precisamente, obtenemos estimaciones del error de interpolación sobre mallas verificando la *condición de ángulo máximo*: los ángulos internos en cada cara, y entre las caras de cada tetraedro de la malla, están acotados por una constante menor que π . Las mallas que verifican esta condición pueden no satisfacer la hipótesis de regularidad estándar [2], y aparecen naturalmente en la aproximación de soluciones con singularidades en aristas (por ejemplo, en la aproximación de las ecuaciones de Maxwell *time harmonic* en un dominio poligonal no convexo).

Las estimaciones se obtienen en cada elemento prestando atención que las constantes involucradas dependan solamente del *ángulo máximo* del elemento. La estimación global viene de sumar las estimaciones individuales, y resulta por lo tanto robusta respecto del ángulo máximo de la malla. Las estimaciones obtenidas son también anisotrópicas, en el sentido de que delante de cada derivada, en el lado derecho, aparece la longitud del elemento en la dirección correspondiente.

Para el caso de grado más bajo, estos resultados fueron ya obtenidos en [4]. También, en [1] se obtienen estimaciones relacionadas, para grado arbitrario, pero sobre mallas con condiciones más restrictivas (verificando la *condición de vértice regular*).

Mencionaremos también algunas diferencias con resultados obtenidos para la interpolación de Raviart-Thomas.

Referencias

- [1] A. Buffa, M. Costabel, M. Dauge, *Algebraic convergence for anisotropic edge elements in polyhedral domains*, Numer. Math. 101, 29-65, 2005.
- [2] Ciarlet, P.G., *The Finite Element Method for Elliptic Problems*, North Holland, 1978.
- [3] Nédélec, J.C., *Mixed Finite Elements in \mathbb{R}^3* , Numer. Math. 35 (3), 315-341, 1980.
- [4] Nicaise, S., *Edge elements on anisotropic meshes and approximation of the Maxwell equations*, SIAM J. Numer. Anal. 39 (3), pp. 784-816, 2001.

Autores: Victoria Vampa, María T. Martín y Eduardo Serrano

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Victoria Vampa

Utilización de bases wavelets en la resolución numérica de ecuaciones diferenciales

En los últimos años se ha extendido la aplicación de métodos basados en wavelets para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales. A partir del marco clásico de un análisis multirresolución se abre la posibilidad de desarrollar esquemas adaptados a problemas particulares, explotando la estructura auto-similar y la descomposición sobre espacios funcionales asociados a sucesivas escalas.

En ese sentido, numerosos autores han desarrollado propuestas basadas en el método de Wavelet-Galerkin para resolver problemas de EDPs. Sus aplicaciones evidencian, en general, buenas propiedades de convergencia [1], [2], [3], [4], [5], [6].

Por otro lado para problemas de valores de contorno de segundo orden, en la literatura correspondiente, se encuentran métodos que utilizan funciones de escala y wavelets en esquemas de colocación [7], [8].

La presente propuesta -formulada en el marco del método de Galerkin- consiste en el desarrollo de un esquema híbrido combinando ecuaciones variacionales y de colocación. Al mantener la estructura de multirresolución esta estrategia permite definir una aproximación jerárquica a la solución, refinada por escalas.

El método fue implementado, en primer lugar empleando B-splines y luego las funciones escala de Daubechies. Se exponen los resultados numéricos obtenidos en distintas aplicaciones.

Referencias

- [1] Wells R.O., Zhou X., "Wavelet solutions for the Dirichlet problem". *Numerische Mathematik*. 1995, 70, 379-396.
- [2] Xuefeng Chen, Shengjun Yang, Junxing Ma, Zhengjia He. "The construction of wavelet finite element and its application", *Finite Elements in Analysis and Design*, 2004, 40, 541-554.
- [3] Chen, X., Yang, S., Ma, J. and He, Z., "The construction of wavelet-finite element and its application", *Finite Elements in Analysis and Design*, 2004, 40, 541-554.
- [4] Jian-Gang Han, Wei-Xin Ren and Yih Huang. "A spline wavelet finite-element method in structural mechanics", *Int. J. for Numer. Meth. in Engng.* 2006, 66, 166-190.
- [5] Xiang, J., Chen, X., He, Y. and He, Z., "The construction of plane elastomechanics and Mindlin plate elements of B-spline wavelet on the interval", *Finite Elements in Analysis and Design*, 2006, 42, 1269-1280.
- [6] Alvarez Díaz L., Martín M.T. and Vampa V., "Daubechies wavelet beam and plate finite elements", *Finite Elements in Analysis and Design*, 2009, 45, 200-209.
- [7] Radunovic D., "Spline-Wavelet solution of singularly perturbed boundary problem", *Matematnykn Bechnk*, 2007, 59, 31-46.
- [8] Bertoluzza S, Falleta S., "Wavelets on $]0,1[$ at large scales", *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 2003, 9 (3).

Conferencia Invitada

Salim Meddahi

Depto. de Matemáticas, Universidad de Oviedo

Acoplamiento no simétrico entre elementos finitos mixtos y elementos de contorno con interfaz poliédrica

Nos proponemos analizar métodos de acoplamiento entre elementos finitos mixtos y elementos de contorno para una ecuación de Laplace planteada en un dominio infinito. El hecho de que el operador de doble capa K no sea compacto sobre superficies no regulares ha sido hasta ahora un serio inconveniente en el estudio de estos métodos. Para evitar trabajar con elementos finitos curvos, los métodos de acoplamiento actuales utilizan todos los operadores del proyector de Calderón. De esta manera, se obtiene una formulación BEM-FEM simétrica (o formulación de Costabel) cuyo análisis no requiere la compacidad de K .

Mostramos aquí que en realidad las formulaciones que utilizan una sola ecuación integral son también una opción válida para fronteras de acoplamiento poliédricas y Lipschitz continuas. Usamos una nueva técnica de análisis que permite probar la estabilidad y la convergencia de métodos de Galerkin con condiciones muy generales sobre los espacios de elementos finitos empleados en dichos esquemas.

Trabajo en colaboración con Francisco-Javier Sayas y Virginia Selgas.

Autores: Fernando Gaspoz, Pedro Morin y Andreas Veeseer
Lugar: IMAL - Universidad Nacional del Litoral - CONICET
Expositor: Fernando Gaspoz

A posteriori error estimation with point sources for Sobolev norms

There are some particular physical situations where the mathematical model involves the solution of an elliptic or parabolic problem with one or more Dirac δ -functions as a source term.

We consider as a model problem, Poisson's equation on a two-dimensional polygonal domain Ω

$$\Delta u = \sum_{j=1}^N \alpha_j \delta_{x_j} \quad \text{in } \Omega, \quad u = 0 \quad \text{on } \partial\Omega,$$

where δ_{x_j} denotes the Dirac's δ -function at a certain point $x_j \in \Omega$. We are interested in the finite element approximation of the exact solution u to this problem and the development of a posteriori error estimates. A posteriori error estimates are computable quantities, obtained in terms of the computed solution and problem data that can be used to make judicious mesh modifications in order to equidistribute error and numerical effort.

Since δ_{x_j} does not belong to H^{-1} , the solution will not be in H^1 and the general theory for a posteriori error estimation in energy norm is not applicable. Using duality techniques we were able to prove sharp (global) upper and (local) lower a posteriori bounds for the error in W_p^s , $0 < sp < 2$ and $1 \leq p \leq \infty$.

Amazingly, the asymptotic form for the error estimates only depends on the computed solution, but not on data. The location of x_j in Ω and the values α_j do not show up in the formula, but they only affect the value of the estimator through the computed solution.

Autores: E. Garau, P. Morin y C. Zuppa

Lugar: IMAL - Santa Fe

Expositor: Eduardo Garau

Convergencia de MEF adaptativos para Problemas de Autovalores de Steklov

Demostraremos la convergencia de un algoritmo adaptativo clásico para la aproximación por elementos finitos de un problema de autovalores de Steklov, que consiste en hallar los autovalores λ y las autofunciones u que satisfacen la formulación variacional de

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot (\mathcal{A}\nabla u) + cu &= 0 && \text{en } \Omega \\ (\mathcal{A}\nabla u) \cdot \vec{n} &= \lambda \rho u && \text{sobre } \partial\Omega, \end{aligned}$$

donde \vec{n} es el versor normal exterior en la frontera del dominio poligonal o poliédrico Ω . Aquí, \mathcal{A} es una matriz simétrica y uniformemente definida positiva con coeficientes Lipschitz, y c y ρ son funciones escalares positivas y acotadas.

La prueba de convergencia se hará partiendo de cualquier triangulación inicial conforme y será válida para la aproximación tanto de autovalores simples como múltiples. La demostración consiste en probar primero que el algoritmo tiene una subsucesión convergente, y luego mostrar que este límite es en efecto una solución del problema de autovalores, usando un resultado de convergencia débil del Residuo, el cual se obtiene de resultados de estabilidad de los estimadores de error a posteriori.

Autores: Joaquín Rodríguez Nieva y Javier Fernández

Lugar: Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo - C.N.E.A.

Expositor: Joaquín Rodríguez Nieva

Integradores Temporales Variacionales

Se implementaron integradores temporales variacionales a problemas de mecánica de sólidos computacional. Los principios variacionales han sido de gran importancia tanto en la física como en la ingeniería, y en particular, han sido la base fundamental del método de elementos finitos durante los últimos 60 años. A diferencia de los integradores temporales convencionales, los

integradores variacionales surgen de imitar la formulación de la mecánica Lagrangiana para sistemas continuos, discretizando la variable espacio-tiempo al aplicar el principio de Hamilton. La ventaja de este tipo de algoritmos es que son simplécticos y en presencia de simetrías conservan momentos, los cuales son resultados obtenidos de la teoría de la mecánica discreta (Marsden y West [2001]). Esta teoría permite entender mejor el pasaje de lo continuo a lo discreto cuando se aplica algún método numérico.

La conservación de momentos se debe a la existencia de una versión discreta del teorema de Noether, en el cual se dice que hay una magnitud conservada asociada a cada simetría del sistema. La simplecticidad es una propiedad asociada a la forma en que trayectorias cercanas evolucionan, siendo el teorema de Liouville una consecuencia directa de la misma (Hairer et al. [2003]). A pesar de no conservar la energía en forma exacta, los algoritmos simplécticos tienen un comportamiento energético destacable, mostrando únicamente fluctuaciones pero no una pérdida neta de energía. En consecuencia, son útiles para integrar problemas a tiempos largos. Es por esto que se dice que el error local de los integradores no es el único factor a tener en cuenta para evaluar su performance. La teoría no sólo se limita a sistemas conservativos, sino que puede extenderse a sistemas forzados o disipativos usando el principio de Lagrange-D'Alembert.

Se mostrarán ejemplos sencillos donde se verifican estas ventajas frente a otros integradores comúnmente usados, como el RK4, diferencias centradas o los métodos Newmark. Se encontrará que, a pesar de no ser más precisos que otros integradores en lo que a la exactitud de las trayectorias se refiere, los integradores variacionales conservan en forma exacta los momentos del sistema y la estructura simpléctica. La implementación de este tipo de integradores temporales a problemas resueltos mediante el método de elementos finitos se hace de manera directa, obteniéndose las ventajas mencionadas anteriormente con un bajo costo de implementación.

Presentar el problema en forma variacional permite aproximar la acción del sistema de diferentes maneras, dando lugar a una gran variedad de integradores. Además de analizar integradores con paso de tiempo constantes, se analizó un integrador variacional asincrónico (Lew et al. [2003]). Este tipo de integradores tiene la ventaja de abaratar el costo computacional en determinados sistemas, como son aquellos que presenten tiempos característicos de diferentes órdenes de magnitud en diferentes zonas del mallado.

Referencias

- [1] E. Hairer, C. Lubich, G. Wanner. *Geometric numerical integration: structure preserving algorithms for ordinary differential equations*. Springer-Verlag, 2002.
- [2] A. Lew, J.E. Marsden, M. Ortiz, M. West. Asynchronous variational integrators. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 2:85-146, 2003.
- [3] J.E. Marsden, M. West. Discrete mechanics and variational integrators. *Acta Numérica*, volumen 10, Cambridge University Press, 2001.

Autores: G. Carrizo, M. Maciel y P. Lotito

Lugar: PLADEMA, Universidad del Centro de la Provincia de Buenos Aires;

Depto. Matemática, Universidad Nacional del Sur

Expositor: Gabriel Carrizo

Un algoritmo de tipo secante para sistemas no lineales de ecuaciones algebraicas

En este trabajo se presenta un algoritmo para resolver un sistema no lineal de ecuaciones algebraicas $F(x) = 0$. El método propuesto pertenece a la clase de los métodos secantes [2] y una de sus características principales es que cada paso se obtiene aproximando la matriz Jacobiana con dos evaluaciones de función y la resolución de dos sistemas de ecuaciones por iteración, en forma similar al algoritmo propuesto en [1].

Bajos hipótesis standard, resultados de convergencia local son presentados. Resultados numéricos validan el algoritmo comparándolo con otros métodos relacionados [3,1].

Referencias

- [1] M.T. DARVISHI A. BARATI. A third-order Newton-type method to solve systems of nonlinear equations. *Applied Mathematics and Computation*, 187 (2)630-635, 2007
- [2] J.E. DENNIS, J.J. MORE. A characterization of superlinear convergence and applications to quasi-Newton methods. *Mathematics of computations*, 28(3126):549-560, 1974.
- [3] J.E. DENNIS, R.B. SCHNABEL. *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Systems*. Pentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.

Autores: Mónica de Torres Curth, Claudio Padra y Andrés Quiroga

Lugar: Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Claudio Padra

Método inverso para la identificación de parámetros en un sistema biológico

El objetivo de este trabajo fue modelar el efecto de la competencia por la ocupación del espacio entre dos grupos funcionales de plantas (perennes y anuales), a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineal de primer orden con parámetros desconocidos. Las funciones involucradas $x(t), y(t)$ representan la medida de la cobertura en cada tiempo t de los grupos funcionales, con la restricción para todo t de que $x(t) + y(t) \leq \alpha$. También se consideran valores observados hipotéticos $x^*(t_i), y^*(t_i)$ para $i = 1, \dots, n$. El problema inverso de identificación de los parámetros se resuelve transformando el problema en uno de optimización con restricciones, y se aproxima el mínimo resolviendo una sucesión de problemas directos. Para ello se sigue un proceso iterativo fijando arbitrariamente valores iniciales para los parámetros y obteniéndose una solución del sistema por integración numérica.

Se define una función F_ϵ que depende de los parámetros biológicos y que representa el error entre los valores calculados de las funciones $x(t), y(t)$ (para los valores fijados de los parámetros) y los valores observados, que incluye una función de penalización para el caso $x(t) + y(t) > \alpha$. La función utilizada en este trabajo está definida como

$$F_\epsilon = \sum_{i=1}^n (x(t_i) - x^*(t_i))^2 + (y(t_i) - y^*(t_i))^2 + \frac{1}{2\epsilon} \left[\sqrt{(1 - x(t_i) - y(t_i))^2 + \epsilon^2} - (1 - x(t_i) - y(t_i)) \right]$$

donde ϵ es suficientemente pequeño. El problema se resuelve numéricamente utilizando el cálculo del gradiente de F_ϵ y el método de recocido simulado.

Autores: Alfredo Bermúdez, Carlos Reales, Rodolfo Rodríguez y Pilar Salgado
Lugar: Universidad de Concepción, Chile
Expositor: Rodolfo Rodríguez

Solución numérica de un modelo de conformado electromagnético en dominios axisimétricos

El conformado electromagnético (EMF: *ElectroMagnetic Forming*) es un proceso dinámico de conformado de metales. En este proceso, la deformación de la pieza se produce en respuesta a la fuerza de Lorentz, debida a su vez a la corriente inducida en el mismo metal por el campo magnético generado en una bobina adyacente [1, 2]. El objeto de este trabajo es estudiar un modelo electromagnético simplificado que gobierna este fenómeno en dominios con simetría cilíndrica. Para ello, planteamos las ecuaciones de Maxwell reducidas (*eddy current model*) en una sección meridional del dominio [3, 4]. Introducimos una formulación variacional en el dominio del tiempo, la que conduce a un problema parabólico degenerado y demostramos que éste es un problema bien planteado [5]. Para resolverlo desarrollamos un código computacional en base a elementos finitos para las variables espaciales y una discretización temporal implícita. Demostramos la convergencia del método y obtenemos estimaciones a priori del error para el problema totalmente discreto. Finalmente presentamos algunos experimentos numéricos que permiten evaluar la eficiencia del método.

Referencias

- [1] M. Stiemer, J. Unger, H. Blum and B. Svendsen, Algorithmic formulation and numerical implementation of coupled multifield models for electromagnetic metal forming simulations. *Internat. J. Numer. Methods Engrg.*, **68** (2006) 1301–1328.
- [2] A. El-Azab, M. Garnich and A. Kapoor, Modeling of the electromagnetic forming of sheet metals: State-of-art an future needs. *J. Mat. Process. Technol.*, **142** (2003) 744–754.
- [3] J. Gopalakrishnan and J. Pasciak (2006) The convergence of V-cycle multigrid algorithms for axisymmetric Laplace and Maxwell equations. *Math. Comp.* **75** (2006) 1697–1719.
- [4] A. Bermúdez, C. Reales, R. Rodríguez and P. Salgado, Numerical analysis of a finite element method to solve the axisymmetric eddy current model of an induction furnace. *IMA J. Numer. Anal.*, doi:10.1093/imanum/drn063.
- [5] R.E. Showalter, *Monotone Operators in Banach Space and Nonlinear Partial Differential Equations*. American Mathematical Society (1997).

Análisis Real y Armónico
y
Teoría de la Aproximación

Organizan:

Bibiana Iaffei - Ursula Molter - Felipe Zo

Conferencia Invitada
Roberto Scotto
Universidad Nacional del Litoral

Interconexión entre polinomios ortogonales

Las funciones maximales juegan un rol importante en la teoría de semigrupos de operadores. Las propiedades de acotación de estos operadores maximales están conectadas con el comportamiento de los semigrupos en la frontera. Los semigrupos a los que nos referimos aquí son los de difusión asociados a operadores diferenciales cuyas autofunciones resultan ser polinomios ortogonales respecto de alguna medida. Específicamente establecemos la interconexión entre los polinomios de Hermite generalizados y los de Laguerre. Esto conlleva obtener propiedades de acotación en el primer contexto en base al amplio bagaje de resultados aportados por el segundo.

Este es un trabajo en conjunto con J. Betancor, L. Forzani y W. Urbina.

Autores: J.J. Betancor, J. C. Fariña, L. Rodríguez Mesa, R. Testoni y J. L. Torrea

Lugar: Universidad de La Laguna, Universidad Nacional del Sur, Universidad Autónoma de Madrid

Expositor: Ricardo Testoni

Una nota sobre funciones de área definidas por Carlos Segovia y Richard Wheeden

Carlos Segovia y Richard Wheeden, en una serie de artículos publicados en los años 60, definen unas ciertas "funciones de área fraccionarias". Como aplicación obtienen caracterizaciones de espacios de Sobolev [1]. Utilizando la teoría de semigrupos definiremos unas funciones g de Littlewood-Paley, análogas a estas funciones de área. Al igual que en el caso de Segovia y Wheeden, estas funciones g caracterizarán a los espacios de Sobolev asociados a diferentes laplacianos.

Referencias

- [1] C. Segovia y R. L. Wheeden, *On certain fractional area integrals*, J. Math. Mech., **19** (1969), 247-262.

Autores: Pablo Viola y Eleonora Viviani

Lugar: IMAL, Santa Fe

Expositor: Pablo Viola

Desigualdad Débil con dos pesos de una Maximal Local

Sea Ω un abierto de \mathbb{R}^n con frontera no vacía $F = \partial\Omega$. Consideremos la familia \mathcal{F} formada por los cubos $Q(x, R)$ (con centro en x y semidiagonal R), contenidos en Ω y tales que el "radio" R es menor que $c \operatorname{dist}(x, \partial\Omega)$, donde $c < 1$ es una cierta constante. Se define el operador maximal $\mathcal{M}_{\mathcal{F}}$ como:

$$\mathcal{M}_{\mathcal{F}}f(x) := \sup_{Q=Q(x,R) \in \mathcal{F}} \frac{1}{|Q|} \int_Q |f(y)| dy,$$

para cualquier función medible f definida sobre Ω .

En este trabajo estudiamos bajo qué condiciones, dado un peso v existe un peso $u > 0$ tal que

$$\|\mathcal{M}_{\mathcal{F}}f(x)\|_{L^p(u)} \leq C \|f\|_{L^p(v)}.$$

Hallamos que una condición **necesaria y suficiente** es que v sea una función perteneciente al espacio $L^1_{loc, \mathcal{F}}$ que consta de todas aquellas funciones que son integrables sobre los cubos de la familia \mathcal{F} .

Entre las técnicas utilizadas para probar este resultado se ha hecho uso de la siguiente Proposición, que se obtiene de un Teorema de Rubio de Francia:

Proposición. Dado un peso v , existe un peso $u > 0$ tal que

$$\|\mathcal{M}_{\mathcal{F}}f\|_{L^p(u)} \leq C_k \|f\|_{L^p(v)}$$

si y sólo si, para todo $0 < q < p$:

$$\left\| \left(\sum_j |\mathcal{M}_{\mathcal{F}}f_j|^p \right)^{1/p} \right\|_{L^q(m)} \leq C_k \sum_j \left(\|f_j\|_{L^p(v)}^p \right)^{1/p},$$

donde m denota la medida de Lebesgue.

También se usan descomposiciones de Ω en cubos Q_k con interiores mutuamente disjuntos, tal que la familia $\{Q_k\}_k$ forma un cubrimiento de Ω de tipo Whitney, es decir, satisfaciendo:

$$c_1 \operatorname{diam}(Q_k) \leq \operatorname{dist}(Q_k, \partial\Omega) \leq c_2 \operatorname{diam}(Q_k),$$

donde las constantes c_1, c_2 han de elegirse adecuadamente.

Finalmente, se estudian las posibles aplicaciones de estos resultados al estudio de soluciones de ecuaciones diferenciales.

Autor: María Silvana Riveros

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Acotaciones con pares de pesos de operadores con núcleos homogéneos

Consideremos el operador

$$Tf(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^\alpha |x+y|^{n-\alpha}} dy, \quad (1)$$

Para $0 < \alpha < n$. En [GU], se probó que este operador es de tipo débil $(1, 1)$ y fuerte (p, p) , para $1 < p < \infty$ y en [RU] que envía L^∞ en BMO , (si existe x_0 tal que $T|f|(x_0) < \infty$).

Además en [RU] se probó que si $w \in A_p$ y $w(-x) \leq Cw(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}^n$ entonces T es fuerte (p, p) si $1 < p < \infty$ respecto a la medida w y tipo débil $(1, 1)$ respecto de la medida w , si $p = 1$.

En el presente trabajo probamos los siguientes resultados:

Teorema: Sea T definido como en (1).

- Si $w \in A_\infty$ y $1 < p < \infty$ entonces existe una constante C tal que,

$$\int_{\mathbb{R}^n} |Tf|^p(x)w(x)dx \leq C \int_{\mathbb{R}^n} (Mf^p(x) + Mf^p(-x))w(x)dx.$$

- Si u es cualquier peso entonces, existe una constante C tal que

$$\int_{\mathbb{R}^n} |Tf|^p(x)u(x)dx \leq C \int_{\mathbb{R}^n} |f|^p(x)(M^{[p]+1}u(x) + M^{[p]+1}u(-x))dx,$$

$$u\{x : |Tf(x)| > \lambda\} \leq \frac{C}{\lambda} \int |f(x)|(M^{[2]}u(x) + M^{[2]}u(-x))dx$$

Referencias

- [GU] Godoy, T. - Urciuolo, M. *About the L^p boundedness of some integral operators.* Revista de la UMA Vol 38, 192-195, (1993).

[RU] Riveros, M.S.- Urciuolo, M. *Weighted inequalities for integral operators with some homogeneous kernels* Czech. Math.Journal, 55 (130), 423-432(2005).

Autores: Ana Bernardis, Bibiana Iaffei y Francisco Reyes

Lugar: IMAL - CONICET y FIQ - UNL; IMAL - CONICET y FHUC - UNL; Fac. de Ciencias - Universidad de Málaga

Expositor: Ana Bernardis

Resultados de convergencia para promedios ergódicos de Cesàro lacunares

Sea (X, \mathcal{F}, μ) un espacio de medida σ finito y τ una transformación medible de X en sí mismo. Los promedios ergódicos de tipo Cesàro- α , $0 < \alpha \leq 1$, se definen como

$$R_n^\alpha f(x) = \frac{1}{A_n^\alpha} \sum_{j=0}^n A_{n-j}^{\alpha-1} f(\tau^j x),$$

donde $A_n^\alpha = \frac{(\alpha+1)\cdots(\alpha+n)}{n!}$ y $A_0^\alpha = 1$. Cuando $\alpha = 1$ tenemos los promedios ergódicos usuales.

En [MS], [BMS] y [BM] se estudia la convergencia de los promedios R_n^α , en el contexto de operadores de Lamperti invertibles, para funciones de $L^p(d\mu)$ cuando $p > \frac{1}{\alpha}$ y para funciones en el espacio de Lorentz $L_{\frac{1}{\alpha}, 1}(d\mu)$ en el extremo $p = \frac{1}{\alpha}$. También se sabe que no es posible obtener resultados de convergencia de los promedios R_n^α para funciones de $L^p(d\mu)$ cuando $p < \frac{1}{\alpha}$, aún en el caso particular en que τ es una transformación puntual invertible, ergódica y que preserva la medida.

Con el propósito de obtener resultados de convergencia para funciones de $L^p(d\mu)$ en el rango $p < \frac{1}{\alpha}$ estudiamos los promedios ergódicos de tipo Cesàro- α lacunares definidos como

$$R_{n_k}^\alpha f(x) = \frac{1}{A_{n_k}^\alpha} \sum_{j=0}^{n_k} A_{n_k-j}^{\alpha-1} f(\tau^j x),$$

donde $\{n_k\}$ es una sucesión ρ -lacunar, es decir, $\{n_k\}$ es una sucesión creciente de enteros positivos tal que $\frac{n_{k+1}}{n_k} \geq \rho > 1$. Trabajando con transformaciones puntuales medibles, invertibles y tales que τ y τ^{-1} son no singulares, veremos cómo al restringirnos a sucesiones lacunares obtenemos resultados positivos en el rango $1 \leq p < \frac{1}{1-\alpha}$.

Referencias

- [BMS] A. L. Bernardis, F. J. Martín-Reyes and M. D. Sarrión Gavilán *The ergodic Hilbert transform in the Cesàro- α sense for invertible Lamperti operators*, Quart. J. Math. Oxford (2), **50** (1999), 389–399.
- [BM] A. L. Bernardis and F. J. Martín-Reyes *The limit case of the Cesàro- α convergence of the ergodic averages and the ergodic Hilbert transform*, Proc. Royal Soc. Edinb., **130** (2000), 225–237.
- [MS] F. J. Martín-Reyes and M. D. Sarrión Gavilán *Almost everywhere convergence and boundedness of Cesàro- α ergodic averages*, Illinois J. Math., **43** (1999), 592–611.

Autores: Élica Ferreyra y Marta Urciuolo
Lugar: FaMAF - Ciem, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Marta Urciuolo

Estimaciones L_p - L_q para operadores de convolución con medidas singulares no isotrópicamente homogéneas

Sea $a, b \in \mathbb{N}$, $2 \leq a < b$, sea $P(y_1, y_2)$ un polinomio con homogeneidad mixta de grado uno, con respecto a las dilataciones no isotrópicas $r \cdot (y_1, y_2) = (r^{\frac{1}{a}}y_1, r^{\frac{1}{b}}y_2)$. Dados $f \in S(\mathbb{R}^3)$ y $x = (x_1, x_2, x_3)$, estudiamos el operador

$$Tf(x) = (\mu * f)(x) = \int_Q f(x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3 - P(y_1, y_2)) dy_1 dy_2,$$

donde Q es el cubo unitario de \mathbb{R}^2 . Si $1 \leq p, q \leq \infty$, denotamos

$$E_\mu = \left\{ \left(\frac{1}{p}, \frac{1}{q} \right) \in Q : \|T\|_{p,q} < \infty \right\}.$$

Se sabe que E_μ es simétrico con respecto a la diagonal no principal, $\frac{1}{q} = 1 - \frac{1}{p}$. También que si un par $(\frac{1}{p}, \frac{1}{q})$ pertenece a E_μ entonces

$$\frac{1}{q} \leq \frac{1}{p}, \quad \frac{1}{q} \geq \frac{3}{p} - 2 \quad y \quad \frac{1}{q} \geq \frac{1}{p} - \frac{a+b}{a+b+ab}.$$

Por lo tanto E_μ está contenido en la región poligonal cerrada determinada por las rectas obtenidas por las ecuaciones anteriores y sus simétricas con respecto a la diagonal no principal.

Nosotras, conjuntamente con la Dra. E. Ferreyra, obtuvimos las siguientes condiciones necesarias: Si $\frac{1}{1+k} < \frac{a+b}{a+b+ab}$ y $P(y_1, y_2) = y_2^k Q(y_1, y_2)$ con $Q(1, 0) \neq 0$, entonces E_μ está estrictamente contenido en la región anterior.

Para el caso $a = 2$, obtuvimos que si un par $(\frac{1}{p}, \frac{1}{q})$ pertenece a E_μ entonces $\frac{1}{q} \geq \frac{2b+2}{b+2} \frac{1}{p} - 1$. También obtuvimos el siguiente resultado, que da condiciones suficientes óptimas (salvo puntos de borde).

Teorema. Sea $P(y_1, y_2) = Ay_1^2 + By_1y_2^{\frac{b}{2}} + Cy_2^b$, con $B \neq 0$, $b > 4$, par. Sean T y E_μ definidos como arriba. Entonces el correspondiente polígono abierto determinado por las rectas anteriores está contenido en E_μ .

Autores: J. Betancor, Sandra Molina y Lourdes Rodríguez Mesa

Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata - Universidad de La Laguna

Expositor: Sandra Molina

Area Littlewood-Paley functions associates with Hermite and Laguerre operators

Se estudiaron propiedades de acotación en L^p de ciertas funciones de área de Littlewood-Paley asociadas con los núcleos de calor de Hermite y de Laguerre. Primero se estableció la acotación fuerte en L^p y de L^1 en $L^{1,\infty}$ de dichos operadores asociados a Hermite, viéndolos como integrales de Calderón-Zygmund vectoriales. A continuación se estableció la acotación de estos operadores en el contexto de Laguerre. Para ello se compararon los operadores asociados a Hermite y a Laguerre en la región local (cerca de la singularidad).

Conferencia Invitada

Luis Caffarelli

University of Texas at Austin, USA

Cálculo de variaciones y ecuaciones de evolución para operadores fraccionarios

Siguiendo las ideas del cálculo de variaciones clásicas, consideramos energías no lineales de índole fraccionaria. Para una teoría de regularidad de soluciones es necesario comprender las propiedades de regularidad de operadores integrales "fraccionarios" de comportamiento discontinuo (el equivalente de

“coeficientes medibles”). Trabajo en colaboración con CHi Hin Chan y Alexis Vasseur.

Autores: Bruno Bongioanni, Eleonor Harboure, Oscar Salinas

Lugar: Universidad Nacional del Litoral

Expositor: Bruno Bongioanni

Conmutadores de transformadas de Riesz asociadas al operador de Schrödinger

Consideremos el operador de Schrödinger

$$-\Delta + V \quad (1)$$

en \mathbb{R}^d , $d \geq 3$, donde el potencial $V \geq 0$ y $V \in RH_q$ para $q > d/2$. Ciertas transformadas de Riesz asociadas a (1),

$$\nabla(-\Delta + V)^{-1/2} \quad (2)$$

fueron estudiadas en [2], donde se encuentran acotaciones en $L^p(\mathbb{R}^d)$ para $1 < p < p_0$, y p_0 depende de q . Más aún, Z. Shen prueba que, si $q > d$, estas transformadas de Riesz son de Calderón-Zygmund.

En este trabajo, estudiamos el comportamiento en los espacios de Lebesgue $L^p(\mathbb{R}^d)$, para $1 < p < \infty$, de conmutadores

$$T_b f(x) = T(bf)(x) - b(x)Tf(x), \quad x \in \mathbb{R}^d,$$

donde T es alguna componente del vector de transformadas de Riesz (2), o bien su operador conjugado.

Obtenemos que la clase de funciones b , que dan conmutadores acotados, es más extensa que el usual BMO en el caso clásico del Laplaciano. Esto mejora resultados ya obtenidos recientemente en [1]. Por otra parte, para el extremo $p = \infty$, obtenemos acotación en un adecuado “sustituto” del espacio $L^\infty(\mathbb{R}^d)$, bajo condiciones un poco más restrictivas para b .

Referencias

- [1] Z. Guo, P. Li, and L. Peng. L^p boundedness of commutators of Riesz transforms associated to Schrödinger operator. *J. Math. Anal. Appl.*, 341(1):421–432, 2008.
- [2] Z. Shen. L^p estimates for Schrödinger operators with certain potentials. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)*, 45(2):513–546, 1995.

Autores: Irene Drelichman y Ricardo Durán

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Irene Drelichman

La desigualdad de Poincaré en dominios planos muy generales

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ un dominio acotado. Un resultado fundamental para diversas aplicaciones en ecuaciones diferenciales y otros temas de análisis es la siguiente desigualdad de Poincaré

$$\|f - f_{\Omega}\|_{L^p(\Omega)} \leq C \|\nabla f\|_{L^p(\Omega)}$$

donde f_{Ω} es el promedio de f en Ω , $p \in [1, \infty)$ y C es una constante que depende sólo de p y Ω . Es bien sabido que esta desigualdad vale para dominios Lipschitz.

Por otra parte, muchos trabajos se han dedicado a encontrar condiciones más débiles que impliquen la validez de la desigualdad de Poincaré. Si fijamos un punto $x_0 \in \Omega$ y llamamos $k(x)$ a la distancia cuasi-hiperbólica entre x_0 y x se sabe que la desigualdad es válida para $p \geq n$ si $k \in L^{p-1}(\Omega)$ (ver [2]). En este trabajo presentamos una demostración simple de este resultado utilizando una fórmula de representación de f en términos de su gradiente introducida en [1].

Referencias

- [1] R. G. Durán, M. A. Muschietti, E. Russ and P. Tchamitchian, *Divergence operator and Poincaré inequalities on arbitrary bounded domains*, <http://mate.dm.uba.ar/~rduran/papers/dmrt.pdf>
- [2] R. Hurri, *Poincaré domains in R^n* , Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I Math. Dissertationes 71 (1988).

Autor: Ana Jiménez del Toro

Lugar: Depto. de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de Madrid, España

Teoría de automejora de desigualdades de tipo Poincaré asociadas a aproximaciones de la identidad y semigrupos

Presentamos un método general que nos permite estudiar propiedades de automejora de desigualdades de tipo Poincaré generalizadas asociadas a aproximaciones de la identidad y semigrupos.

Es decir, tomando como punto de partida desigualdades de la forma:

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q |f - S_{t_Q} f| dx \leq a(Q, f), \quad (1)$$

con S_{t_Q} una aproximación de la identidad o semigrupo cuyo núcleo decae suficientemente rápido y a cierto funcional, obtenemos diferentes tipos de automejoras de esta desigualdad en la escala de espacios de Lebesgue y de Orlicz con pesos en la clase de Muckenhoupt, según las propiedades que posea el funcional a . Consultar [BJM], [JM] y [Jim1].

En particular, en [BJM] y [JM], mostramos algunas desigualdades de tipo Poincaré expandidas que tienen en cuenta la falta de localización de la aproximación de la identidad o del semigrupo. En los mismos trabajos, observamos cómo conseguir desigualdades de tipo pseudo-Poincaré globales una vez obtenidas las locales y desigualdades de tipo Poincaré fuertes a partir de su correspondiente versión débil. En [Jim1] presentamos algunas aplicaciones interesantes como puede ser la conexión entre esta teoría y el teorema de John-Nirenberg.

Por otro lado, en [Jim2], consideramos desigualdades de tipo Poincaré con medida de Lebesgue:

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q |f - f_Q| dx \leq a(Q, f), \quad (2)$$

donde f_Q es la media de f en el cubo Q y a cierto funcional. Mostramos que (2) implica otras desigualdades de tipo Poincaré con pesos, para cierta clase de pesos lejos de ser doblante.

Referencias

- [BJM] N. Badr, A. Jiménez-del-Toro and J.M. Martell, *L^p self-improvement of generalized Poincaré inequalities associated with approximations of the identity and semigroups in space of homogeneous type*, in preparation.
- [Jim1] A. Jiménez-del-Toro, *Exponential self-improvement of generalized Poincaré inequalities associated with approximations of the identity and semigroups*, to appear.
- [Jim2] A. Jiménez-del-Toro, *L^p self-improvement of generalized Poincaré inequalities with non-doubling weights*, in preparation.
- [JM] A. Jiménez-del-Toro and J.M. Martell, *L^p self-improvement of generalized Poincaré inequalities associated with approximations of the identity and semigroups*, to appear.

Autores: Ricardo Durán, Marcela Sanmartino y Marisa Toschi

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Marisa Toschi

Regularidad y estimaciones a priori para sistemas elípticos no lineales

En este trabajo estudiaremos algunos resultados referentes a regularidad y estimaciones a priori para u y v soluciones del siguiente problema elíptico no lineal, extendiendo el caso $m = 1$ estudiado por Souplet en [2].

Consideremos un dominio $\Omega := \{x \in \mathbb{R}^n : |x| < 1\}$ para $n \geq 3$ y una deformación de Ω para el caso $n = m = 2$, (ver [1] para mas detalles de esta perturbación de Ω).

Consideremos el problema

$$\begin{cases} (-\Delta)^m u = a(x) v^p & \text{en } \Omega \\ (-\Delta)^m v = b(x) u^q & \text{in } \Omega \\ \left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right)^j u = \left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right)^j v = 0 & \text{en } \partial\Omega \quad 0 \leq j \leq m-1, \end{cases} \quad (1)$$

donde $\frac{\partial}{\partial \nu}$ es la derivada normal, $p, q > 0$, $pq > 1$ y a, b son funciones no negativas y acotadas. Definimos

$$\alpha = \frac{2m(p+1)}{pq-1} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{2m(q+1)}{pq-1}.$$

Teorema: Supongamos que

$$\max(\alpha, \beta) > n - m. \quad (2)$$

Entonces toda solución débil no negativa de (1) satisface

$$\|u\|_\infty, \|v\|_\infty \leq C,$$

donde $C = C(a, b, p, q, \Omega) > 0$.

Por otro lado, se obtiene la optimalidad de la condición (2).

Teorema: Supongamos

$$\max(\alpha, \beta) < n - m.$$

Luego, existen funciones $a, b \geq 0$, tales que (1) tiene una solución débil (u, v) con $u \notin L^\infty(\Omega)$ y $v \notin L^\infty(\Omega)$.

Referencias

- [1] Anna Dall'Acqua and Guido Sweers, *On domains for which the clamped plate system is positivity preserving*, Partial differential equations and inverse problems, Contemp. Math., vol. 362, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2004, pp. 133-144.
- [2] Philippe Souplet, *A survey on L^p_δ spaces and their applications to nonlinear elliptic and parabolic problems*, Nonlinear partial differential equations and their applications, GAKUTO Internat. Ser. Math. Sci. Appl., vol. 20, Gakkōtoshō, Tokyo, 2004, pp. 464-479.

Autores: J.J. Betancor, R. Crescimbeni y J.L. Torrea

Lugar: Universidad de La Laguna, Universidad Nacional del Comahure, Universidad Autónoma de Madrid

Expositor: R. Crescimbeni

Oscilación y variación para el semigrupo del calor, Poisson y transformada de Riesz en el contexto de Laguerre

Sea (X, \mathcal{F}, μ) un espacio de medida y $\{T_t\}_{t>0}$ una familia monoparamétrica de operadores acotados en $L^p(X)$ para algún $p \in [1, \infty)$, tal que $T_t f(x) \rightarrow T f(x)$, cuando $t \rightarrow 0$, para casi todo $x \in X$. En orden de analizar la velocidad

de convergencia es usual considerar funciones que involucren las diferencias $(T_t f(x) - T_s f(x))_{t,s>0}$. En particular los operadores oscilación y variación han sido usado en los últimos años para analizar la velocidad de convergencia.

Si $\{t_i\}_{i=1}^{\infty}$ es una sucesión fija que converge a cero, el operador oscilación asociado con la familia $\{T_t\}_{t>0}$ está definido por

$$\mathcal{O}(\{T_t\}_{t>0}, f)(x) = \left(\sum_{i=1}^{\infty} \sup_{t_{i+1} \leq \varepsilon_{i+1} < \varepsilon_i \leq t_i} |T_{\varepsilon_{i+1}} f(x) - T_{\varepsilon_i} f(x)|^2 \right)^{1/2}.$$

Si $\rho > 2$ la ρ -variación para la familia $\{T_t\}_{t>0}$ está dada por

$$\mathcal{V}_{\rho}(\{T_t\}_{t>0}, f)(x) = \sup_{\varepsilon_i \searrow 0} \left(\sum_{i=1}^{\infty} |T_{\varepsilon_i} f(x) - T_{\varepsilon_{i+1}} f(x)|^{\rho} \right)^{1/\rho},$$

donde el supremo es tomado sobre todas las sucesiones de números reales $\{\varepsilon_i\}_{i=1}^{\infty}$ que decrecen a cero.

Muchos autores han estudiado las propiedades de acotación en L^p para los operadores oscilación y variación asociado a semigrupos de operadores y familia de truncaciones de integrales singulares.

Nuestro objetivo es establecer propiedades de acotación en L^p , con pesos potencia, para los operadores oscilación y variación de los semigrupos del calor y Poisson y la familia de truncaciones de la transformada de Riesz en el contexto de Laguerre. Donde el operador diferencial de Laguerre L_{α} está dado por

$$L_{\alpha} = \frac{1}{2} \left(-\frac{d^2}{dx^2} + x^2 + \frac{1}{x^2} \left(\alpha^2 - \frac{1}{4} \right) \right), \quad x \in (0, \infty), \quad \alpha > -1.$$

Conferencia Invitada**Hugo Aimar****IMAL - Universidad Nacional del Litoral**

Conjuntos autosimilares, espacios de tipo homogéneo y el operador de Hardy-Littlewood

El operador de Hardy-Littlewood es central en el análisis armónico porque controla a muchos de los operadores singulares que provienen de la teoría clásica de potencial. Parece entonces natural que al preguntarse por la preservación del análisis armónico sobre las órbitas de los sistemas iterados de funciones se empiecen por estudiar las propiedades del operador maximal de Hardy-Littlewood. La teoría básica del operador de Hardy-Littlewood está bien desarrollada en espacios de tipo homogéneo, y los sistemas iterados de funciones clásicas preservan homogeneidad de un modo uniforme. Estas dos observaciones nos permiten obtener condiciones suficientes en sistemas iterados de funciones de modo que el operador maximal de Hardy-Littlewood sobre la n -ésima iteración esté puntualmente acotado por una composición de otros dos operadores. Uno es el de Hardy-Littlewood sobre el espacio inicial y el otro es un operador de tipo Hardy-Littlewood discreto. Como corolario de esta estimación se obtiene la preservación uniforme de las clases de A_p Muckenhoupt ($1 < p < \infty$) sobre las órbitas de aquellos sistemas.

Autor: Ezequiel Rela**Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires**

Conjuntos de Furstenberg cero dimensionales

Dado $\alpha \in (0, 1]$ decimos que un conjunto compacto $E \subset \mathbb{R}^2$ es de Furstenberg(α) si para cada dirección $e \in \mathbb{S}$ existe un segmento unitario ℓ_e tal que

$$\dim_H(\ell_e \cap E) \geq \alpha. \quad (1)$$

Se sabe que si $\alpha \in (0, 1]$ y E es de Furstenberg(α), entonces

$$\dim_H(E) \geq \max \left\{ \alpha + \frac{1}{2}; 2\alpha \right\} \quad (2)$$

También es sabido que hay ejemplos de conjuntos de Furstenberg(α) cuya dimensión no supera el valor $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\alpha$.

Motivados por el estudio de este problema desde el punto de vista de la dimensión generalizada de Hausdorff, en este trabajo centramos nuestro interés en el caso extremo $\alpha = 0$, donde la prueba de (2) no puede usarse.

¿Qué se puede decir si sólo sabemos que para cada $e \in \mathbb{S}$ el conjunto $\ell_e \cap E$ tiene dimensión cero? Para empezar a responder esta pregunta, tenemos que distinguir conjuntos cero dimensionales.

Puede ser que en cada dirección haya finitos puntos, numerables o incluso puede haber un conjunto perfecto de dimensión cero. La manera de clasificar estos últimos conjuntos es usar la clase de funciones de dimensión

$$\mathbb{H} = \{h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}_+, h(0) = 0, \text{ continuas y no decrecientes}\}$$

y, para cada $\mathfrak{h} \in \mathbb{H}$, considerar la medida generalizada de Hausdorff $\mathcal{H}^{\mathfrak{h}}$:

$$\mathcal{H}^{\mathfrak{h}}(E) = \sup_{\delta > 0} \inf \left\{ \sum_i \mathfrak{h}(\text{diam}(E_i)) : E \subset \bigcup_i E_i, \text{diam}(E_i) < \delta \right\}.$$

Podemos entonces definir conjuntos de Furstenberg(\mathfrak{h}) asociados a una función de dimensión \mathfrak{h} . La condición (1) se reemplaza por

$$\mathcal{H}^{\mathfrak{h}}(\ell_e \cap E) > 0.$$

En esta comunicación mostraremos que las desigualdades (2) pueden generalizarse (en un sentido apropiado) a este contexto y con esto probar que para funciones de dimensión “no demasiado chicas”, se puede extender el resultado clásico al caso $\alpha = 0$. También discutiremos el caso finito, mostrando algunas construcciones y comentando problemas aún en estudio.

Referencias

- [MR09] U. Molter and E. Rela, *On the exact Hausdorff dimension of Furstenberg-type sets*. Preprint.
<http://arxiv.org/pdf/0904.2710>.
- [Wol99b] Thomas Wolff, *Recent work connected with the Kakeya problem*, Prospects in mathematics (Princeton, NJ, 1996), Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999, pp. 129–162.

Autor: Mariano Ferrari

Lugar: Universidad Nacional de la Patagonia - San Juan Bosco, Puerto Madryn

¡Aléjate de mí! Conjuntos autosemejantes y condiciones de separación

Sea X un conjunto cerrado no vacío de \mathbb{R}^n . Un sistema de funciones iteradas consta de un alfabeto I^1 y una familia de contracciones φ_i sobre X . Sea I^* el conjunto de palabras finitas, I el conjunto de sucesiones infinitas y para cada $\omega = \omega_1 \dots \omega_k \in I^k$, denotemos $\varphi_\omega = \varphi_{\omega_1} \circ \dots \circ \varphi_{\omega_k}$. El atractor del sistema: $K = \bigcup_{\omega \in I} \lim_{k \rightarrow \infty} \varphi_{\omega_1 \dots \omega_k}(X)$, es un conjunto autosemejante, es el único compacto tal que $K = \bigcup_{i \in I^1} \varphi_i(K)$. Si existe constantes M_0, M_1 tal que $M_0|K_\omega||x - y| \leq |\varphi_\omega(x) - \varphi_\omega(y)| \leq M_1|K_\omega||x - y|$, $\forall \omega \in I^*$, donde $K_\omega = \varphi_\omega(K)$ y $|K_\omega|$ representa el diámetro, decimos que el sistema es de distorsión acotada. En este caso la dimensión de similaridad de I se define como el único $s_I \in \mathbb{R}^+$ que anula la función $p(s) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \log \sum_{\omega \in I^k} |K_\omega|^s$.

Condiciones de separación que limiten el solapamiento de los conjuntos $\varphi_\omega(X)$ son importantes para relacionar la dimensión de Hausdorff, $\dim(K)$ con s_I o alguna fórmula similar. Sea A un conjunto acotado cualquiera y consideramos la familia $I(A) = \{\omega = \omega_1 \dots \omega_k \in I^* : K_\omega \cup A \neq \emptyset; |K_\omega| < |A| \leq |K_{\omega_1 \dots \omega_{k-1}}|\}$, diremos que el sistema I es separado si $\#I(A)$ está acotado para todo A . Esta es una fuerte condición (equivalente a la más conocida condición de conjunto abierto) y está probado que se cumple si y sólo si $\dim(K) = s_I$ con medida positiva. Considerando directamente el conjunto de transformaciones $F = \{\varphi_\omega, \omega \in I^*\}$ en lugar de las palabras I^* puede definirse otra dimensión relacionada con el sistema, llamada dimensión de crecimiento, y una condición de separación débil (WSP) tal que si el sistema satisface WSP entonces $\dim(K)$ coincide con la dimensión de crecimiento y la medida es positiva.

En este trabajo estudiamos la noción de subsistema $G \subset I$ como un subconjunto compacto de I tal que si $\omega_1 \omega_2 \omega_3 \dots \in G$ entonces $\omega_2 \omega_3 \dots \in G$. El atractor $K_G \subset K$ es un conjunto subautosemejante. Este tipo de construcción generaliza las correspondientes a conjuntos recurrentes o grafo dirigidos y puede definirse la dimensión similaridad s_G que coincide con $\dim(K_G)$ si el subsistema es separado. Este enfoque nos permite caracterizar WSP y la dimensión de crecimiento a través de cierto subsistema y proponer una condición de separación débil generalizada. Estudiamos además condiciones bajo las cuales si la s_G -medida de Hausdorff de K_G es positiva, entonces el subsistema es separado, algo que no sucede en general, hecho que es ilustrado con algunos ejemplos.

Referencias

- [1] Peres, Y., M. Rams, K. Simon y B. Solomyak. (2001) Equivalence of positive Hausdorff measure and the Open Set Condition for Self conformal sets, Proc. Amer. Math. Soc. 129 no. 9, 2689-2699.
- [2] Zerner, M.P.W. (1996) Weak separation properties for self-similar sets, Proc. Amer. Math. Soc. 124 no.11, 3529-3539
- [3] Falconer, K.J. (1995) Sub-self similar sets, Trans. Amer. Math. Soc. 347 no.8, 3121-3129.

Autores: Carlos Cabrelli, Kathryn Hare y Ursula Molter

Lugar: Universidad de Buenos Aires, University of Waterloo, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Ursula Molter

Una clasificación fina de conjuntos de Cantor

Una manera natural de clasificar conjuntos compactos $E \subseteq \mathbb{R}$ de medida cero, es utilizando la dimensión de Hausdorff o Packing. Se sabe sin embargo que esta es una medida demasiado 'gruesa', que en muchos casos no es capaz de distinguir propiedades importantes de estos conjuntos.

Para una clasificación más fina, uno puede considerar la familia de medidas h -Hausdorff, H^h y h -packing, P^h , donde h pertenece a la clase de funciones de dimensión \mathcal{D} .

Definimos la *partición dimensional* de un conjunto E , como la partición de \mathcal{D} en seis (6) conjuntos $\mathcal{H}_\alpha^E \cap \mathcal{P}_\beta^E$, for $\alpha \leq \beta \in \{0, 1, \infty\}$, donde

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_\alpha^E &= \{h \in \mathcal{D} : H^h(E) = \alpha\} \text{ para } \alpha = 0, \infty, \\ \mathcal{H}_1^E &= \{h \in \mathcal{D} : 0 < H^h(E) < \infty\},\end{aligned}$$

y \mathcal{P}_β^E se define de manera análoga, pero reemplazando la medida h -Hausdorff, por la medida h -packing.

Aquellos conjuntos que tienen la misma partición, tendrán las mismas dimensiones Hausdorff y Packing, pero la recíproca no es necesariamente cierta.

En este artículo nos referiremos a un conjunto de Cantor como un conjunto compacto, perfecto totalmente desconexo y de medida Lebesgue cero. Dada una sucesión $a = \{a_n\} \subseteq \mathbb{R}^+$, sumable y monótona no decreciente,

se le asocia de manera unívoca un conjunto de Cantor C_a , cuyos intervalos complementarios tienen longitudes correspondientes a la sucesión a_n .

El estudio de estos conjuntos de Cantor a través de sus intervalos complementarios, fue iniciado por Besicovitch y Taylor en 1954. De hecho es posible calcular las dimensiones de Hausdorff y packing mediante las colas de la sucesión a_n , los números $r_n^{(a)} = \sum_{i>n} a_i$, for $n \in \mathbb{N}$.

En este trabajo mostramos cómo la clasificación de los conjuntos C_a de acuerdo a su partición dimensional, puede ser realizada a través del comportamiento de sus colas.

Probamos que dos conjuntos de Cantor, C_a, C_b , tienen la misma partición dimensional si y sólo si sus funciones de dimensión asociadas h_a y h_b son equivalentes de acuerdo a un orden parcial \preceq , adecuadamente definido. Si además h_a^{-1} es duplicante, tenemos que $h_a \equiv h_b$ si y solo si las colas de a y b son equivalentes. En general probamos que C_a y C_b tienen la misma partición dimensional si y sólo si existen enteros positivos j, k tales que $r_n^{(a)} \geq r_{jn}^{(b)}/j$ y $r_n^{(b)} \geq r_{kn}^{(a)}/k$ para todo n .

Referencias

- [1] C. Cabrelli, K. Hare, and U. Molter, *Classifying Cantor sets by their Fractal dimensions*. arXiv:0905.1980 (2009).

Autor: José Luis Romero

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Una demostración elemental de la versión continua del lema de Wiener

La versión continua del lema $1/f$ de Wiener dice que si f es una función integrable tal que $1 + \hat{f}$ no se anula nunca, entonces existe una función integrable g tal que $(1 + \hat{f})(1 + \hat{g}) \equiv 1$, donde \hat{f} denota la transformada de Fourier de f . Este enunciado es un análogo continuo del lema clásico de Wiener que dice que si una función sobre el intervalo $[0, 1]$ es nunca nula y tiene coeficientes de Fourier absolutamente sumables, entonces su inverso puntal también tiene coeficientes de Fourier absolutamente sumables.

Modernamente, desde la perspectiva de la teoría de Gelfand, tanto la versión clásica como la continua pueden verse como casos de un principio general para grupos abelianos localmente compactos. Usando algunas técnicas originalmente desarrolladas para extender el lema de Wiener a ciertos grupos no

conmutativos discretos, damos una demostración totalmente elemental de la versión continua del lema de Wiener.

Autores: Hugo Aimar, Bibiana Iaffei y Liliana Nitti

Lugar: IMAL - CONICET, Universidad Nacional del Litoral - FIQ - FHUC Universidad Nacional del Litoral

Expositor: Bibiana Iaffei

Acotación de un operador de integral fraccionaria en los espacios de Lebesgue sobre espacios métricos con dos componentes de dimensiones distintas

En la teoría clásica de Sobolev y Lebesgue muchas propiedades de acotación de operadores dependen crucialmente de la dimensión del espacio euclídeo subyacente. Cuando estos resultados se quieren extender a espacios métricos con medida conformados por dos componentes de distintas dimensiones, surgen dos caminos posibles. Uno de los caminos es estudiar el comportamiento de los operadores en los espacios con exponentes variables de modo tal que la variación del exponente permita reflejar la no homogeneidad del espacio que subyace. El otro camino, es considerar una medida que duplique en el espacio total y obtener la acotación en ese contexto de apropiadas extensiones de los operadores.

En este trabajo se muestran los resultados obtenidos en ambas direcciones para el caso de un operador de tipo integral fraccionaria

$$I_{\alpha}^{\gamma_1, \gamma_2} f(x) = \int_{X_1 \cup X_2} \frac{f(y)}{d(x, y)^{n(x) - \alpha}} d\mu^{\gamma_1, \gamma_2}(y)$$

para $0 < \alpha < n(x)$ y cuando (X, d) es un espacio métrico acotado, $X = X_1 \cup X_2 \cup \{p\}$, donde $\{p\} = \overline{X_1} \cap \overline{X_2}$. Este sistema (X_1, X_2, d) satisface la propiedad \mathcal{C} , definida en [AN], con el único punto de contacto p y con contacto de orden 0. Además cada una de las componentes soportan medidas normales de diferentes dimensiones.

Referencias

- [AN] H. Aimar and L. Nitti *Separation and contact of sets of different dimensions in a doubling environment*, Publ. Math. Debrecen, **74/3-4** (2009), 351–368.

Autores: Sheldy Ombrosi y Jorgelina Recchi

Lugar: Universidad Nacional del Sur

Expositor: Jorgelina Recchi

Sobre la mejor constante en desigualdades mixtas

D. Cruz Uribe, J.M. Martell y C. Pérez han probado en [1] la siguiente generalización para el caso n -dimensional del Teorema de Sawyer [2]:

Teorema. Si $u \in A_1$ y $v \in A_1$, entonces existe una constante C tal que $\forall t > 0$

$$uv(\{x \in \mathbb{R}^n : \frac{|T(fv)(x)|}{v(x)} > t\}) \leq \frac{C}{t} \int_{\mathbb{R}^n} |f(x)|u(x)v(x) dx$$

donde T puede ser el operador Maximal de Hardy-Littlewood, su versión diádica e inclusive un operador de Calderón-Zygmund regular.

Nosotros estamos tratando de determinar cuál es la dependencia de la constante C en función de las constantes asociadas al peso y dependiendo quién sea el operador T . Este tipo de problema es de mucho interés en el Análisis Real por diversos motivos que detallaremos en la charla.

En la charla contaremos un primer resultado parcial, concretamente, si $u \in A_1$ y $v \in A_1$ y si T es la función maximal diádica entonces la constante C está controlada por $c[u]_{A_1}^2[v]_{A_1}^4$, donde c no depende de las constantes de los pesos. Esto conjuntamente con un argumento de extrapolación da también resultados parciales (con peor dependencia) para los otros operadores mencionados. Nuestra conjetura (que contiene a otros problemas abiertos que mencionaremos) es que la dependencia es lineal respecto al producto $[u]_{A_1}[v]_{A_1}$, para cualquiera de los tres operadores mencionados.

Referencias

- [1] D.Cruz-Urbe,SFO,J.M.Martell,C. Pérez, *Weighted weak-type inequalities and a conjecture of Sawyer*, Inter. Math. Research Notices 30 (2005), 1849-1871
- [2] E. Sawyer, *A weighted weak type inequality for the maximal function*, Proc. Amer. Math. Soc. 93 (1985), 610-614.

Autores: Mauricio Ramseyer, Oscar Salinas, Beatriz Viviani

Lugar: IMAL, Santa Fe

Expositor: Mauricio Ramseyer

Acotaciones de la integral fraccionaria entre L_p y espacios de tipo Lipschitz integral con p variable

Consideremos el operador integral fraccionaria $I_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy$ con $0 < \alpha < n$.

Sea $p : \mathbb{R}^n \rightarrow (1, \infty)$ una función exponente, con $p_- = \inf_{x \in \mathbb{R}^n} p(x)$ y $p_+ = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} p(x)$ tales que $1 < p_- \leq p_+ < \infty$.

Consideremos el espacio $L^{p(\cdot)}$ [1] con la norma usual dada por

$$\|f\|_{p(\cdot)} = \inf\{\lambda > 0 : \int (\frac{|f(y)|}{\lambda})^{p(y)} dy \leq 1\}$$

y consideremos el espacio $\mathfrak{L}_{\alpha, p(\cdot)}$ de las funciones $f \in L^1_{\text{loc}}$ para las cuales existe una constante C tal que:

$$\frac{1}{|B|^{\frac{\alpha}{n}} \|\chi_{2B}\|_{p'(\cdot)}} \int_B |f(x) - m_B f| dx \leq C$$

para toda bola $B \in \mathbb{R}^n$ donde $p'(x) = \frac{p(x)}{p(x)-1}$.

Con estas definiciones nuestro principal resultado puede enunciarse en el siguiente

Teorema: Sea $0 < \alpha < n$, p una función exponente tal que $1 < p_- \leq p_+ < \frac{n}{(\alpha-1)^+}$, entonces el operador I_α puede extenderse a un operador $\tilde{I}_\alpha : L^{p(\cdot)} \rightarrow \mathfrak{L}_{\alpha, p(\cdot)}$ dado por

$$\tilde{I}_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \left[\frac{1}{|x-y|^{n-\alpha}} - \frac{1 - \chi_{B(0,1)}(y)}{|y|^{n-\alpha}} \right] f(y) dy$$

si y sólo si p satisface

$$\left\| \frac{\chi_{\mathbb{R}^n - 2B}}{|x_B - \cdot|^{n-\alpha+1}} \right\|_{p'(\cdot)} \leq C |B|^{\frac{\alpha}{n} - \frac{1}{n} - 1} \|\chi_{2B}\|_{p'(\cdot)} \quad (1)$$

con C independiente de la bola B .

Referencias

- [1] Ondrej Kováčik, Zilina y Jirí Rákosník, *On Spaces $L^{p(x)}$ and $W^{k,p(x)}$* , Czechoslovak Mathematical Journal, 41 (116) Praha, 1991.

Conferencia Invitada
Fabián Levis
Universidad Nacional de Río Cuarto

Mejor aproximación en espacios de Orlicz-Lorentz

Sea \mathcal{M}_0 la clase de todas las funciones medibles Lebesgue definidas sobre $[0, \alpha)$, $0 < \alpha \leq \infty$, con valores en la recta extendida \mathbb{R} . Como es usual, para $f \in \mathcal{M}_0$, denotamos su reordenamiento decreciente por f^* . Sean $\phi : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$ una función convexa, diferenciable, con $\phi(0) = 0$ y $\phi(t) > 0$ si $t > 0$, y $w : (0, \alpha) \rightarrow (0, \infty)$ una función peso, decreciente y localmente integrable. Si $\alpha = \infty$, se asume $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0$ y $\int_0^\infty w(t) d\mu(t) = \infty$. Para $f \in \mathcal{M}_0$, sea

$$\Psi_{w,\phi}(f) = \int_0^\alpha \phi(f^*(t))w(t)d\mu(t).$$

Denotamos por $\Lambda_{w,\phi}$ al espacio de Orlicz-Lorentz, $\{f \in \mathcal{M}_0 : \Psi_{w,\phi}(\lambda f) < \infty \text{ para todo } \lambda > 0\}$ y por $\Lambda_{w,\phi'}$ al espacio definido análogamente, donde ϕ' es la derivada de la función ϕ . Con la norma de Luxemburg definida por $\|f\|_{w,\phi} = \inf \{ \epsilon > 0 : \Psi_{w,\phi}(\frac{f}{\epsilon}) \leq 1 \}$, $\Lambda_{w,\phi}$ es un espacio de Banach.

El propósito de esta comunicación es resumir algunos recientes resultados acerca de los espacios de Orlicz-Lorentz, los cuales generalizan a los de los espacios de Orlicz y de Lorentz. Más precisamente, se estudió la diferenciabilidad Gateaux del funcional $\Psi_{w,\phi}$ y de la norma de Luxemburg. Se obtuvo una expresión de la derivada lateral a derecha en ambos casos y se describió aquellos puntos en donde la derivada existe. Se caracterizaron los mejores ϕ -aproximantes desde un subconjunto convexo K y se estableció una relación entre los mejores ϕ -aproximantes y los mejores aproximantes en la norma. Para el caso particular donde K es el conjunto de las funciones constantes, se proporcionó un algoritmo para construir el mejor ϕ -aproximante máximo y mínimo. Se extendió el operador de mejor ϕ -aproximación por constantes de $\Lambda_{w,\phi}$ a $\Lambda_{w,\phi'}$ y se demostró la propiedad de monotonía del mismo. Finalmente, se dieron dos generalizaciones del Teorema de Diferenciación de Lebesgue a los espacios $\Lambda_{w,\phi'}$, a saber: probando que ciertos promedios integrales de una función f converge a f en ctp y otra considerando mejores aproximantes constantes a f restringida a bolas de radio ϵ y mostrando que convergen a f en ctp. cuando $\epsilon \rightarrow 0$.

Referencias

- [1] F.E. Levis, H.H. Cuenya, *Gateaux Differentiability for Functional of Type Orlicz-Lorentz*, Acta Math. Univ. Comenianae, **73**, 1 (2004), 31-41.
- [2] F.E. Levis, H.H. Cuenya, *Gateaux differentiability in Orlicz - Lorentz spaces and applications*, Math. Nachr., **280**, 11 (2007), 1-15.
- [3] F.E. Levis, H.H. Cuenya, A.N. Priori, *Best constant approximants in Orlicz - Lorentz spaces*, Comment. Math. Prace Mat., **48**, 1 (2008), 59-73.
- [4] F.E. Levis, *Weak inequalities for maximal functions in Orlicz-Lorentz spaces and applications*, J. Approx. Theory, In Press, Accepted Manuscript, Available online 5 May 2009.

Autores: H. Cuenya, F. Levis, M. Lorenzo y C. Rodriguez

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Expositor: Claudia Rodriguez

Subespacios Optimales en Espacios Normados

Sea $(F, \|\cdot\|)$ un espacio normado, $m \in \mathbb{N}$ y ρ una norma monótona definida en \mathbb{R}^m . Sea $Y = \{f_1, \dots, f_m\} \subset F$ y $U \subset F$ un conjunto proximal. Para $1 \leq k \leq m$, denotamos por $P_U(f_k)$ la proyección métrica de f_k sobre U .

Si $g_k \in P_U(f_k)$,

$$E(Y, U) = \rho(\|f_1 - g_1\|, \dots, \|f_m - g_m\|),$$

indicará la *desviación* del conjunto Y al conjunto U .

Para $n \in \mathbb{N}$, consideremos el conjunto $\Pi_n(F)$ de todos los subespacios lineales de F de dimensión a lo sumo n . El valor

$$E(Y) := \inf_{V \in \Pi_n(F)} E(Y, V), \quad (1)$$

es llamado el *diámetro n -dimensional* del conjunto Y . Un subespacio lineal $V_0 \in \Pi_n(F)$ es un *subespacio n -optimal* para Y si

$$E(Y) = E(Y, V_0).$$

El concepto de diámetro n -dimensional y de subespacio n -optimal fue introducido por A.N. Kolmogorov en [2]. Otros trabajos con este concepto puede verse en [1] y [5]. Recientemente en [1] y [2] los autores probaron existencia de subespacios n - optimales en un espacio de Hilbert. Ellos dieron

una prueba constructiva de existencia y aplicaciones al problema de encontrar un modelo que describa una clase dada de señales o imágenes.

En este trabajo, probamos resultados más generales sobre existencia de subespacios n -optimales. Además, estudiamos propiedades de la desviación, del diámetro n -dimensional y de los subespacios n -optimales. Finalmente, damos una caracterización de los subespacios n -optimales y probamos un resultado de unicidad en espacios de Hilbert.

Referencias

- [1] Aldroubi, A. Cabrelli, C., Hardin, D., Molter, U. *Optimal shift invariant spaces and their parseval frame generators* Appl. Comput. Harmon. Anal., **23** (2007), 273-283.
- [2] Aldroubi, A. Cabrelli C., Molter, U. *Optimal non-linear models for sparsity and sampling* Revista, (2007), preprint.
- [3] Garkavi A.L. *On the best net and best section of a set in a normed space*, Izv. Akad. Nauk SSSR 26 1, 87-106 (1962).
- [4] Kolmogorov A.N. *Über die beste Annäherung von Funktionen einer gegebenen Funktionenklasse*, Ann. of Math., **37**, 107-110 (1936).
- [5] Tikhomirov V.M. *Diameters of sets in function spaces and the theory of best approximation*, Russian Math. Surveys 15, 75-111 (1960).

Autores: C. Ridolfi, H. Cuenya y F. Levis

Lugar: Universidad Nacional de San Luis

Expositor: Claudia Ridolfi

Una desigualdad de tipo Pólya y aplicación a mejor aproximación local

Para cada conjunto $E \subset \mathbb{R}$ medible Lebesgue con $\mu(E) > 0$, se considera una seminorma $\|\cdot\|_E$. Si la red de seminormas satisface ciertas propiedades, se prueba una desigualdad de tipo Pólya para polinomios algebraicos, siguiendo la idea descrita en [1]. Más precisamente:

Dada una k -upla (i_1, \dots, i_k) de enteros no negativos con $i_1 + \dots + i_k = n + 1$, k conjuntos compactos disjuntos $B_s \subset \mathbb{R}$, $0 < \mu(B_s) \leq 1$, y una familia de subconjuntos medibles

$$\mathcal{F}_\lambda = \left\{ E \subset \bigcup_{s=1}^k B_s : 0 < \mu(E) \leq \lambda \mu(E \cap B_s), 1 \leq s \leq k \right\}, \quad \lambda > 0,$$

existe una constante $M = M(\lambda) > 0$ tal que

$$|c_j| \leq \frac{M}{\min\{\mu(E \cap B_s)^{i_s} : 1 \leq s \leq k\}} \|P\|_E, \quad 0 \leq j \leq n,$$

para todo polinomio $P(x) = \sum_{j=0}^n c_j x^j \in \Pi^n$ y todo $E \in \mathcal{F}_\lambda$.

Como aplicación de esta desigualdad se prueba la existencia del mejor aproximante local multipuntual, por elementos de Π^n , a una función f en cierta clase de funciones, cuando $n+1$ es múltiplo de k .

En [2] fue estudiado la existencia del mejor aproximante local multipuntual para una familia de seminormas, sin la restricción de que $n+1$ sea múltiplo de k , no obstante nuestro método permite considerar mejor aproximación sobre conjuntos no contemplados allí.

Referencias

- [1] Cuenya, H., Levis, F. *Pólya-Type Polynomial Inequalities in L^p Spaces and Best Local Approximation*, Number. Funct. Anal. and Optimiz., 26 (7-8), (2005), 823-827.
- [2] Zo, F., Cuenya, H. *Best Approximations on Small Regions. A General Approach*, Advanced Courses of Mathematical Analysis II, (2007), 193-213.

Autor: Héctor Cuenya

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Puntos fijos aproximados y mejores pares aproximativos

Sea $(E, \|\cdot\|)$ un espacio de Banach y sean X e Y subconjuntos de E . Dada una multi-función $F : X \rightarrow 2^Y$ y $\epsilon > 0$, definimos el conjunto de ϵ -puntos fijos de F by

$$FIX^\epsilon(F) := \{x \in X : d(x, F(x)) \leq d(X, Y) + \epsilon\}.$$

Este concepto para $Y = X$, fue introducido en [1]. ϵ -puntos fijos son conocidos también como puntos fijos aproximados, por ejemplo ver [2]. En [1] los autores dan teoremas de existencia de puntos fijos para multi-funciones de un conjunto en si mismo. En este trabajo extendemos estos teoremas en dos sentidos. En primer lugar, consideramos multi-funciones de un conjunto en

otro y en segundo lugar sustituimos la condición de que X tenga interior no vacío por una condición más general sobre el conjunto X^0 definido por

$$X^0 := \{x \in X : \exists y \in \bar{Y} \text{ tal que } d(x, y) = d(X, Y)\},$$

y una condición sobre el par (X, Y) , la cual es satisfecha cuando $Y = X$.

Como los resultados obtenidos son bajo el supuesto que la multi-función F sea, o bien semi continua superiormente, cerrada o débilmente cerrada; nuestro método requiere estudiar propiedades análogas de la proyección métrica $P_{\bar{X}^0} : Y^0 \rightarrow \bar{X}^0$. Como consecuencia de nuestros resultados obtenemos nuevos teoremas de existencia de mejores pares aproximativos, es decir, de pares $(x, F(x))$ tal que $d(x, F(x)) = d(X, Y)$.

Referencias

- [1] R. Branzei, J. Morgan, V. Scalzo and S. Tijs. *Approximate fixed point theorems in Banach spaces with applications in game theory*. J. of Math. Anal. Appl. **285**, (2003), 619-628.
- [2] S.H. Tijs, A. Torre, R. Branzei. *Approximate fixed point theorems*. Libertas Math. **23**, (2003), 35-39.

Autores: Magalí Anastasio, Carlos Cabrelli y Victoria Paternostro

Lugar: Universidad de Buenos Aires y CONICET

Expositor: Magalí Anastasio

Invariancia de un Espacio Invariante por Traslaciones Enteras en Varias Variables

Sea S un subespacio invariante por traslaciones enteras en $L^2(\mathbb{R}^d)$. El conjunto de invariancia M asociado a S , se define como el conjunto de vectores $x \in \mathbb{R}^d$ tales que la traslación por x de cualquier función de S pertenece a S .

El conjunto de invariancia resulta ser un subgrupo cerrado de \mathbb{R}^d que contiene a \mathbb{Z}^d . Esto motiva el estudio del problema de dar condiciones necesarias y suficientes para que un subespacio invariante por traslaciones enteras en $L^2(\mathbb{R}^d)$ sea también invariante por traslaciones en un subgrupo dado de \mathbb{R}^d , que es cerrado y contiene a \mathbb{Z}^d .

Este problema fue estudiado en [1] para el caso 1-dimensional, donde los posibles subgrupos propios cerrados de \mathbb{R} que contienen a \mathbb{Z} son discretos. Los resultados que presentamos aquí generalizan dicho trabajo al caso d -dimensional. La principal dificultad de esta extensión radica en que los

subgrupos propios cerrados de \mathbb{R}^d que contienen a \mathbb{Z}^d , no son necesariamente discretos. Ver [2] para una exposición detallada de los resultados.

Referencias

- [1] Aldroubi, A., Cabrelli, C., Heil, C., Kornelson, K., Molter, U., *Invariance of a Shift-Invariant Space*, J. Fourier Anal. and Appl., to appear (2009).
- [2] Anastasio, M., Cabrelli, C., Paternostro, V., *Invariance of a Shift-Invariant Space in several variables*, preprint. (<http://arxiv.org/pdf/0905.1980>)

Autores: Magalí Anastasio, Carlos Cabrelli y Victoria Paternostro

Lugar: Universidad de Buenos Aires y CONICET

Expositor: Victoria Paternostro

Extra Invariancia de Espacios Invariantes por Traslaciones en Grupos LCA

Sea G un grupo topológico abeliano localmente compacto y K un subgrupo cerrado de G . Un subespacio cerrado de $L^2(G)$ se dice K -invariante si es invariante bajo traslaciones por elementos de K .

Supongamos que H es un subgrupo discreto y numerable de G tal que el cociente G/H es compacto y sea M un subgrupo de G que contiene a H .

En este trabajo se dan condiciones necesarias y suficientes para que un espacio H -invariante sea M -invariante.

Estos resultados generalizan los trabajos [1] y [2] donde se estudian los casos ($G = \mathbb{R}$, $H = \mathbb{Z}$) y ($G = \mathbb{R}^d$, $H = \mathbb{Z}^d$) respectivamente.

Se prueba además que para cualquier subgrupo cerrado M de G que contiene a H , existe un espacio H -invariante S que es exactamente M -invariante. Es decir, S no es invariante bajo la acción de ningún otro subgrupo de G que contiene a M .

Por último para espacios H -invariantes finitamente generados que son además M -invariantes, se obtienen estimaciones sobre el tamaño del soporte de la transformada de Fourier de sus generadores.

Una exposición detallada de estos resultados aparece en [3].

Referencias

- [1] Aldroubi, A., Cabrelli, C., Heil, C., Kornelson, K., Molter, U., *Invariance of a Shift-Invariant Space*, J. Fourier Anal. and Appl., to appear (2009).

- [2] Anastasio, M., Cabrelli, C., Paternostro, V., *Invariance of a Shift-Invariant Space in several variables*, preprint. (<http://arxiv.org/pdf/0905.1980>)
- [3] Anastasio, M., Cabrelli, C., Paternostro, V., *Extra Invariance of Shift-Invariant Spaces on LCA groups*, preprint. (<http://arxiv.org/pdf/0906.1207>)

Conferencia Invitada**Patricia Morillas****Inst. de Matemática Aplicada San Luis Universidad Nacional de San Luis - CONICET**

Bases tipo wavelets en espacios de Hilbert

La construcción de bases tipo wavelets usando funciones especiales ha sido considerada por diversos autores (por ejemplo, en [1], [2], [3] y [4]. En particular, en [1] partiendo de una base ortonormal en un espacio de Hilbert H y de un análisis de multiresolución sobre la recta se presenta un método, que aprovecha las ventajas de ambas estructuras, para obtener bases tipo wavelets en H con propiedades apropiadas para la representación de funciones y operadores.

En este trabajo se considera el método propuesto en un contexto más general de modo tal de poder trabajar con otras variantes cuando se lo aplica, y se lo estudia partiendo de distintas bases ortonormales y diferentes análisis de multiresolución.

Referencias

- [1] Dai D. Q., Lin W., Orthonormal polynomial wavelets on the interval, *Proceedings of the American Mathematical Society* 134 (5), 1383-1390, 2006.
- [2] Depczynski U., Sturm-Liouville wavelets, *Appl. Comp. Harm. Anal.* 5, 216-247, 1998.
- [3] Fisher B., Prestin J., Wavelets based on orthogonal polynomials, *Math. Comp.* 66, 1593-1618, 1997.
- [4] Kilgore T., Prestin J., Polynomial wavelets on the interval, *Constructive Approximation* 12, 95-110, 1996.

Autores: Hugo Aimar, Ana Bernardis, Luis Nowak

Lugar: IMAL - CONICET - Universidad Nacional del Litoral - UNOCOMA

Expositor: Luis Nowak

Democracia y bases de Haar en espacios de tipo homogéneo

En [T] el autor prueba la existencia de bases de tipo greedy para los espacios $L^p(0,1)$ con $1 < p < \infty$. Más precisamente, el autor prueba que el clásico sistema de Haar en el intervalo $(0,1)$ es greedy en dichos espacios de Lebesgue.

En [KT] los autores caracterizan, en el contexto general de espacios de Banach, las bases de tipo greedy como aquellas que son incondicionales y democráticas.

En [I] el autor prueba que el sistema de Haar clásico en el contexto Euclideo de \mathbb{R}^n es democrático en los espacios de Lebesgue con pesos diádicos. Usando la incondicionalidad de dicho sistema probada en [ABM] se obtiene que el sistema de Haar es greedy en este contexto.

En [ABI] se prueba que las bases de Haar construídas por Aimar [A] en el contexto general de espacios de tipo homogéneo sobre los cubos diádicos de Christ [C] constituyen bases incondicionales de los espacios de Lebesgue con pesos diádicos. Demostramos que las bases de Haar dadas en [A] son democráticas en estos espacios y por lo tanto greedy.

Referencias

- [A] H. Aimar. Construction of Haar type bases on quasi-metric spaces with finite asouad dimension. *Anal. Acad. Nac. Cs. Ex., F. y Nat. Buenos Aires* 54 (2002).
- [ABI] H. Aimar, A. Bernardis y B. Iaffei. Multiresolution approximations and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type. *Journal of Approximation Theory* 148 (2007), 12-34
- [ABM] H. Aimar, A. Bernardis y F. Martín-Reyes. Multiresolution approximation and wavelets bases of weighted L^p spaces. *J. Fourier Anal. Appl.* 9(5)(2003), 497-510.
- [C] M. Christ. A T(b) theorem with remarks on analytic capacity and the Cauchy integral. *Colloq. Math.* 60/61 (1990), 601-628.
- [I] M. Izuki. The Haar wavelets and the Haar scaling function in weighted L^p spaces with $A_p^{dy,m}$ weights. Preprint
- [KT] S. Konyagin y V. Temlyakov. A remark on Greedy approximation in Banach spaces. *East Journal On Approximations.* 5(3)(1999), 365-379.

- [T] V. Temlyakov. The best m -term approximation and greedy algorithms. *Advances in Computational Math.* 8 (1998), 249-265.

Autores: Juan Miguel Medina y Bruno Cernuschi Frías
Lugar: Universidad de Buenos Aires - IAM CONICET
Expositor: Juan Miguel Medina

Stationary Processes forming Frames and Basis: Some Applications

We will give necessary and sufficient conditions for $\{X_k^j\}_{k \in \mathbf{Z}}^{j=1 \dots n}$ the samples taken at uniform rate from a wide sense stationary processes (or an "observed" processes) to form a frame or a Riesz Basis of its span. In some way this is an analogue problem to that of finding conditions for frames of a shift invariant subspace of $L^2(\mathbf{R})$ with a finite number of generators. The main result is the following:

Theorem. Let $\mathcal{X} = \{X_k^j\}_{k \in \mathbf{Z}}^{j=1 \dots n}$; X_k^j estacionarily correlated in the variable k . \mathcal{X} is a frame of its span $H(\mathcal{X})$ (in $L^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$) with constants A, B if and only if the (cross) spectral measures $\mu_{r,j}$ defined by

$$\mathbf{E}(X_k^i X_0^j) = \int_0^1 e^{i\lambda 2\pi k} d\mu_{r,j}$$

verify the following conditions: (i) $\mu_{r,j} \ll \mathcal{L}$. And (ii) if the spectral densities matrix $D_{i,j} = \frac{d\mu_{i,j}}{d\mathcal{L}}$ verifies $\sigma(D)(\lambda) \subseteq \{0\} \cup [A, B]$ for almost all $\lambda \in [0, 1]$ [\mathcal{L}].

Similar conditions can derived for Riesz basis. Moreover it is also possible to give conditions for the dual frames. This is be very useful to sample and reconstruct continuous time random processes - signals as in the deterministic case of $L^2(\mathbf{R})$ functions, and as in the latter case it is easy to prove this provides a "robust" representation of the signal if the samples are corrupted with additive noise.

Autores: Marcela Fabio y Eduardo Serrano

Lugar: Escuela de Ciencia y Tecnología - Universidad Nacional de San Martín

Expositor: Eduardo Serrano

Marcos de Paquetes de Wavelets bien localizados en frecuencia

Las wavelets o *átomos* encuadradas en un análisis multirresolución regular no poseen una precisa localización en frecuencia. Existen diversas alternativas para lograr una mejor definición espectral en el mismo esquema. En especial, pueden diseñarse distintas clases de funciones elementales o *moléculas*, a partir de las wavelets, oscilantes y mejor localizadas en frecuencia. Los denominados *paquetes de wavelets* resultantes de la acción iterada de los filtros conjugados asociados al análisis constituyen un clásico ejemplo. Otras alternativas, como las exploradas por los autores en desarrollos anteriores, son posibles. Continuando con esta línea de investigación presentamos aquí una nueva clase de moléculas. Las mismas son definidas en cada subespacio wavelet a partir de:

$$\theta_{m,l}(x) = \sum_{k=-2^{m-1}}^{2^{m-1}} \mu_{mk} F_m(l, k) \psi(x - k) ; \theta_{m,l,j,n}(x) = 2^{j/2} \theta_{m,l}(2^j x - n)$$

donde μ_{mk} son apropiados pesos y $F_m(l, \cdot)$ filtros ortogonales. Los índices m indica la precisión en frecuencia, y pueden escogerse para cada nivel de resolución j . Los índices n y l corresponden a la localización en tiempo y frecuencia, respectivamente.

La clave del diseño, que aquí exponemos, es la definición de los pesos y se basa en técnicas de aceleración de series de Fourier. Las familias $\theta_{m,l,j,n}(x)$ son sobre completas y pueden organizarse en marcos de Parseval en cada subespacio wavelet. \diamond

Aplicaciones de la Matemática

Organiza:

Javier Etcheverry - Cristina Turner

Conferencia Invitada

María José Aleandro

**Inst. Multidisciplinario sobre Ecosistemas y Desarrollo Sustentable. FCE.
Fac. de Cs. Veterinarias. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de
Buenos Aires**

Adaptación de Modelos de Crecimiento de Pasturas a la Provincia de
Buenos Aires

Argentina tiene un gran reconocimiento a nivel mundial por la calidad de su producción bovina basada fundamentalmente en esquemas pastoriles. Una característica de los sistemas pastoriles, es que existen múltiples interacciones de difícil control en la experimentación a campo pero de alto interés productivo. Por tal motivo, los modelos matemáticos permiten el chequeo y aprendizaje de las consecuencias de distintos cursos de acción y de alternativas tecnológicas de un modo eficiente y económico, y son un aporte valioso para la toma de decisiones.

Con el objetivo a posteriori de desarrollar un modelo matemático de la producción de pasto, calidad forrajera y del consumo animal de un sistema de producción de carne bovina de base pastoril, en el presente trabajo se estudió la adaptabilidad de tres modelos de crecimiento de pasturas clima-dependientes (Moir et al, 2000; McCall y Bishop-Hurley, 2003; Cros et al, 2003) en zonas de pastoreo de la provincia de Buenos Aires, analizando la sensibilidad de cada modelo, calibrándolos y corroborándolos contrastando con datos de campo. Estos modelos presentan gran variabilidad en estructura (uno está formulado usando ecuaciones diferenciales y dos con ecuaciones en diferencias) y requerimientos de información.

El análisis efectuado muestra que los modelos de McCall y Bishop-Hurley y de Moir y colaboradores resultan ser los más estables y los que mejor responden a las variaciones climáticas. El modelo de McCall y Bishop-Hurley caracteriza mejor el crecimiento de la pastura. Sin embargo los modelos de Moir y colaboradores y de Cros y colaboradores incluyen aspectos muy interesantes para tener en cuenta en el desarrollo de un nuevo modelo más integrador y que incorpore parámetros que puedan ser estimados con precisión.

Trabajo en colaboración con C. Marinelli, C. Machado y G. Canziani.

Referencias

- [1] Cros M.J.; Duru M.; Garcia F. ; Martin-Clouaire R., 2003. *A biophysical dairy farm model to evaluate rotational grazing management strategies*. Agronomie 23: 105-122.
- [2] McCall D.G.; Bishop-Hurley G.J., 2003. *A pasture growth model for use in a whole-farm dairy production model*. Agricultural Systems 76: 1183-1205.
- [3] Moir J.L.; Scotter D.R.; Hedley M.J.; Mackay A.D., 2000. *A climate-driven, soil fertility dependent, pasture production model*. New Zealand Journal of Agricultural Research 43: 491-500.

Autores: Mauro Chaparro y Graciela Canziani

**Lugar: Inst. Multidisciplinario sobre Ecosistemas y Desarrollo Sustentable.
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires**

Expositor: Mauro Chaparro

Estimación de tiempos de desarrollo de los estadios de vida libre de *Ostertagia ostertagi* con un modelo matemático basado en sistemas de inferencia difusos

Ostertagia ostertagi es un parásito gastrointestinal causante de grandes pérdidas económicas en los sistemas de producción de carne. El ciclo de vida de *Ostertagia* es directo, sin hospedador intermedio. Se divide en dos fases: fase parasitaria (*L4*-adulto) y fase de vida libre (Huevo-*L1-L2-L3*). Los estadios de vida libre ocurren dentro de las bostas y más tarde en la pastura. La duración de esta fase puede variar desde unos pocos días para las estaciones más cálidas hasta varias semanas para los inviernos.

Se desarrolló un modelo matemático para la estimación de los tiempos de desarrollo de huevo a *L3* utilizando sistemas de inferencia difusos. Con el propósito de reflejar las condiciones naturales en las que se desarrolla este proceso, la temperatura diaria promedio fue tomada como la principal y único regulador del tiempo de desarrollo. Las condiciones de humedad son consideradas suficientes para que se produzca el normal desarrollo de las larvas.

Para la construcción del modelo se considera que el individuo crece proporcionalmente a su longitud y que la proporción está determinada por la temperatura media del día anterior. El modelo se formula por medio de una ecuación en diferencias. Los parámetros difusos del modelo son definidos a partir de datos de laboratorio.

El modelo fue testeado con datos de ensayos a campo. La comparación entre los resultados obtenidos por las simulaciones contra los datos de campo dan resultados muy satisfactorios, siendo el coeficiente de determinación de $R^2 = 0,74$, y el error medio de estimación fue de 0,64 semanas. El modelo presenta una gran sensibilidad de respuesta al orden en que las temperaturas se suceden y a la amplitud del rango térmico.

Autores: J. C. Rosales y M. Ballesteros

Lugar: Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta y FCE, Universidad Nacional de Salta

Expositor: Juan Carlos Rosales

Modelo SIR con Difusión para Descripción Espacio-Temporal de Epidemias

Los modelos matemáticos para describir propagaciones geográficas de epidemias pueden ayudarnos a comprender la distribución espacial y temporal de enfermedades. En particular estamos interesados en analizar la distribución de la Leishmaniasis Cutánea (LC) en localidades del norte de la provincia de Salta. Es necesario contar con modelos que describan realísticamente esta enfermedad en particular.

Como primer paso, para alcanzar nuestro objetivo, estamos analizando el siguiente modelo general (1), el cuál se irá ajustando a las características particulares de la LC con el objeto hacerlo más realista biológicamente mediante las modificaciones correspondientes

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial t} &= \alpha_S \Delta S - \nabla_S \nabla S - \sigma_S S + \lambda S \left(1 - \frac{S + I + R}{k}\right) - \beta SI \\ \frac{\partial I}{\partial t} &= \alpha_I \Delta I - \nabla_I \nabla I - \sigma_I I + \beta SI - \gamma I \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= \alpha_R \Delta R - \nabla_R \nabla R - \sigma_R R + \gamma I\end{aligned}\quad (1)$$

donde consideramos la población de la localidad dividida en tres clases, SIR: Susceptibles $S(x, y, t)$, Infectados $I(x, y, t)$ y Removidos o Recuperados $R(x, y, t)$. Las funciones S, I, R corresponden a la densidad de población en cada clase, estas dependen de las variables espaciales (x, y) y del tiempo t .

El modelo fue implementado en un ambiente en Matlab y realizamos simulaciones para poblaciones de susceptibles con diferentes densidades con

el objeto de lograr distribuciones geométricas que representan los posibles niveles sociales presentes en la localidad de interés.

En este trabajo presentamos los resultados previos de las simulaciones obtenidas con tal implementación.

Autores: V. Pastor, I. Irurzun y E. Mola

Lugar: INIFTA - Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Verónica Pastor

Un modelo matemático aplicado a la electrofisiología cardíaca.

En 1924, Willem Eithoven fue galardonado con el Premio Nobel de Medicina-Fisiología por sus registros de electrocardiogramas, resultando una útil herramienta. Se reconoció desde el principio que el electrocardiograma representa la señal eléctrica que precede a la contracción del músculo cardíaco. El modelo de Fitz Hugh Nagumo describe un prototipo de un sistema excitable (en nuestro caso, las células marcapasos). Donde, si el estímulo es externo, I , supera un cierto umbral, el sistema exhibirá un cambio en el espacio de fases, antes de que las variables v y w se relajen y vuelvan a sus valores de reposo. El objetivo es la modulación local del medio excitable en relación con el tiempo, pues puede aparecer mediante estimulación eléctrica del tejido cardíaco con unos pocos electrodos. El objetivo es controlar la inestabilidad de las ondas espirales, evitándose así quizá la transición a fibrilación. Para tal fin, modificamos el modelo de Fitz Hugh Nagumo, en busca de parámetros apropiados que permitan modelar las características de transporte de las uniones intracelulares, para ver si es posible suprimir los frentes de onda.

Autores: Marcos Gaudiano y Cristina Turner

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Marcos Gaudiano

Sobre un Modelo Fractal para el Estudio de los Tumores Cancerígenos

Un tumor es un crecimiento descontrolado y anormal de células imperfectas dentro de un organismo vivo. Es un hecho muy bien conocido en Medicina y Biología, que un tumor tiene un aspecto extraño: si bien ocupa cierto volumen en el espacio, su borde no está bien definido y muchas veces no está claro donde está el verdadero contorno del tumor. Este trabajo es un

modelo matemático que trata de reproducir ese complejo aspecto observado en los tumores.

Partiendo de ideas biológicas simples, se intenta reproducir en forma determinista un tumor mediante una ecuación del tipo reacción-difusión. Las simulaciones numéricas muestran un carácter fractal, portado por la función densidad de células cancerosas.

Referencias

- [1] *A Quantitative Model for Differential Motility of Gliomas in Grey and White Matter*. K. R. Swanson, E. C. Alvord y J. D. Murray. *Cell Proliferation*, vol. 33, pág. 317-329 (2000).
- [2] *Mathematical Biology: Spatial models and Biomedical Applications*. J.D. Murray. Springer (1993).
- [3] *Molecular Biology of the Cell*. B. Alberts, D. Bray, J. Lewis, M. Raff, K. Roberts y J. Watson, cap. 23. Garland Publishing (1993).
- [4] *The Fractal Geometry of Nature*. B.B. Mandelbrot, Macmillan (1983).

Autores: Adriana Aragón y Eduardo Serrano

Lugar: ECyT - Universidad Nacional de San Martín

Expositor: Adriana Aragón

Análisis de Señales AM-FM combinando la acción de la Transformada Wavelet y la Transformada de Hilbert

Un modelo multicomponente AM-FM para la señal $x(t)$ puede ser representado por

$$x(t) = \sum_{i=1}^N A_i(t) \cos(\phi_i(t))$$

donde $A_i(t)$ son funciones no negativas, de variación relativamente suave y $\phi_i(t)$ las funciones de fase.

Dada una señal $x(t)$, basada en este modelo, el objetivo principal del análisis consiste en determinar las frecuencias instantáneas $|\phi'_i(t)|$ y las amplitudes de cada componente.

Distintas metodologías basadas en la transformada de Hilbert son propuestas en la literatura. Sin embargo, la separación de las componentes cuando coexisten varias frecuencias significativas es un problema no trivial.

En este trabajo se propone combinar la acción de la Transformada de Hilbert, con la de la Transformada Wavelet Discreta, es decir con la descomposición de la señal en el contexto de un análisis de multirresolución o rangos de frecuencia. Se exponen aquí, los métodos numéricos de análisis, sus fundamentos y un ejemplo de aplicación.◊

Autores: Viviana Costa y Graciela González

Lugar: Ciencias Básicas, Fac. Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.

Depto. Matemática, Fac. Ingeniería, Universidad de Buenos Aires - CONICET

Expositor: Viviana Costa

Control de caos en el sistema de Chen mediante realimentación lineal

El sistema de Chen está descrito por las ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x + cy - xz \\ \dot{z} &= -bz + xy\end{aligned}\tag{1}$$

donde x, y, z son las variables de estado y $a > 0, b > 0$ y c son parámetros reales ($2c > a$). Para los valores de $a = 35, b = 3$ y $c = 28$ tiene un comportamiento caótico y sus puntos de equilibrio inestables son $E_1 = (0, 0, 0)$, $E_2 = (\sqrt{63}, \sqrt{63}, 21)$ y $E_3 = (-\sqrt{63}, -\sqrt{63}, 21)$.

Supongamos que es posible perturbar el sistema no lineal $\dot{X} = f(X)$, que tiene en el E_2 un punto de equilibrio, mediante un control por realimentación lineal de los estados, $U = -k(X - E_2)$, que lo afecte aditivamente. Resulta entonces el sistema controlado $\dot{X} = f(X) - k(X - E_2)$ que preserva a E_2 como punto de equilibrio.

El fin es *controlar el caos* del sistema de Chen. Ello requiere no sólo modificar el comportamiento caótico sino hacerlo mediante *pequeñas perturbaciones* al sistema. Para lograrlo, nos proponemos estabilizarlo en el punto de equilibrio E_2 , mediante un control como el antedicho y contemplando los siguientes aspectos:

1. Asegurar convergencia. Mostramos que para un conjunto de valores de la ganancia del control, k , el sistema controlado es localmente asintóticamente estable. Entonces, para garantizar convergencia debemos conocer la región (o cuenca) de atracción. Fijado un valor de k , obtenemos una estimación de la misma, utilizando el método directo de Lyapunov. Esta estimación teórica, si bien conservadora, nos asegura que las

trayectorias del sistema controlado que allí se inicien, convergerán al equilibrio E_2 .

2. Utilizar controles que no excedan cierto esfuerzo. La cota del control depende de k y de la distancia de la trayectoria al punto de equilibrio. Por otro lado, debido a la ergodicidad, (casi) cualquier trayectoria del sistema libre se acerca a la frontera de un entorno de E_2 . Fijamos k tal que dicho entorno esté incluido en la cuenca de atracción del sistema controlado y de modo que los controles no excedan la cota requerida. Dejamos evolucionar al sistema libre hasta llegar a la cuenca de atracción y una vez allí, se aplica el control. Alcanzada la región de atracción, la trayectoria del sistema controlado no la abandonará y convergerá al punto E_2 .

Implementamos un algoritmo teniendo en cuenta los aspectos mencionados y lo aplicamos al sistema de Chen. Las simulaciones resultantes permiten analizar algunos aspectos del desempeño del método que complementan los resultados teóricos.

El trabajo se enmarca dentro del proyecto I405 de la Programación UBACyT 2008-2010.

Autores: Gisela Mazzieri, Rubén Spies y Karina Temperini

Lugar: IMAL - CONICET, Universidad Nacional del Litoral

Expositor: Gisela Mazzieri

Regularización de Tikhonov-Phillips con penalizantes generales

Los métodos clásicos de regularización para problemas inversos mal condicionados poseen la restricción de no admitir soluciones discontinuas o no regulares en general. En algunos problemas, particularmente en aplicaciones a procesamiento de imágenes, esta restricción es muy fuerte e indeseable y la aplicación de los métodos clásicos resultan en aproximaciones de baja calidad, especialmente cerca de puntos o regiones no regulares. Este tipo de restricción puede atenuarse diseñando métodos de regularización que permitan que las soluciones sean no regulares, por ejemplo, sólo de variación acotada en lugar de suave ([1]). La utilización de penalizantes basados en esta estrategia da lugar a los llamados Métodos de Tikhonov-Phillips generalizados ([2]). En este trabajo mostraremos cómo cierto tipo de información *a-priori*, de la que se dispone acerca de la solución exacta del problema, pue-

de utilizarse para elegir un método de regularización apropiado que resulte en una mejor solución aproximada.

Asimismo se analizarán condiciones para garantizar la existencia y unicidad de soluciones de acuerdo al penalizante elegido. Finalmente, se presentarán algunos ejemplos numéricos asociados a problemas de restauración de imágenes digitales con el objetivo de mostrar el comportamiento de los distintos métodos resultantes según el criterio elegido para estabilizar el problema.

Referencias

- [1] Acar, R. and Vogel, C. R., *Analysis of bounded variation penalty methods for ill-posed problems*. Inverse Problems, 10:1217-1229, 1994.
- [2] Engl, H. W.; Hanke, M. and Neubauer, A., *Regularization of inverse problems*, volume 375 of Mathematics and its Applications. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1996.

Autores: María Beatriz Pintarelli y Fernando Vericat

Lugar: Depto. de Matemática, FCE, Universidad Nacional de La Plata - Depto. de Cs. Básicas, Fac. de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata

Expositor: María Beatriz Pintarelli

Problema de momentos bidimensional

Sea $\{u_{ij}\}_{i,j=0,1,\dots}$ una secuencia de números reales. El problema de momentos de Hausdorff bidimensional consiste en hallar una función $f(x, y)$ en $L^2(I)$ con $I = (0, 1) \times (0, 1)$ tal que

$$u_{ij} = \iint_I x^i y^j f(x, y) dx dy \quad i, j = 0, 1, 2, \dots$$

Si la secuencia $\{u_{ij}\}_{i,j=0,1,\dots,n}$ es finita se tiene el problema de momentos finito de Hausdorff bidimensional.

Para el problema finito de momentos de Hausdorff unidimensional, en el caso de considerarse los datos u_i con error, se sabe que sin importar el procedimiento utilizado para hallar $f(x)$ a partir de la secuencia $\{u_i\}_{i=0,1,\dots}$ la inexactitud de la estimación de $f(x)$ está controlada y puede ser estimada en términos de: el error en los datos, cierta información a priori de $f(x)$ y el

numero de momentos n .

En este trabajo se plantea el problema de momentos finito bidimensional de Hausdorff pero en una region $I = (a, b) \times (c, d)$ y generalizamos el resultado sobre la estimacion de la inexactitud de la solucion $f(x, y)$ conociendo: el error en los datos, cierta informacion a priori de $f(x, y)$ y el numero de momentos n .

En particular, damos una cota especifica para la inexactitud de la estimacion de $f(x, y)$ en los diferentes casos que se presentan segun como sea la region $I = (a, b) \times (c, d)$.

Tambien se incluyen ejemplos numericos.

Se extiende el resultado anterior a los casos: $I = (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty)$

(Problema de momentos de Hamburger bidimensional) y $I = (0, \infty) \times (0, \infty)$ (Problema de momentos de Stieltjes bidimensional).

Se ilustra con ejemplos numericos cada caso.

Autores: J.P. Agnelli, M. Cadeiras, E.Tabak, C. Turner y E. Vanden-Eijden

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba. Courant Institute, New York University - University of Alabama, USA

Expositor: Juan Pablo Agnelli

Clasificación y Agrupamiento mediante Estimación de Densidades

Una nueva metodología destinada a los procesos de clasificación y agrupamiento de datos es presentada. En particular, aquí se aplica para la clasificación de distintos tipos de tumores usando como base de datos expresiones genéticas. La metodología está basada en tres pilares fundamentales: *i*) la eliminación de una distinción estricta entre datos de entrenamiento y datos de prueba, mediante una asignación de estos últimos a las distintas clases, en un espíritu del algoritmo E-M; *ii*) un procedimiento para la estimación de densidades que mapea la distribución original en una distribución gaussiana isotrópica; y *iii*) una medida de la capacidad de agrupamiento de un conjunto de variables, la cual deriva en un procedimiento para la elección de variables. Esta metodología resulta particularmente útil en situaciones donde hay relativamente muy pocas observaciones de un fenómeno que es descripto por medio de una gran cantidad de variables, y del cual no se tiene un conocimiento a priori que permita asociar un subconjunto de estas variables para realizar la clasificación requerida.

Autores: Alicia Dickenstein y Mercedes Pérez Millán
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Mercedes Pérez Millán

¿Cuán lejos está el balanceo de los complejos de la microrreversibilidad?

Los sistemas dinámicos no lineales de cinética de acción de masas han sido estudiados extensivamente en química matemática a partir del trabajo seminal de Feinberg [M. Feinberg, (1972, 1979, 1989, 1995)], Horn y Jackson [F. Horn y R. Jackson (1972); F. Horn (1974)]. Estos sistemas poseen propiedades dinámicas remarcables. Tienen un amplio rango de aplicaciones en las ciencias químicas y han comenzado a jugar un rol en la biología de sistemas [E. Sontag (2001); D. Angeli, P. de Leenheer, E. Sontag (2007); G. Craciun, Y. Tang, M. Feinberg (2006); G. Gnacadja, A. Shoshitaishvili, M. Gresser, B. Varnum, D. Balaban, M. Durst, M. Vezina, Y. Li (2007); G. Gnacadja (2008); J. Gunawardena (2003, 2007, 2009); etc.]. En el trabajo de G. Craciun, A. Dickenstein, A. Shiu y B. Sturmfels (2008) se incorporan herramientas y nociones de geometría algebraica computacional en el estudio de los sistemas dinámicos no lineales de cinética de acción de masas.

Siguiendo este enfoque, en nuestro trabajo clarificamos la “distancia” entre sistemas dinámicos tóricos reversibles y sistemas con “detailed balanced”, es decir, donde cada reacción es balanceada. Mostramos que un sistema reversible de cinética de acción de masas generalizada según Horn–Jackson, satisfaciendo las condiciones de circuito de Feinberg, es microrreversible (detailed balanced) si y solo si tiene un estado de equilibrio que balancee los complejos (complex balanced). En otras palabras, bajo condiciones formales de balanceo para los ciclos (del grafo no dirigido subyacente) del grafo de reacciones, ambas nociones coinciden. Formulamos esta propiedad en términos de las ecuaciones algebraicas que definen las correspondientes variedades en el espacio de las constantes de reacción.

Autores: Romina Cardo, Álvaro Corvalán
Lugar: Universidad Nacional de Gral. Sarmiento
Expositor: Romina Cardo

Filtrado efectivo de señales de Potenciales Evocados Cerebrales a partir de Muestras Pequeñas

Los potenciales evocados cerebrales (PE) son un instrumento no invasivo de análisis de patologías sensoriales y cognitivas. Son obtenidos midiendo la diferencia de potencial entre un electrodo de referencia y uno o más electrodos ubicados en el cráneo, a nivel de la corteza y/o del tronco cerebral que se produce a continuación de la realización de un evento (o en ocasiones en ausencia de un evento esperado), y presuntamente como respuesta a ese evento (o ausencia).

Los PE sensoriales auditivos, en particular, que corresponden a una respuesta primaria a un estímulo, y que tienen típicamente una latencia del orden del milisegundo (por lo general entre 1 y 10 ms).

Un problema inmediato es la extracción de la respuesta evocada dentro de la señal electroencefalográfica, dentro de un contexto en que la relación señal a ruido es especialmente baja. El procedimiento estándar requiere la promediación de un conjunto grande de muestras para obtener los PE al decaer la varianza de la componente no evocada al promediar, lo cual es inconveniente tanto para médico y pacientes.

En estas series pueden observarse a menudo características no-lineales: Comparando datos originales y datos subrogados de dichas series obtenidos al antitransformar un desfase aleatorio simétrico de los valores de la transformada de Fourier de las mismas se obtienen diferencias significativas del desempeño en ciertos tests de correlación.

Sin embargo hay evidencia acerca de que las componentes de la actividad eléctrica cerebral correspondiente a las ondas alfa -en principio, dominante en las circunstancias de la toma de PE- pueden modelarse mediante modelos de tipo ARIMA [1] y [2].

En este trabajo mostramos que es posible aprovechar la presunción arriba mencionada para identificar el modelo de la actividad no evocada a partir de algunos segundos de medición de EEG sin eventos y filtrar parcialmente las ondas alfa. Ello permite mejorar los resultados parcialmente exitosos [3] en la identificación de los PE utilizando un filtro tipo Kalman, elevando la significancia de los resultados sobre un conjunto más reducido de muestras.

Referencias

- [1] "Person Identification by Using AR Model for EEG Signals", G. Mohammadi, P. Shoushtari, B. Ardekani, and M. Shamsollahi, Proceedings of the 9th International Conference on Bioengineering Technology (ICBT '06), p. 5, Czech Republic, 2006.
- [2] "Time-Varying ARMA modelling of Nonstationary EEG using Kalman Smoother Algorithm", Mika P, Perttu O, An Pasi, Proceedings of the 2001 Finnish Signal Processing Symposium, Espoo, Finland, 2001.
- [3] "Separación de señales de potenciales evocados cerebrales auditivos mediante filtros de Kalman"; Corvalán, Álvaro; Cardo, Romina y Blanco, Susana, 7º Taller Regional de Física Estadística y Aplicaciones a la Materia Condensada TREFE-MAC09, Santa Rosa, La Pampa, 2009.
- [4] Kalman, R.E. (1960). "A new approach to linear filtering and prediction problems". Journal of Basic Engineering 82 (1): 35-45.
- [5] Kalman, R.E.; Bucy, R.S. (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. Journal of Basic Engineering, Maroh., 95-108 (1961).

Conferencia Invitada

Juan Carlos Cesco

IMASL, CONICET - Universidad Nacional de San Luis

TU-juegos con un único punto en el "core"

En esta comunicación presentamos una condición necesaria y suficiente para que un juego con utilidades transferibles tenga una única imputación en el "core". La condición está motivada y extiende una condición recientemente introducida por Brandenburger y Stuart (2007) en el estudio de una nueva clase de juegos (biform games).

Referencias

- [BS] Brandenburger, A., Stuart, H.: Biform games. Management Science 53, (2007) 537-549.

Autor: Roberto Arribillaga

Lugar: IMASL - Universidad Nacional de San Luis - CONICET

T-core, TM-core y M-core. Definición y caracterización axiomática

En este trabajo introducimos tres conceptos solución tipo core para los juegos con utilidades no transferibles (NTU games): el T -core, el M -core y el TM -core. El T -core es un concepto intermedio entre el core clásico y el core fuerte. Damos una caracterización axiomática de este concepto en términos de tres axiomas: NE , IR y RGP (usados en Peleg [1985] para caracterizar el core clásico). Los elementos en el M -core y el TM -core son pares ordenados $(x; B)$ de vectores y familias balanceadas minimales de coaliciones (siguiendo a Cesco [2008]). Los dos últimos conceptos cumplen la importante propiedad de ser no vacíos para cualquier juego NTU. Probamos que el TM -core satisface los axiomas de NE , IR y RGP (con apropiadas modificaciones para adaptarlos al nuevo concepto) en la clase de los juegos casi no nivelados. Damos algunas relaciones interesantes (en término de asignaciones) entre el nuevo concepto solución y el core clásico como: T -core \subset Core $\subset M$ -core (para cualquier juego NTU); T -core $\subset TM$ -core $\subset M$ -core (en una gran clase); T -core = TM -core \subset Core = M -core (en los juegos balanceados) y T -core = Core $\subset TM$ -core (en los juegos no nivelados). Todas las soluciones coinciden en la clase de los juegos balanceados y no nivelados (en la cual los juegos TU con core no vacío están incluidos).

Autores: Iris Auriol y Ezio Marchi

Lugar: Universidad Nacional de San Luis

Expositor: Iris Auriol

Una noción de imputaciones y dominación en biform games

Brandenburger y Stuart introducen (2007) un modelo de juegos llamados biform games en los cuales cada perfil de estrategias elegidas por los jugadores de un juego no cooperativo determina un juego cooperativo. Nosotros damos una noción de conjunto de imputaciones para el biform game (que incluye a las imputaciones de cada uno de los juegos cooperativos mencionados) y también una noción de dominación entre dichas imputaciones para luego definir una noción de core del biform game.

Referencias

- [1] Brandenburger, A. - Stuart, H.: Biform games- Management Science 53, (2007), 537-549

Autores: Ruth Martínez, Jordi Massó, Alejandro Neme y Jorge Oviedo
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada San Luis. Depto. de Matemática.
Universidad Nacional de San Luis. CONICET
Expositor: Jorge Oviedo

Sobre la invariancia del núcleo en modelos de asignación

Consideramos el modelo de asignación uno-a-muchos, damos un procedimiento para particionar el conjunto de los perfiles de preferencia en clases de equivalencia con la propiedad que todos los perfiles de preferencia en la misma clase tienen el mismo núcleo (core). También mostramos cómo identificar un perfil (incompleto) de relaciones binarias que contengan la información mínima necesaria, para generar como extensiones (completa) todos los perfiles de preferencia con el mismo núcleo. Este resultado es importante para las aplicaciones, ya que reduce la cantidad de información que los agentes tienen que revelar acerca de su relación de preferencia a mecanismos de asignación del núcleo centralizados, por otra parte, esta reducción es máxima.

Autor: Eliana Pepa Risma
Lugar: Universidad Nacional de San Luis

Matchings con contratos: estructura de lattice de las alocaiones estables

En este trabajo se demuestra que el modelo de Matchings con Contratos de Hatfield and Milgrom [1], bajo la condición de sustituibilidad de las preferencias de los hospitales descrita en [1], puede verse como un caso especial de un modelo presentado años antes por Charles Blair [2]. En particular, bajo dicha condición, la definición de alocaión estable en [1] es equivalente a la definición de matching estable en [2].

Como consecuencia, cuando las preferencias de los hospitales cumplen sustituibilidad, valen para el modelo de Matching con Contratos los resultados que aparecen en [2]. Entre ellos, el hecho de que el conjunto de alocaiones estables forma una lattice con respecto al orden común de los doctores

y con respecto al orden de Blair de los hospitales y que dichas lattices son duales.

Como complemento, se demuestran los resultados recién mencionados usando exclusivamente contenidos de [1].

Autores: Juan Cesco, Luciana Pepa Risma y Luis Quintas

Lugar: Universidad Nacional de San Luis

Expositor: Luciana Pepa Risma

Proportional Solutions to Minimal Cost Spanning Tree Problems

We introduce two new solutions to minimal cost spanning tree problems. They are proportional solutions. They take into account not only the minimal cost spanning tree but also some individual perception costs to connect each agent to the source. We analyze the properties fulfilled by each solution and we show how they perform in some classic problems.

Autores: Juan Diego Borchert y Jorge Oviedo

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada San Luis. Depto. de Matemática.

Universidad Nacional de San Luis. CONICET

Expositor: Juan Diego Borchert

Un programa lineal asociado a las asignaciones estables del modelo de matching

Un modelo de asignación bilateral o matching uno-a-muchos consta de dos conjuntos disjuntos de agentes: instituciones e individuos que los denotaremos por F y W respectivamente. Cada individuo tiene una relación de preferencia sobre las instituciones y éstas sobre conjuntos de agentes. Una asignación μ es una función que asocia a cada institución un conjunto de individuos y a cada individuo a lo más una institución. Una asignación μ es estable si no existe una institución $f \in F$ y un individuo $w \in W$ que mutuamente se prefieran a lo asignado por μ .

Vande Vate (1989) mostró que las asignaciones estables del modelo de matching uno-a-uno (a las instituciones les asigna a lo más un individuo) son los vértices de las restricciones de un programa de optimización lineal.

Nosotros generalizamos este resultado al modelo de matching uno-a-muchos donde las instituciones tienen preferencias q -responsiva. Una preferencia es

q -responsiva si dados dos conjuntos de individuos W_1 y W_2 (de cardinalidad a lo más q) que difieren en uno, es decir, $W_1 = S \cup \{w_1\}$ y $W_2 = S \cup \{w_2\}$, la institución prefiere W_1 a W_2 si y solo si w_1 es preferido a w_2 . El modelo uno-a-muchos tiene asociado un modelo uno-a-uno donde hay una correspondencia entre las asignaciones estables. Mostramos la relaciones que existen entre el programa lineal asociado a las asignaciones estables del modelo uno-a-muchos y el programa lineal asociado a las asignaciones estables del modelo uno-a-uno que tiene asociado el modelo uno-a-muchos.

Autor: Mabel Marí

Lugar: Universidad Nacional de San Juan

Modelo de asignación con restricción de capacidad: un método para obtener estabilidad

En este trabajo se considera un modelo de asignación especial, en el cual intervienen dos tipos de agentes complementarios (trabajadores del tipo I y trabajadores del tipo II) y una institución, la cual tiene preferencias sobre las posibles asignaciones. Esta institución tiene para contratar un conjunto de pares de trabajadores complementarios, y tiene una cuota q que es el número máximo de candidatos permitidos para contratar.

Las soluciones estables son aquellas que sobreviven a bloqueos de los dos tipos de agentes y de la institución.

Se muestra un algoritmo, mediante el cual partiendo de una asignación arbitraria, ésta converge a una asignación q -estable.

Autor: Beatriz Millan

Lugar: IMASL - Universidad Nacional de San Luis e ICB - Universidad Nacional de San Juan

Ingreso secuencial en modelos de matching muchos a uno

Consideramos en modelos de matching muchos a uno con preferencias separables y sustituibles, el proceso iterativo en el cual los agentes ingresan secuencialmente, y la reestabilización descrita por Cantala (2004) es aplicada luego de la entrada de cada agente.

Cantala diseñó un algoritmo que conduce a un matching estable luego de cambios en la población (apertura o clausura de posiciones por parte de las firmas, o retiro o entrada de trabajadores)

Mostramos que este proceso converge a un matching estable. Si el último agente que arriba al mercado es una firma, se prueba también que recibirá su asignación óptima, extendiendo así algunos de los resultados de Blum y Rothblum (2002) para el modelo del matrimonio.

Autores: Flavia Bonomo, Guillermo Durán y Javier Marengo

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Guillermo Durán

Matemática y Fútbol, pasión de multitudes: Modelos de Investigación Operativa para el juego del Gran DT

El Gran DT es un juego organizado por un diario argentino que ha generado la participación de más de 2 millones de personas en cada una de sus ediciones.

Consiste en convertir a cada uno de los participantes en un técnico de fútbol a lo largo del campeonato argentino, con el objetivo de formar el mejor equipo posible, combinando a jugadores de los diferentes equipos. Cada participante suma puntos por la actuación semanal de sus jugadores, existiendo datos objetivos (goles, valla invicta, tarjetas amarillas, tarjetas rojas) y datos subjetivos aportados por el diario (puntaje sobre la actuación en el partido, figura de la cancha).

El reglamento del juego exige que los equipos cumplan una serie de restricciones (presupuesto máximo, número de jugadores por puesto, número de jugadores por equipo), y además su constitución es dinámica, en el sentido de que fecha a fecha se pueden hacer cambios con el objetivo de mejorar el equipo.

En este trabajo combinamos 2 grandes pasiones de multitudes: Fútbol y Matemática. Presentamos modelos matemáticos de Investigación Operativa diseñados a priori, con el objetivo de tener equipos más robustos para el juego (teniendo en cuenta las actuaciones de los jugadores en torneos anteriores y en el mismo torneo); y a posteriori, con el objetivo de conocer cuáles hubieran sido los equipos óptimos fecha a fecha o para todo el campeonato.

Algunos de los resultados de estos modelos han sido publicados por el diario que organiza el juego.

Autores: Germán Torres y Claudio Tablada
Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Claudio Tablada

Propiedades y aplicaciones del filtro de Kalman

Dentro del marco de los estimadores estadísticos, se introduce el filtro de Kalman, el cual es una herramienta para estimar el estado de un sistema dinámico lineal donde tanto las mediciones como el modelo admiten error. Por su naturaleza digital (discreta) puede ser implementado computacionalmente y su eficiencia lo hace apto para un gran número de aplicaciones prácticas, principalmente en aquellas de estimación y control. Se muestran algunas propiedades del filtro, y para ilustrar su aplicación se presenta un ejemplo práctico en donde se estima la posición de un vehículo que recorre una trayectoria en línea recta, simulando las mediciones de la posición del mismo. Las matrices de covarianza del error en las mediciones y el modelo son modificadas para analizar la performance del filtro.

Autores: Marcelo Fiori, Cristina Egüez y Silvana Puca
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Expositor: Silvana Puca

Bases gaussianas para la representación de funciones de onda del continuo

En este trabajo, hemos aproximado soluciones de la ecuación radial de Schrödinger con autovalores de la energía positivos por medio de una combinación lineal de funciones gaussianas. Esto es $\psi_{\varepsilon l}(r) = \sum_n A_n e^{-\alpha_n r^2}$, donde $\psi_{\varepsilon l}(r)$ es una función hipergeométrica confluyente

$$F_{11}(l+1+i\gamma, 2l+2, -2ikr) \quad [1]$$

Los coeficientes son obtenidos por minimizar la función

$$G(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \frac{\sum_k \left[\sum_{i=1}^n A_i r_k^l e^{-\alpha_i r_k^2} - F_{11}(l+1+i\gamma, 2l+2, -2ikr_k) \right]^2}{\sum_k [F_{11}(l+1+i\gamma, 2l+2, -2ikr_k)]^2}$$

donde los r_k son los puntos de una grilla de 100 puntos entre 0 y 10 unidades atómicas [2].

De esta forma, ajustamos funciones hipergeométricas desde l igual a 0 hasta 5 para distintos valores de k entre 0,1 y 5 u.a., utilizando desarrollos de 6 y 8 funciones gaussianas obteniendo resultados aceptables para combinaciones lineales de 8 funciones gaussianas. Por último, utilizamos estas funciones para calcular secciones eficaces, en función de la energía del electrón emitido, para ionización simple del átomo de hidrógeno por impacto de protones dentro de la aproximación de Born comparando los resultados obtenidos con resultados analíticos para energías del proyectil de 100, 200 y 500 keV [3].

Referencias

- [1] K. Gottfried, Tung - Mow Yan; Quantum Mechanics: Fundamentals, Springer (2003).
- [2] B. Nestmann, S. Peyerimhoff; J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys 23, L773 (1990).
- [3] M. R. C. McDowell, J. P. Coleman: Introduction to the theory of ion atom collisions. North Holland Pub. Co. (1970).

Autores: J. Cesco, C. Denner, A. Rosso y J. Pérez

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto, Universidad Nacional de San Luis

Expositor: Ana Rosso

Una aproximación para el cálculo de integrales bielectrónicas multicéntricas usando desacople de variables

El cálculo de integrales multicéntricas que involucran orbitales atómicos 1s de Slater (STO) puede ser escrito como

$$\int_0^\infty \int_0^1 \int_0^1 U(r, u) V(r, v) j_0(p(u, v)r) dudvdr \quad (1)$$

donde $p(u, v)$ es una función continua y positiva,

$$j_0(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}, \quad U(r, u) = u(1-u)K(z(u, r)), \quad V(r, v) = v(1-v)K(z(v, r))$$

siendo

$$K(z) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{0,5} \frac{e^{-z}}{z^3} \left(1 + \frac{3}{z} + \frac{3}{z^2}\right)$$

y

$$z(u, r) = a (\alpha_1^2 + (\alpha_2^2 - \alpha_1^2)u + u(1 - u)r^2)^{\frac{1}{2}}$$

Una de las necesidades actuales es lograr bajar los tiempos de cálculo del algoritmo implementado por nuestro grupo. En esta instancia proponemos un desacople parcial de las variables u y v . Para ello se desarrolla $j_0(p(u, v)r)$ en serie de Taylor alrededor de un punto u_0 para v y r fijos. Resultados experimentales logran valores con 4 cifras significativas para un polinomio de grado dos, con una reducción del tiempo en un 85%

Autores: Guillermo Maimone y Javier Pavese

Lugar: Depto. de Matemática, Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Guillermo Maimone

Análisis de las direcciones principales de la deriva por medio de autovectores

Para muchas aplicaciones en la ciencia del suelo es de importancia obtener el valor de una variable en cualquier punto del sistema en estudio a partir de una cantidad limitada de mediciones de dicha variable en el campo. Este objetivo se logra por medio de la interpolación.

Upchurch y Edmonds (1992) afirman que la variabilidad contiene dos componentes, una aleatoria y otra sistemática, esta última es debida a causas predecibles, entendibles y conocidas. La variabilidad aleatoria es debida al azar y es mayor que la variabilidad sistemática.

Cuando el valor de una variable en un punto depende de la distancia y/o dirección en la cual se ubica respecto a otro punto vecino, se la considera como variable con dependencia espacial o variable regionalizada. Una variable de este tipo puede violar el principio de independencia de los datos al tomar un muestreo y la estadística clásica no es adecuada para su estudio. Para el análisis de variables regionalizadas es necesario recurrir a las herramientas que brinda la geoestadística o estadística espacial. La geoestadística estudia la componente aleatoria de las variables regionalizadas. Para ello se debe construir un modelo de dependencia espacial de cada variable, llamado variograma, el cual da cuenta de la variabilidad espacial de la muestra en estudio y es la llave del estudio geostadístico (Goovaerts 1977).

El objetivo de este trabajo es mostrar que las funciones polinómicas propuestas para captar la deriva se orientan en las direcciones de máxima y mínima continuidad espacial de las variables en estudio.

Se analizaron dos casos reales en los cuales la variable a estudiar fue el nivel topográfico en dos predios, uno en cercanías de General Roca, Provincia de Río Negro y otro en la zona de San Patricio del Chañar, Provincia del Neuquén. En ambos se propuso captar la componente sistemática presente en la variable por medio de superficies polinómicas de tres variables de distintos grados. Las variables son: x e y , coordenadas Gauss-Kruger de cada punto relevado y z el nivel topográfico. Para cada punto j se planteó una ecuación lineal de la forma $\sum_i f_{ij} a_i = z_j$, expresión en la cual las f_{ij} son funciones polinómicas del tipo $x_j^s y_j^t$, donde $s+t \leq n$ siendo n el grado elegido para las f_{ij} y que evaluados en cada punto dan los coeficientes de las incógnitas a_i a determinar resolviendo el sistema de ecuaciones lineales planteado.

Con la ecuación obtenida, se calcularon los z'_j para cada punto y con estos valores, los residuos $r_j = z_j - z'_j$ correspondiente a cada punto, residuos sobre los cuales se pueden aplicar métodos geoestadísticos por cumplir con la condición intrínseca. Dado que las superficies que mejor captaron la deriva fueron en ambos casos superficies de segundo grado, se las redujo a la forma normal mediante los autovalores de la matriz que representa a los términos cuadráticos y de productos cruzados de la ecuación. Estas superficies, además de eliminar la deriva presente, cumplen con el objetivo planteado al orientarse en las direcciones de máxima y mínima continuidad espacial del terreno real.

Conferencia Invitada**Flavia Bonomo****Universidad de Buenos Aires**

Mathematical Programming in an Auction for Providing Internet Connection in Buenos Aires City Public Schools

In this talk we will show the application of an integer programming model to determine the best set of bids in an auction designed to provide Internet connection in the 708 public schools in Buenos Aires City, the largest city in Argentina. Each company must give a general price for the service, discounts for quantity allocations, and the list of schools the company can serve. This model allowed us to find in a few seconds the most convenient set of bids in the auction carried out last year by the Buenos Aires City government.

Joint work with J. Catalan, G. Durán, R. Epstein, A. Jawtuschenko y J. Marengo.

Keywords: Auctions, Integer Programming, Mathematical Programming, Use of OR.

Autores: Elvio Pilotta y Germán Torres

Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba - CIEM (CONICET)

Expositor: Germán Torres

Estrategias para la construcción de la variedad de Pareto en optimización multiobjetivo

Problemas de optimización multiobjetivo aparecen frecuentemente en Ingeniería y en diversas aplicaciones científicas. El concepto clave de optimalidad consiste en encontrar un punto, llamado *punto de Pareto*, tal que no pueda obtenerse ningún valor menor en todos los objetivos trasladándose a diferentes puntos factibles. Un aspecto que diferencia la optimización multiobjetivo de la programación no lineal clásica (una única función objetivo) es que el conjunto de puntos de Pareto es usualmente un continuo. Este conjunto es llamado la *variedad de Pareto*. Una herramienta importante, denominada el *frente de Pareto*, es la imagen de la variedad de Pareto por las funciones objetivo, vista en el espacio objetivo.

En este trabajo se presentarán diferentes métodos determinísticos de continuación para el cálculo de la variedad de Pareto basados en las condiciones de optimalidad de primer orden. Se mostrarán experimentos numéricos y comparaciones de eficiencia de los algoritmos.

Autores: Olga Mandrini y Graciela Sottosanto

Lugar: Depto. de Matemática, Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Olga Mandrini

Resolución de problemas de optimización multiobjetivo a través de la búsqueda de direcciones críticas

En este trabajo se propone un algoritmo para resolver el problema de optimización multiobjetivo con restricciones. Las funciones involucradas se asumen no lineales y dos veces continuamente diferenciables. El fundamento del método consiste en hallar sucesivas direcciones que conduzcan a un punto crítico Pareto. Para ello, en cada iteración se obtiene la solución de un subproblema que consiste en la minimización de una función lineal sujeta a restricciones de desigualdad y cotas sobre las variables.

El algoritmo fue codificado en Fortran y los subproblemas se resuelven usando Algenca. Este código combina una estrategia de lagrangiano aumentado

y región de confianza junto con una técnica de gradiente espectral. Se presenta experiencia numérica preliminar sobre problemas test típicos de la literatura. Estos resultados ilustran sobre el desempeño del método y muestran una performance promisoría cuando se lo aplica tanto a problemas convexos como no convexos.

Autores: Elvio Pilotta y Germán Torres

Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba - CIEM - CONICET

Expositor: Elvio Pilotta

Un método de punto fijo con proyecciones para el problema de Weber con restricciones de caja

El problema de Weber consiste en encontrar un punto en \mathbb{R}^n que minimice la suma de las distancias ponderadas de m puntos dados en \mathbb{R}^n no colineales. Una aplicación que motivó este problema es la localización óptima de industrias en el caso bidimensional. Este problema es una generalización del conocido problema de Fermat. Un método usual para resolver el problema de Weber, propuesto por Weiszfeld en 1937, está basado en una iteración de punto fijo. En los últimos años surgió un creciente interés en formalizar propiedades de buena definición del método y demostrar resultados de convergencia de este algoritmo, puesto que inicialmente no había sido probado por Weiszfeld.

En este trabajo se generaliza el problema de Weber considerando restricciones de caja. Se propone un método de punto fijo con proyecciones sobre las restricciones y se demuestran propiedades de descenso. Se prueba que el límite de la sucesión generada por este nuevo algoritmo es un punto factible y satisface las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker. Se mostrarán experimentos numéricos que avalan los resultados teóricos.

Autores: Alejandro Benítez Llambay, Pablo Benítez Llambay y Elvio Pilotta
Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Alejandro Benítez Llambay

Caracterización de soluciones para el problema de localización de
Fermat-Weber

A principios del siglo XX, el economista Alfred Weber planteó un problema sobre localización de industrias. Teniendo en cuenta el costo del transporte, el problema consiste en hallar la ubicación óptima de una fábrica que debe abastecerse de materia prima proveniente de ciertos almacenes y cuya producción se comercializará en cierto mercado. Esto es, dado un conjunto de puntos en el plano con pesos asociados, se desea obtener un punto que minimice la suma de las distancias pesadas. Este problema es una generalización del problema planteado por Fermat: "Dados tres puntos en el plano, hallar un punto tal que la suma de las distancias de éste a los otros tres sea mínima". En este trabajo se presentan relaciones entre el centro de Fermat y el centro geométrico para problemas en los cuales pueda ser hallada una simetría axial y se extiende este resultado para un problema de Weber particular. Caracterizamos la solución del problema de Fermat para un conjunto con simetría axial. Presentamos un nuevo método para hallar la solución exacta al problema de Fermat y extendemos los resultados al problema de Weber. Finalmente caracterizamos la solución del problema de Weber bidimensional para tres puntos arbitrarios y hallamos una solución particular para el problema de Weber bidimensional de n puntos.

Ecuaciones Diferenciales

Organizan:

Pablo De'Nápoli - Rubén Spies

Autores: Tomás Godoy, Uriel Kaufmann y Sofía Paczka

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Uriel Kaufmann

Problemas no lineales con sub y supersoluciones no ordenadas

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un dominio suave y acotado, sea L un operador parabólico lineal de segundo orden con coeficientes T -periódicos, sean a, b dos funciones T -periódicas acotadas y no negativas, y sea $0 < q < 1$. Estudiamos existencia y no existencia de soluciones no negativas (y no triviales) de problemas periódicos parabólicos semilineales de la forma

$$(*) \begin{cases} Lu = \lambda a(x, t)u - b(x, t)u^q := h(x, t, u) & \text{en } \Omega \times \mathbb{R} \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \times \mathbb{R} \\ u \text{ } T\text{-periódica,} \end{cases}$$

donde $\lambda > 0$ es un parámetro real. Discutimos asimismo propiedades cualitativas de las soluciones. Las principales herramienta utilizadas son una extensión de un teorema de [DO] acerca de sub y supersoluciones “no ordenadas” así como diversos resultados sobre problemas lineales con peso de signo indefinido contenidos en [GK] y [GK2]. Cabe mencionar que problemas de la forma $Lu = f(x, t, u)$ en $\Omega \times \mathbb{R}$ han sido ampliamente estudiados con diversos métodos, ver por ejemplo los libros [DK] y [H]. Por otro lado, vale la pena resaltar que al ser $s \rightarrow h(., s)/s$ creciente, es fácil comprobar (al menos en muchas situaciones) que no pueden existir sub y supersoluciones “bien ordenadas” (o sea, la subsolución menor que la supersolución) y por tantos los teoremas clásicos no son aplicables a (*). Por último, agregamos que todos los resultados permanecen válidos para los correspondientes problemas elípticos. En particular, se generalizan los resultados conocidos tanto en el caso elíptico (ver por ejemplo [DH], [P]) como en el caso parabólico (ver por ejemplo [H]).

Referencias

- [DK] D. Daners, P. Koch-Medina, *Abstract evolution equations, periodic problems and applications*, Longman Research Notes 279, 1992.
- [DO] C. De Coster, P. Omari, *Unstable periodic solutions of a parabolic problem in the presence of non-well-ordered lower and upper solutions*, J. Funct. Anal. 175 (2000), 52-88.

- [DH] J.-P. Dias, J. Hernández, *Bifurcation à l'infini et alternative de Fredholm pour certains problèmes unilatéraux*, J. Math. Pures Appl. **55** (1976), 189-205.
- [GK] T. Godoy, U. Kaufmann, *On principal eigenvalues for periodic parabolic problems with optimal condition on the weight function*, J. Math. Anal. Appl. **262** (2001), 208-220.
- [GK2] T. Godoy, U. Kaufmann, *On positive solutions for some semilinear periodic parabolic eigenvalue problems*, J. Math. Anal. Appl. **277** (2003), 164-179.
- [H] P. Hess, *Periodic-Parabolic Boundary Value Problems and Positivity*, Longman Research Notes **247**, 1992.
- [P] A. Porretta, *A note on the bifurcation of solutions for an elliptic sublinear problem*, Rend. Semin. Mat. Univ. Padova **107** (2002), 153-164.

Autores: Pablo Amster y Alberto Déboli

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos

Expositor: Alberto Déboli

Condiciones de Landesman-Lazer para no-linealidades que dependen de los valores de borde

El proceso de difusión de dos iones con idénticas valencias a través de un líquido que fluye sobre una membrana eléctricamente neutra en los reservorios, se modeliza mediante un problema de valores de contorno con condiciones de Neumann homogéneas del tipo

$$\begin{cases} y'' = y \left\{ \lambda - \frac{y_0^2 - y^2}{2} + \left(l\lambda + \frac{y_0^2 - y_1^2}{2} \right) x - \left(l\lambda + \frac{y_0^2 - y_1^2}{2} \right) \right\} D \\ = f(x, y(x), y(0), y(1)) \quad y'(0) = y'(1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

donde $y_0 = y(0)$, $y_1 = y(1)$ y las constantes $l > 0$, $\lambda > 0$, $D \in (-1, 1)$ son parámetros físicos, tales como el coeficiente de difusión. [2,3]

La particularidad de este problema es que la no linealidad depende de los valores de la solución sobre el borde, obviamente desconocidos. Usando teoría de grado y el método de sub y super soluciones ordenadas Thompson [2,3] demuestra existencia de al menos una solución positiva para $D > 0$ y bajo la hipótesis

$$\lambda \geq 2l \left(1 - \frac{1}{(1+l)^2} \right) D^2. \quad (2)$$

En un trabajo reciente Amster, Kwong y Rogers [1] han demostrado, utilizando un argumento de shooting 2-dimensional, que la restricción de los parámetros (2) puede ser eliminada.

En este trabajo planteamos un sistema de primer orden que permite abordar problemas del tipo (2) para f en general; más específicamente usando grado de Leray-Schauder demostramos un teorema de continuación a partir del cual se demuestra existencia de solución para funciones f acotadas que satisfacen una condición de Ladesmann-Lazer

$$\int_0^1 f^-(x)dx < 0 < \int_0^1 f^+(x)dx \quad \text{o} \quad \int_0^1 f^-(x)dx > 0 > \int_0^1 f^+(x)dx$$

donde

$$\lim_{s \pm \infty} f(x, s + A, s, s + B) = f^\pm(x)$$

para $x \in [0, 1]$ uniformemente en $|A|, |B| \leq \|f\|_\infty$

Finalmente demostramos un teorema de existencia para funciones f que satisfacen una condición de Ladesmann-Lazer no asintótica y para funciones acotadas de un solo lado o de crecimiento a lo sumo lineal.

Referencias

- [1] Amster P., Kwong M. K. y Rogers C. On a Neumann Boundary Value Problem for Painlevé II in Two Ion Electro-Diffusion. (Submitted).
- [2] Thompson B. H. Existence for a Two-Point Boundary Value Problem Arising in Electrodiffusion. *Acta Mathematica Scientia* 8 (1988), 4, 373-387.
- [3] Thompson B. H. Existence for Two-Point Boundary Value Problems in Two Ion Electrodiffusion. *Journal of Mathematical analysis and Applications* 184 82-94 (1994)

Autores: Pablo Amster y Julián Haddad

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Julián Haddad

Generalización a sistemas de un teorema de Lazer para una ecuación resonante

En un artículo de 1968 [1], Lazer probó que la ecuación escalar no lineal de segundo orden

$$u'' + g(u) = p(t) \quad 0 < t < T$$

bajo condiciones periódicas

$$u(0) = u(T), \quad u'(0) = u'(T)$$

para p continua tiene al menos una solución cuando g es continua, sublineal y satisface la siguiente condición:

$$g(u).u \geq 0.$$

Cuando la desigualdad es estricta, este resultado admite una generalización apropiada para el caso de un sistema de ecuaciones (ver por ejemplo [2]), empleando la versión geométrica del teorema de Hahn-Banach.

Sin embargo, en el caso no estricto las soluciones no están acotadas a priori, lo que impide la aplicación directa de los métodos de continuación de Leray-Schauder. Para el caso escalar, esta dificultad puede evitarse perturbando la ecuación y empleando el teorema de Arzelá-Ascoli a fines de obtener una sucesión de soluciones aproximadas que converge a una solución.

En este trabajo mostraremos que este procedimiento no siempre puede extenderse para sistemas de ecuaciones, y presentaremos algunas situaciones en donde tal extensión es posible. Para estos casos, además, empleando la invariancia por homotopía del grado de Leray-Schauder probaremos que el uso del teorema de Arzelá-Ascoli puede evitarse.

Referencias

- [1] A. C. Lazer, On Schauder's Fixed point theorem and forced second-order nonlinear oscillations, *J. Math. Anal. Appl.* 21 (1968) 421-425.
- [2] D. Ruiz and J. R. Ward, Some notes on periodic systems with linear part at resonance, *Discrete and Continuous Dynamical Systems* 11 (2004), 337-350.

Conferencia Invitada**Pablo Amster****Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires**

Un método de shooting bidimensional para un problema de Neumann no lineal

Algunos modelos recientes de la teoría de electrodifusión han llevado a considerar problemas no lineales de segundo orden del tipo

$$y''(x) = f(t, y(x), y(0), y(1))$$

con condiciones de Neumann

$$y'(0) = y'(1) = 0.$$

En [1], se ha estudiado un caso general, en el que f satisface condiciones del tipo Landesman-Lazer. Sin embargo, dichas condiciones no se cumplen para la no-linealidad dada por

$$f(x, y, y_0, y_1) := y \left\{ \lambda - \frac{y_0^2 - y^2}{2} + \left(l\lambda + \frac{y_0^2 - y_1^2}{2} \right) x - \left(l\lambda + \frac{y_0^2 - y_1^2}{2} \right) \right\} D,$$

para la cual se ha demostrado en [3] la existencia de soluciones positivas bajo la siguiente restricción en los parámetros físicos $l, \lambda > 0$ y $D \in (0, 1)$:

$$\lambda \geq 2l \left(1 - \frac{1}{(1+l)^2} \right) D^2.$$

El motivo esencial de esta restricción radica en la dificultad de obtener cotas a priori de las soluciones, lo que impide la aplicación directa de los métodos de continuación de Leray-Schauder.

En esta charla se presenta el principal resultado de [2], en el que se prueba la existencia de soluciones eliminando la anterior restricción. La demostración se basa en un método de shooting bidimensional, que permite reducir el problema a la obtención de un cero de una aplicación continua $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Mediante una serie de acotaciones, y empleando un resultado de desigualdades diferenciales, se muestra que el grado de Brouwer de T sobre una región apropiada es distinto de cero, de donde se concluye que el problema tiene al menos una solución.

Referencias

- [1] P. Amster, A. Déboli. *A Neumann problem arising on a two ion electro-diffusion model*. Preprint.
- [2] P. Amster, M. K. Kwong, C. Rogers. *On a Neumann Boundary Value Problem for Painlevé II in Two Ion Electro-Diffusion*. Enviado.
- [3] H. B. Thompson. *Existence for Two-Point Boundary Value Problems in Two Ion Electrodiffusion*. Journal of Mathematical Analysis and Applications 184 (1994), 82-94.

Autores: J. Bonder, P. Pinasco y A. Salort

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Ariel Salort

Distribución asintótica de autovalores en dominios de medida infinita

En el trabajo enunciamos y demostramos teoremas referidos al estudio de la distribución asintótica de autovalores del problema de autovalores del p -laplaciano en $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ con condiciones de contorno Dirichlet en $\partial\Omega$, y $1 < p < +\infty$:

$$-(|u'|^{p-2}u')' = \lambda|u|^{p-2}u$$

Los lemas necesarios fueron planteados desde un punto de vista de la teoría de números y aplicados particularmente para resolver el problema nombrado. En [5] y en [3] se resuelve el problema citado para un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ para el cual $|\Omega|_1 = \sum_{j=0}^{\infty} j^{-1/d}$, donde d es el contenido de Minkowski de $\partial\Omega$ y se concluye que

$$N(\lambda) = \#\{j \in N : \lambda_j \leq \lambda\} = \pi_p^{-1}|\Omega|\lambda^{1/p} + \pi_p^{-d}\zeta(d)\lambda^{1/p} + o(\lambda^{1/p})$$

Nosotros generalizamos el resultado para dominios tales que $|\Omega|_1 = \sum_{j=0}^{\infty} g(j)$ con $h \in G_d$ una familia de funciones con $g(x) := h^{-1}(1/x)$, $f(x) := h(1/x)^{-1}$. Y consideramos los casos en que el dominio es de medida finita e infinita. Los resultados obtenidos son para Ω de medida finita, si $0 < d < 1$

$$N(\lambda) = \#\{j \in N : \lambda_j \leq \lambda\} = \pi_p^{-1}|\Omega|\lambda^{1/p} + \pi_p^{-d}\zeta(d)f(\lambda^{1/p}) + o(f(\lambda^{1/p}))$$

si la medida de Ω es infinita, obtenemos la fórmula asintótica no estándar

$$N(\lambda) = \#\{j \in N : \lambda_j \leq \lambda\} = \pi_p^{-d}\zeta(d)f(\lambda^{1/p}) + o(f(\lambda^{1/p})),$$

donde ahora $d > 1$.

El trabajo esta disponible en el arxiv en <http://arxiv.org/abs/0906.2198>.

Referencias

- [1] K. Falconer, *Fractal geometry*, Wiley, Chichester, 1990.
- [2] Fernández Bonder J. & Pinasco J.P. *Asymptotic Behavior of the Eigenvalues of the One Dimensional Weighted p -Laplace Operator*, Arkiv för Mat., 2003, Vol. 41, 267-280.
- [3] He, C.Q. & Lapidus, M.L. *Generalized Minkowski content, spectrum of fractal drums, fractal strings and the Riemann zeta-function*. Mem. Amer. Math. Soc. 127 (1997), no. 608.
- [4] M. Lapidus. *Fractal drum, inverse spectral problems for elliptic operators and a partial resolution of the Weyl-Berry conjecture*, T. Amer. Math. Soc., 325 (1991), 465-529.
- [5] Pinasco J.P. *Asymptotic of eigenvalues of the p -Laplace operator and lattice points*
- [6] Courant R. & Hilbert D. *Methods of Mathematical Physics*, Vol 1, New York, Interscience Publications, Inc., 1953.

Autores: G. Calandrini, J. Moiola y A. Torresi

Lugar: Depto. de Matemática - Depto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur

Expositor: Ana Torresi

Coeficientes en la ecuación de bifurcación de órbitas periódicas en el dominio frecuencia

Utilizando métodos de balance armónico las soluciones periódicas de un sistema dinámico paramétrico pueden ser analizadas como los ceros de una ecuación algebraica [3]. Para ello es importante tener una metodología lo más sencilla posible para obtener los coeficientes de la ecuación de bifurcación hasta el mayor orden posible.

Sea un sistema dinámico \mathcal{S} representado como un sistema lineal de entrada-salida $(\mathcal{L}e)(s) = -G(s, \mu)(\mathcal{L}u)(s)$, y una realimentación no lineal definida por $u = f(y, \mu)$; donde $\mathcal{L}(\cdot)$ es la transformada de Laplace, $\mu \in \mathbb{R}$ es el parámetro de bifurcación, $G(s, \mu) \in \mathbb{C}^{m \times l}$ es la función transferencia y $f : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^l$ es C^r .

Sea $e = -y$, \hat{e} localmente la única solución de $G(0, \mu)f(e, \mu) + e = 0$ y sea $J = (Df)_{\hat{e}}$ la matriz jacobiana en el equilibrio.

Supongamos que existe una única función característica simple de la función transferencia de lazo abierto $G(i\omega, \mu)J$, que notamos $\hat{\lambda}(\omega, \mu)$, verificando

$\hat{\lambda}(\omega_0, \mu_0) = -1$ para una única frecuencia ω_0 . Entonces las soluciones de la ecuación

$$\theta \left(\hat{\lambda}(\omega, \mu) + 1 + \theta^2 \xi_1(\omega, \mu) + \theta^4 \xi_2(\omega, \mu) + \dots + \mathcal{O}(\theta^{2k+2}) \right) = 0, \quad (1)$$

están en correspondencia uno a uno con las soluciones periódicas de pequeña amplitud (θ) del sistema S con período cercano a $2\pi/\omega_0$, de acuerdo sólo al primero de los postulados del teorema de bifurcación de Hopf con el método frecuencia [1], con lo cual (1) considera todos los casos degenerados de Hopf asumiendo la existencia de una única función característica simple.

A (1) la denominamos ecuación de bifurcación de alto orden de soluciones periódicas, donde las expresiones de $\xi_k(\omega, \mu)$ se obtienen al considerar el balance armónico de una solución de orden $2k$.

Hasta el momento, en diversos trabajos, se han dedicado numerosos esfuerzos para obtener expresiones para $\xi_k(\omega, \mu)$, en [1] se dan fórmulas explícitas hasta $k = 2$, en [2] hasta $k = 4$ y en ambos una metodología algebraicamente muy compleja para obtener las de orden mayor. Presentamos un nuevo algoritmo para el cálculo de $\xi_k(\omega, \mu)$ hasta cualquier orden, el cual es más eficiente y junto con el uso de la computación simbólica alivian su implementación, tanto en su aplicación en ejemplos de interés como así también en el estudio teórico de casos degenerados de bifurcaciones de Hopf.

Referencias

- [1] Mees, A. I. [1981]. *Dynamics of Feedback Systems*. Wiley, New York.
- [2] Moiola, J. y Chen G. [1996]. *Hopf Bifurcation Analysis: A Frequency Domain Approach*. 21, Nonlinear Science, World Scientific Co., Singapore.
- [3] Torresi, A, J. Calandrini y J. Moiola. [2009] *Indíces focales: el Método Gráfico de Hopf y la Teoría de Singularidades*, preprint.

Conferencia Invitada**Griselda Itovich****Universidad Nacional de Río Negro, Sede Alto Valle**

**Bifurcación de ecuaciones diferenciales con retardo en el dominio
frecuencia: Una generalización**

Un enfoque que permite analizar ecuaciones diferenciales con retardos temporales (EDR), como

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau), \lambda)$$

donde $x \in R^n$, $f : R^{2n} \times R \rightarrow R^n$, $f \in C^2$, $\tau \in R^+$, $\lambda \in R$, es la metodología en el dominio frecuencia. Para esto es necesario incorporar nuevas variables de entrada y salida, aplicar una transformada de Laplace e interpretar el modelo resultante, separando una parte lineal y otra no lineal, como un sistema realimentado. En este contexto, se puede estudiar el fenómeno de bifurcación de Hopf, por medio de una adaptación del teorema de Hopf gráfico [1]. Una de las ventajas notables que puede ofrecer este enfoque, que se aplica también en el estudio de bifurcación en ecuaciones diferenciales ordinarias [2], se refiere a la posibilidad de reducir la dimensión del espacio original de soluciones. Además, se sabe que cuando el problema a analizar puede reducirse al caso unidimensional, el método presenta varias simplificaciones. En este trabajo, se propone considerar el caso más general donde el tratamiento en el dominio frecuencia no es unidimensional. Para esta situación, la determinación de expresiones aproximadas para las soluciones periódicas emergentes, requiere el cálculo de nuevas magnitudes (antes triviales) que complejizan la aplicación de la metodología propuesta. En este marco, también se propone el análisis de algunas degeneraciones del teorema clásico de la bifurcación de Hopf.

La importancia del análisis de sistemas de EDR, puede relacionarse con múltiples aplicaciones como el estudio de modelos de redes neuronales, poblacionales, mecanismos biológicos asociados con las llamadas “enfermedades dinámicas”, en sistemas de comunicaciones congestionadas por retardos de transmisión, etc.

Trabajo en colaboración con J. Moiola, A. Bel y W. Reartes.

Referencias

- [1] Mees, A. I. y Chua, L. O. (1979). "The Hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 26(4), 235-254.
- [2] Moliola, J. L. y Chen, G. (1996). *Hopf Bifurcation Analysis: A Frequency Domain Approach*, World Scientific, Singapur.

Autor: Constanza Sánchez de la Vega

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Problemas de control óptimo con evolución de Volterra y restricciones en el estado

La teoría clásica de control óptimo fue originalmente desarrollada para tratar con sistemas controlados que evolucionan según una ecuación diferencial ordinaria. Sin embargo, se ha visto que ciertos problemas derivados de la física, la biología y la economía no pueden ser descritos correctamente por una ecuación diferencial ordinaria. Una gran cantidad de estos sistemas pueden ser descritos por ecuaciones integral de tipo Volterra, es decir, dado $u(t) \in \mathbb{R}^m$ el control, el estado $y(t) \in \mathbb{R}^n$ evoluciona según una ecuación del tipo:

$$y(t) = y_0 + \int_0^t f(t, s, u(s), y(s)) ds \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

Los problemas de control óptimo donde el estado evoluciona según una ecuación de Volterra ha recibido la atención de varios autores, como por ejemplo Vinokurov en 1969 [7], Bakke en 1974 [1] y Carlson en 1987 [4]. Más recientemente, modelos incluyendo retardo no lineal en el estado fueron formulados por Burnap y Kazemi en 1999 [3] y en de la Vega 2006 [5] se prueban condiciones necesarias para un problema de tiempo final y control óptimo con evolución de tipo Volterra y restricciones en el estado en el tiempo final. Por el momento no se han probado condiciones necesarias para un problema de control óptimo donde el estado evoluciona según una ecuación de Volterra y con restricciones puras en el estado para todo tiempo del intervalo del tipo:

$$g(y(t)) \leq 0 \quad \text{para todo } t \in [0, T]. \quad (2)$$

Numerosas diferentes versiones del Principio de Pontryagin para estados que evolucionan según una ecuación diferencial y con restricciones en el estado fueron dados en la literatura. Se puede ver el estado del arte en el survey de Hartl et al. 1995 [6].

En este caso, consideramos el problema de control óptimo:

$$\min_{(u,y)} J(u,y) = \int_0^T \ell(u(t), y(t)) dt + \Phi(y(T)) \quad u(t) \in \mathcal{U},$$

sobre todos los pares *admisibles* que verifican la ecuación (1) y las restricciones (2).

Siguiendo la formulación del Principio del Mínimo dada por [2] para sistema que evolucionan según una ecuación diferencial ordinaria, se prueba una extensión del Principio del Mínimo para sistemas que evolucionan según una ecuación integral del tipo Volterra con restricciones en el estado. Este es un trabajo en colaboración con J.F. Bonnans (INRIA-Saclay and Ecole Polytechnique, Palaiseau, France).

Referencias

- [1] BAKKE, V. L. *A Maximum Principle for an Optimal Control Problem with Integral Constraints*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 13, pp. 32-55, 1974.
- [2] BONNANS, J.F. and HERMANT, A. *Well-posedness of the shooting algorithm for state constrained optimal control problems with a single constraint and control*. SIAM J. Control Optimization, Vol. 46, pp. 1398-1430, 2007.
- [3] BURNAP, C. and KAZEMI M. *Optimal Control of a System Governed by Non-linear Volterra Integral Equations with Delay*. IMA Journal of Mathematical Control and Information, Vol. 16, pp. 73-89, 1999.
- [4] CARLSON, D. A. *An Elementary Proof of the Maximum Principle for Optimal Control Problems Governed by a Volterra Integral Equation*. Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 54, pp. 43-61, 1987.
- [5] DE LA VEGA. *Necessary Conditions for Optimal Terminal Time and Control Problems Governed by a Volterra Integral Equation*. Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 130, pp. 79-93, 2006.
- [6] HARTL, R.F., SETHI, S.P. and VICKSON, R.G. *A survey of the maximum principles for optimal control problems with state constraints*. SIAM Review, Vol. 37, pp. 181-218, 1985.
- [7] VINOKUROV, V. R. *Optimal control of processes described by integral equations*. SIAM Journal on Control 7 , 324-336, 1969.

Autores: Pablo Amster(1), Corina Averbuj(1)(2)

Lugar: (1) Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires (2) CETyMA - Universidad Nacional de San Martín

Expositor: Corina Averbuj

Soluciones de Ecuaciones Integro-Diferenciales parabólicas asociadas a modelos tipo Black-Scholes con saltos

La ecuación de Black-Scholes para valorar opciones ha adquirido gran importancia en los últimos años, y ha sido estudiada por numerosos autores (ver, por ejemplo, [A], [H], [I]). En principio, este modelo supone que el activo subyacente es una acción cuyo valor sigue un movimiento geométrico Browniano, donde la variación en el precio marginal se debe esencialmente a la oferta y la demanda del respectivo activo. Asimismo, podemos considerar las posibles variaciones en el precio de la acción debido a información relevante proveniente de la propia compañía o su respectiva industria. En función de esta situación habrá momentos de "calma" y momentos en los que se producen variaciones bruscas en los precios ("saltos"). En consecuencia, podemos pensar el arribo de esta nueva información como un proceso de punto, y en particular notar que verifica los axiomas que rigen un proceso de Poisson, por lo tanto esta componente en la valuación de la acción es modelado por un proceso de Poisson (ver [M]). Si consideramos los dos componentes que pueden modificar el valor del activo S , se obtiene la siguiente ecuación integro - diferencial parcial en las variables t y S :

$$0 = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} + (r - \lambda k) S F_S - F_t - rF + \lambda \varepsilon \{F(SY, t) - F(S, t)\} \quad (1)$$

En esta ecuación r es la tasa libre de riesgo, λ es la intensidad del salto, $k = \varepsilon(Y - 1)$, donde $Y - 1$ es la variable aleatoria que representa el cambio en el precio del activo S , si el proceso de Poisson ocurre, y ε es el operador esperanza sobre la variable aleatoria Y , para mas detalles ver [M], [AA]. Se estudian generalizaciones del problema (1) con condiciones de contorno adecuadas y aplicando el método de Galerkin se encuentra la existencia de solución en dominios acotados.

Referencias

- [A] M. Avellaneda, Quantitative modeling of derivatives securities, Chapman & Hall/CRC, 2000.

- [AA] L. Andersen, J. Andreasen, Jump diffusion processes: volatility smile fitting and numerical methods for option pricing. *Review of derivatives research*, 4, 231-262, 2000.
- [AAM] P. Amster, C.G. Averbuj, M. C. Mariani, Solutions to a stationary nonlinear Black - Scholes type equation, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*.
- [GT] D. Gilbarg, N.S. Trudinger, *Elliptic partial differential equations of second order*, Springer - Verlag (1983).
- [H] J.C. Hull, *Options, Future and other Derivatives*. Prentice - Hall, Inc.1997.
- [I] Ikeda, S.Watanabe, *Stochastic Differential Equations and diffusion processes*. North - Holland,1989.
- [M] R. C. Merton, *Continuous - Time Finance*. Blackwell, Cambridge 2000.

Autores: Pablo Amster y Manuel Maurette

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Manuel Maurette

Singularidades de tipo repulsivo en sistemas periódicos

Sea el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales singular:

$$\begin{cases} u'' + g(u) = p(t) \\ u(t+T) = u(t) \end{cases} \quad (1)$$

con $g : \mathbb{R}^N \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^N$, continua acotada en $\mathbb{R}^N \setminus B_1(0)$; $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^N$ continua, T -periódica y de promedio 0: $\int_0^T p(t) dt = 0$. Se tiene además que g tiene una singularidad repulsiva en el origen. Es decir, que existe un $c > 0$ tal que

$$\langle g(u), u \rangle < 0 \quad \text{para } 0 < |u| < c. \quad (2)$$

Este problema fue estudiado entre otros por Solimini [Sol90] y describe por ejemplo potencial electrostático entre dos cargas del mismo signo.

Para lidiar con la singularidad se estudian en [AM09] los problemas truncados:

$$\begin{cases} u_\varepsilon'' + g_\varepsilon(u) = p(t) \\ u_\varepsilon(t+T) = u_\varepsilon(t) \end{cases} \quad (3)$$

con

$$g_\varepsilon(u) = \begin{cases} g(u) & |u| \geq \varepsilon \\ \frac{|u|}{\varepsilon} g\left(\varepsilon \frac{u}{|u|}\right) & 0 < |u| < \varepsilon \\ 0 & u = 0 \end{cases}$$

Dadas ciertas condiciones y aplicando un resultado para el caso no singular, se prueba existencia de soluciones u_ε para (3). Se investiga acerca del comportamiento de la familia $\{u_\varepsilon\}$ al tender $\varepsilon \rightarrow 0$ definiendo una noción de solución generalizada del problema (1) y se estudian casos en los cuales (2) asegura que el límite $u : u_\varepsilon \rightarrow u$ sea solución generalizada de (1).

Finalmente se muestra una aplicación al problema de 2 cuerpos repulsivo perturbado.

Referencias

- [AM09] Pablo Amster y Manuel Maurette, *Periodic solutions of systems with singularities of repulsive type*. Enviado.
- [Sol90] Sergio Solimini, *On forced dynamical systems with a singularity of repulsive type*, *Nonlinear Analysis*.(1990) 489-500.

Autores: Analía Silva y Julián Fernández Bonder

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Analía Silva

Principio de Compacidad por concentración para exponente variable

En este trabajo se extiende el Principio de compacidad por concentración de P.L.Lions [3] para el caso de exponente variable. El resultado obtenido es el siguiente: Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un abierto acotado y sean $q(x)$ y $p(x)$ funciones continuas tales que $p(x) < N$ y $q(x) \leq p(x)$ en Ω . Sea $\{u_j\}$ una sucesión débil convergente en $W_0^{1,p(x)}(\Omega)$ con límite débil u , tal que:

- $|\nabla u_j|^{p(x)} \rightharpoonup \mu$ débil-* en el sentido de las medidas.
- $|u_j|^{q(x)} \rightarrow \nu$ débil-* en el sentido de las medidas.

Además, suponemos que $\mathcal{A} = \{x \in \Omega : q(x) = p^*(x)\}$ es no vacío, donde $p^*(x) := \frac{Np(x)}{N-p(x)}$ con es el exponente crítico de la inclusión de Sobolev. Enton-

ces, para un conjunto numerable de índices I tenemos:

$$\nu = |u|^{q(x)} + \sum_{i \in I} \nu_i \delta_{x_i} \quad \nu_i > 0 \quad (1)$$

$$\mu \geq |\nabla u|^{p(x)} + \sum_{i \in I} \mu_i \delta_{x_i} \quad \mu_i > 0 \quad (2)$$

$$S\nu_i^{1/p^*(x_i)} \leq \mu_i^{1/p(x_i)} \quad \forall i \in I. \quad (3)$$

Donde $\{x_i\}_{i \in I} \subset \mathcal{A}$ y S es la constante óptima en la desigualdad de Gagliardo-Nirenberg-Sobolev para exponente variable. Dicho resultado puede ser utilizado para resolver problemas con pérdida de compacidad, en el caso de exponente variable, siguiendo las ideas utilizadas para el caso constante de J. García Azorero e I. Peral[1]

Referencias

- [1] J. García-Azorero and I. Peral, *Multiplicity of solutions for elliptic problems with critical exponent or with a nonsymmetric term*. Trans. Amer. Math. Soc. 323 (1991), no. 2, 877–895.
- [2] P.L. Lions. *The concentration–compactness principle in the calculus of variations. The limit case, part 1*, Rev. Mat. Iberoamericana. Vol. 1 No.1 (1985), 145–201.

Autores: Claudia, Gariboldi, Graciela Giubergia y Fernando Mazzone

Lugar: FCEFQyN - Universidad Nacional de Río Cuarto

Expositor: Graciela Giubergia

Regularidad de Sobolev de soluciones débiles de ecuaciones cuasilineales degeneradas

Consideremos ecuaciones elípticas de la siguiente forma:

$$\operatorname{div} A(x, \nabla u(x)) = g(x), \quad (1)$$

en $B_r \subset \mathbb{R}^n$. Supongamos que $A = (a^1, \dots, a^n) \in C^0(B_r \times \mathbb{R}^n) \cap C^1(B_r \times \mathbb{R}^n - \{0\})$ es una función de Caratheodory y satisface las condiciones de estructura

$$c_1 w(x)(1 + |\eta|)^{p-2} |\xi|^2 \leq \frac{\partial a^i}{\partial \eta_j} \xi_i \xi_j \quad (2)$$

$$|a^i| + \left| \frac{\partial a^i}{\partial x_j} \right| + (1 + |\eta|) \left| \frac{\partial a^i}{\partial \eta_j} \right| \leq c_3 w(x)(1 + |\eta|)^{p-1} \quad \text{for } i, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

para todo $\xi \in \mathbb{R}^n$, para casi todo $x \in B_r$, con c_1, c_3 constantes positivas, $\eta \in \mathbb{R}^n$, $p > 1$. w denota una función de peso, que además está en la clase de Muckenhoupt A_1 uniformemente en cada coordenada. Supondremos también que $g/w \in L^2(B_r, w)$.

El problema de examinar soluciones de ecuaciones elípticas lineales degeneradas en forma de divergencia fue tratado en [1], [2]. En [3] está desarrollada ampliamente la teoría para ecuaciones degeneradas no lineales. En este trabajo abordamos regularidad de Sobolev para soluciones débiles de (1) con la idea de generalizar los resultados de [1]. (Por $W^{1,p}(B_r, w)$ denotamos espacios de Sobolev pesados) Mas específicamente probamos

Teorema: Sea $u \in W^{1,p}(B_r, w)$, $p \geq 2$, una solución débil de (1). Supongamos que A satisface las condiciones de estructura (2) y (3), $g/w \in L^2(B_r, w)$ y w está uniformemente en A_1 en cada coordenada. Entonces $u \in W^{2,2}(B_{\frac{r}{2}}, w)$ y las derivadas segundas de u satisfacen

$$\int_{B_{\frac{r}{2}}} |D_{ij}u|^2 (1 + |\nabla u|)^{p-2} dx < \infty \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Referencias

- [1] A. C. Cavalheiro, Regularity of weak solutions of degenerate elliptic equations, Acta Math. Univ. Comenianae, Vol. LXXVII, 1(2008), pp. 43-54.
- [2] E. Fabes - C. Kenig - R. Serapioni, The local regularity of solutions of degenerate elliptic equations, Comm in P.D.E, 7(1) , 1982, pp. 77-116.
- [3] J. Heinonen - T. Kilpeäinen - O. Martio, Nonlinear Potential Theory of Degenerate Elliptic Equations, Dover, New York, 1993

Autor: Federico Tournier

Lugar: IAM - Universidad Nacional de La Plata

Teoremas de densidad para una ecuación hipoeĺıptica

Consideramos los campos de \mathbb{R}^3 dados por $X_1u = u_x - \frac{y}{2}u_z$ y $X_2 = u_y + \frac{x}{2}u_z$ y sea $X_{i,j}u = \frac{1}{2}(X_iX_ju + X_jX_iu)$ y Hu la matriz de 2×2 $Hu = (X_{i,j}u)$, $i, j = 1, 2$. Sea $H_{x_0, y_0, z_0} = \{(x, y, z) : z - z_0 = \frac{1}{2}(x_0y - y_0x)\}$. Si Ω es un abierto de \mathbb{R}^3 decimos que u definida en Ω es convexa si vale que $u((1 - \lambda)(x_0, y_0, z_0) + \lambda(x, y, z)) \leq (1 - \lambda)u(x_0, y_0, z_0) + \lambda u(x, y, z)$ para todo $(x, y, z) \in H_{x_0, y_0, z_0} \cap \Omega$, para todo $(x_0, y_0, z_0) \in \Omega$.

Dado Ω abierto y acotado en \mathbb{R}^3 y $p_0 = (x_0, y_0, z_0) \in \Omega$, consideramos la siguiente clase de funciones:

$\Lambda_{p_0} = \{u \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega}) : u \geq 0 \text{ en } \partial\Omega, u(p_0) \leq -1\}$ y vamos a asumir la siguiente conjetura (que llamaremos de ABP): Existe $a > 0$ dependiendo solamente de Ω tal que $\int_{C_u} (\det Hu(x, y, z))^2 dx dy dz \geq a$ para toda $u \in \Lambda_{p_0}$ y donde

$C_u = \{(x, y, z) \in \Omega : \gamma_u = u\}$ y $\gamma_u(x, y, z) = \sup\{v(x, y, z) : v \text{ es convexa, } v \leq u \text{ en } \Omega\}$.

Asumiendo la conjetura ABP, vamos a probar teoremas de densidad en los cilindros $C_\delta = \{(x, y, z) : \max\{r, |z|^{\frac{1}{2}}\} < \delta\}$ para el operador $\text{Traza}(AHu)$ donde $A = (a_{i,j}(x, y, z))$ es una matriz 2×2 estrictamente elıptica.

Referencias

- [1] C.E. Gutierrez. The Monge-Ampere Equation. Birkhauser. Boston (2001).
- [2] G. Di Fazio, C.E. Gutierrez, E. Lanconelli. Covering theorems, inequalities on metric spaces and applications to PDE's. Math. Ann (2008).
- [3] D. Danielli, N. Garofalo, D. M. Nhieu. Notions of convexity in Carnot Groups. Communications in Analysis and Geometry. (2003)

Conferencia Invitada**Adriana Frausin****Facultad de Ingeniería Química - Universidad Nacional del Litoral**

El espacio de Sobolev periódico de orden fraccionario y la continuidad simultánea de la operación de traza sobre una familia de curvas

Se define una familia \mathcal{S} de curvas cerradas y suaves que se designan con Γ_γ donde γ es una “adecuada” parametrización de la curva, en el sentido que satisface ciertas propiedades que se vuelven naturales al demostrar que es posible describir los espacios de Sobolev fraccionarios $H^{1/2}(\Gamma_\gamma)$ de un modo uniforme que no dependa de la función particular γ .

Para tales curvas se introduce otro modo de enfocar la norma del espacio de Sobolev fraccionario que denotamos con $H^{1/2}(\gamma)$ y que se obtiene de otro concepto que proviene del análisis de Fourier clásico, que es el de las funciones 2π -periódicas con la regularidad de las funciones de $H^{1/2}$, que denotamos $H_{2\pi}^{1/2}$. Se define este espacio de Sobolev de orden 1/2 en $[0, 2\pi]$ dando su norma en términos de los coeficientes de Fourier c_k de f de la siguiente manera $H_{2\pi}^{1/2} = \{f : \|f\|_{H_{2\pi}^{1/2}}^2 = \sum_{k \in \mathbb{Z}} |c_k(f)|^2 (1 + k^2)^{1/2} < \infty\}$.

Esta norma puede describirse prescindiendo de la serie de Fourier como $\|f\|_{H_{2\pi}^{1/2}}^2 \approx \int_0^{2\pi} |f(t)|^2 dt + \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|f(t) - f(s)|^2}{(\sin \frac{t-s}{2})^2} dt ds$.

A partir de este enfoque de la norma de $H_{2\pi}^{1/2}$ se define el espacio de Sobolev asociado a una parametrización γ de clase \mathcal{C}^1 de una curva plana cerrada Γ como $H^{1/2}(\gamma) = \{\varphi : \varphi \circ \gamma \in H_{2\pi}^{1/2}\}$ con la norma $\|\varphi\|_{H^{1/2}(\gamma)} = \|\varphi \circ \gamma\|_{H_{2\pi}^{1/2}}$, donde $\varphi : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ y γ es una parametrización sobre $[0, 2\pi]$ de Γ .

Se prueba que para toda curva parametrizada por $\gamma \in \mathcal{S}$, los espacios $H^{1/2}(\Gamma_\gamma)$ y $H^{1/2}(\gamma)$ coinciden como conjuntos y las normas son equivalentes, con constantes de equivalencia que sólo dependen de los parámetros de la familia de curvas \mathcal{S} . Más aún, ambos espacios son isomorfos como espacios de Banach con el espacio $H_{2\pi}^{1/2}$ a través del isomorfismo $\varphi \mapsto \varphi \circ \gamma$.

Finalmente, componiendo el operador de traza clásico con estos isomorfismos se demuestra la continuidad de la operación de traza sobre una curva de \mathcal{S} considerada, para $v \in H_0^1(\Omega)$ fija, como una aplicación de \mathcal{S} en $H_{2\pi}^{1/2}$ dada por $\gamma \mapsto \mathcal{T}_\gamma v$.

Trabajo en colaboración con Hugo Aimar.

Referencias

- [1] Garrigós G. Tesis doctoral: The characterization of wavelet and related functions and the connectivity al α -localized wavelets on R^n . Washington University, Saint Louis, Missouri, 1998.
- [2] Haslinger-Kozubek-Kunisch-Peichl. An embedding domain approach for a class of 2-d shape optimization problems: mathematical analysis. J.Math.Anal.Appl.290(2004) 665-685
- [3] Stein E.M. Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions. Princeton University Press, New Jersey 1970.

Autor: Juan Pablo Borgna

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Cálculo de estados fundamentales para la ecuación relativista de Schrödinger cúbica

En las primeras formulaciones de la Mecánica Cuántica, en la década de 1920, uno de los problemas que se afrontaba era la de conjugar los resultados y las predicciones de la incipiente nueva teoría con las también nueva Teoría de la Relatividad. El sencillo problema de las ecuaciones del movimiento de una partícula libre cargada viajando a una velocidad cercana a la de la luz requería conjugar y armonizar ambas puntos de vista. Los modelos condujeron a la expresión, ya adimensionalizada, de la ecuación relativista de Schrödinger

$$i\psi_t(t, x) = \left(\sqrt{m^2 - \partial_x^2} - m \right) \psi(t, x) - V(x, |\psi|^2) \psi$$

donde ψ es la función de onda de la partícula, m es su masa y V es el potencial no local de interacción. En el caso de una partícula libre el potencial V usado es el de la interacción columbiana que conduce a un potencial del Hartree (convolución del núcleo singular con el cuadrado del módulo de la función de onda), pero también se puede considerar un potencial V que sólo tenga en cuenta la densidad de carga, por ejemplo $V = |\psi|^2$, lo que plantea una ecuación relativista de Schrödinger cúbica.

En 2005, J. Fröhlich ([Froh]) probó la existencia de estados fundamentales impulsados ("boosted ground states", los únicos que son compatibles con el carácter relativista de esta ecuación) para el caso en que V es del tipo Hartree,

pero aún no existe prueba de la existencia de tales estados para el caso de la ecuación cúbica.

En este trabajo presentamos algunos resultados dirigidos a la prueba de la existencia de estados fundamentales para la ecuación cúbica. El primer objetivo es usar técnicas espectrales para la obtención de un método numérico adecuado a esta ecuación pseudodiferencial. Esto permitiría obtener el perfil de un estado fundamental por minimización directa de la energía, como un problema de búsqueda de óptimo sujeto a restricciones sobre la norma de la solución. El método de minimización se inicia en una solución del problema diferencial aproximado, el cual es calculado explícitamente. Como antecedente de este tipo de técnica tenemos lo hecho por W. Bao en [B-T], donde desarrolla este tipo de método en el estudio de técnicas numéricas aplicadas a la solución fundamental en los condensados de Bose-Einstein.

Referencias

- [B-T] W. Bao & W. Tang, *Ground-State solution of Bose-Einstein condensate by directly minimizing the energy functional*. Journal of Comp. Physics, **187** (2003) pp 230-254.
- [Froh] Jürg Fröhlich, B. Lars G. Jonsson, Enno Lenzmann, *Boson Stars as Solitary Waves*, arXiv:math-ph/0512040 v1, 12 Dec 2005.

Conferencia Invitada

Domingo Tarzia

Depto. de Matemática - CONICET, Universidad Austral

Existencia y unicidad global para la ecuación del calor no-clásica n-dimensional

Se considera el dominio n-dimensional $\Omega = (0, +\infty) \times R^{n-1}$ y el problema de contorno siguiente para la temperatura $u = u(x, y, t)$, definida para $x > 0$, $y \in R^{n-1}$ y $t > 0$, que satisface:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = -F(u_x(0, y, t)), \quad \text{en } \Omega \times (0, +\infty), \quad (1)$$

$$u(0, y, t) = 0, \quad y \in R^{n-1}, \quad t > 0, \quad (2)$$

con la condición inicial

$$u(x, y, 0) = h(x, y) \quad \text{en } \Omega, \quad x > 0, \quad y \in R^{n-1}, \quad (3)$$

donde h es la temperatura inicial y $-F$ representa la fuente de energía interna que depende del flujo de calor sobre la frontera del dominio. El problema está motivado por la modelización de la regulación de la temperatura en el medio [BTV, TV].

Utilizando la función de Green [F] para el dominio Ω se encuentra para la solución $u = u(x, y, t)$ una representación integral en función del flujo de calor $V(y, t) = u_x(0, y, t)$ que es una incógnita suplementaria del problema. Se obtiene que V debe satisfacer una ecuación integral de Volterra de segunda especie en el tiempo t y con parámetro $y \in R^{n-1}$. Bajo ciertas condiciones sobre los datos del problema h y F se demuestra que existe una única solución local que puede extenderse globalmente en el tiempo [M]. Se generalizan resultados obtenidos en [TV] para el caso $n = 1$.

Trabajo en colaboración con M. Bouckrouche.

Referencias

- [BTV] L.R. Berrone - D.A. Tarzia - L.T. Villa, Asymptotic behavior of a non-classical heat conduction problem for a semi-infinite material, *Math. Meth. Appl. Sci.*, 23 (2000), 1161-1177.
- [F] A. Friedman, *Partial differential equations of parabolic type*, Prentice Hall (1964).
- [M] R.K. Miller, *Nonlinear Volterra integral equations*, W.A. Benjamin (1971).
- [TV] D.A. Tarzia - L.T. Villa, Some nonlinear heat conduction problems for a semi-infinite strip with a non-uniform heat source, *Rev. Un. Mat. Argentina*, 41 (1998), 99-114.

Autores: Pablo Stinga y José Luis Torrea

Lugar: Depto. de Matemáticas, Fac. de Cs., Universidad Autónoma de Madrid, España

Expositor: Pablo Stinga

El oscilador armónico fraccionario: extensión y desigualdad de Harnack

En la presente comunicación presentaremos algunos resultados de la tesis doctoral (en curso) del expositor.

Motivados por los trabajos sobre problemas no lineales asociados al Laplaciano fraccionario publicados por Luis Caffarelli, Luis Silvestre y colaboradores [1, 2, 3, 4, 5], definimos de forma natural las potencias fraccionarias positivas del oscilador armónico $H^\sigma = (-\Delta + |x|^2)^\sigma$, $0 < \sigma < 1$ y encontramos una fórmula puntual para $H^\sigma f(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$. Como en el caso del Laplaciano fraccionario [2] podemos realizar el oscilador armónico fraccionario como un operador de tipo Dirichlet-to-Neumann a través de un problema de extensión al semiespacio superior. Finalmente, usando esta caracterización, obtenemos una desigualdad de Harnack para H^σ .

Referencias

- [1] L. Caffarelli, S. Salsa and L. Silvestre, Regularity estimates for the solution and the free boundary of the obstacle problem for the fractional Laplacian, *Invent. Math* **171** (2008), 425–461.
- [2] L. Caffarelli and L. Silvestre, An extension problem related to the fractional laplacian, *Comm. Partial Differential Equations* **32** (2007), 1245–1260.
- [3] L. Caffarelli and A. Vasseur, Drift diffusion equations with fractional diffusion and the quasi-geostrophic equation, *Ann. of Math.* (to appear).
- [4] L. Silvestre, Hölder estimates for solutions of integro-differential equations like the fractional Laplace, *Indiana Univ. Math. J.* **55** (2006), 1155–1174.
- [5] L. Silvestre, Regularity of the obstacle problem for a fractional power of the Laplace operator, *Comm. Pure Appl. Math.* **60** (2007), 67–112.

Autores: O. Barraza, L. Langoni
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Oscar Barraza

Sobre las soluciones de una ecuación de reacción-difusión

Estudiamos la existencia de soluciones no negativas de la ecuación de reacción-difusión

$$\begin{cases} u_t = \Delta u + f(u), & x \in \mathbb{R}^N, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = u_0(x), & x \in \mathbb{R}^N, \quad t = 0, \end{cases} \quad (1)$$

donde el dato inicial u_0 es no negativo. Damos condiciones sobre u_0 y f para la existencia de solución global del problema. Además, bajo dichas hipótesis, estudiamos la tasa de decaimiento de la norma $\|u(\cdot, t)\|_{L^\infty}$ que se corresponde con el obtenido en [1] para el caso particular $f(u) = u^p$. Finalmente, utilizamos el método de entropía para obtener la tasa de decaimiento de la norma $\|u(\cdot, t)\|_{L^2}$. Este método ya ha sido utilizado anteriormente para estudiar el decaimiento de las soluciones de distintos tipos de ecuaciones parabólicas, ver por ejemplo [2], [3] donde se aplica a una ecuación del tipo Fokker - Planck y [4] donde se aplica a (1) para el caso en que $f(u) = u^p$. Este estudio permite ampliar el rango de aplicabilidad del método de entropía.

Referencias

- [1] Xuefeng Wang, *On the Cauchy Problem for Reaction-Diffusion Equations*, Transactions of the American Mathematical Society **337** (1993) 549-590.
- [2] J.A. Carrillo, G. Toscani, *Asymptotic L^1 -decay of Solutions of the Porous Medium Equation to Self-similarity*, Indiana University Mathematics Journal **49**, N° 1 (2000) 113-142.
- [3] J.A. Carrillo, A. Jüngel, P.A. Markowich, G. Toscani, A. Unterreiter, *Entropy dissipation methods for degenerate parabolic problems and generalizad Sobolev inequalities*, Monatsh. Math. **133** (2001) 1-82 .
- [4] O. Barraza, L. Langoni, *Asymptotic behavior of global solutions of a semilinear parabolic problem*, Nonlinear Analysis **70** (2009) 1465-1474.

Autores: C. Ruscitti, O. Barraza
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Claudia Ruscitti

Comportamiento asintótico de soluciones de un modelo hiperviscoso para un fluido incompresible.

Es bien conocida la importancia del sistema incompresible de Navier-Stokes en el estudio de la mecánica de fluidos y las distintas áreas de aplicación que incluyen a la Física, la Ingeniería y otras disciplinas. También son conocidas las dificultades que presenta el estudio de las soluciones globales de dicho sistema. Varios métodos han sido desarrollados para probar la existencia de las soluciones globales de Navier-Stokes en \mathbb{R}^n .

Uno de ellos es el método de hiperviscosidad propuesto por J.-L. Lions que consiste en reemplazar el Laplaciano $-\Delta$ por la suma $-\Delta + \alpha(-\Delta)^{-l/2}$, $l > 2$. El sistema de Navier-Stokes con hiperviscosidad fue concebido como una perturbación del sistema de Navier-Stokes cuyas soluciones son aproximadas por las del sistema hiperviscoso. En un dominio acotado de \mathbb{R}^3 , J.-L. Lions prueba la existencia de una única solución regular para $l \geq 5/2$ ([3]). En este trabajo consideramos soluciones globales en tiempo del siguiente modelo hiperviscoso para un fluido incompresible

$$\begin{aligned}u_t - \nu \Delta u + \alpha(-\Delta)^{\frac{l}{2}} u + (u \cdot \nabla) u + \nabla p &= 0 \\ \nabla \cdot u &= 0, \\ u(0) &= u_0,\end{aligned}$$

cuya existencia en ciertos espacios funcionales se muestra en [2], estudiamos la estabilidad de dichas soluciones comparando las soluciones de ambos modelos y mostramos, mediante el empleo de técnicas análogas a las utilizadas en [1], que las tasas de decaimiento de las soluciones globales en ambos modelos coinciden.

Referencias

- [1] O. Barraza, C. Ruscitti, *Stability of bounded global solutions for Navier-Stokes equations*, Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 48, No. 1, 2008, 141-148. ISSN 1311-8080

- [2] M. Cannone, G. Karch, *About the regularized Navier-Stokes equations*, Journal of Mathematical Fluid Mechanics, Vol. 7, No. 1, 2005, 1-28.
- [3] J.-L. Lions, *Quelques methodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires*, Dunod, Paris, 1969.

Autores: Villa L.T., Grossi R., Ryan G.
Lugar: Fac. Ingeniería, Universidad Nacional de Salta
Expositor: Luis Villa

Sobre Existencia y unicidad de solución en serie de potencias en
Difusión-Reacción no lineal

Se demuestra la existencia y unicidad para la solución de un problema de contorno no lineal, con la estructura de una serie de potencias en la variable espacial. La ecuación diferencial describe un proceso de difusión-reacción catalítica con cinética no lineal, muy frecuente en las aplicaciones industriales.

En un trabajo anterior ya presentado ([5]), se presentaba una solución, suponiendo la convergencia de la serie. Ahora, usando un teorema conocido de punto fijo, se demuestra que, para cierto rango de los parámetros de la cinética en juego en los casos analizados, existe solución única, dada por tal serie.

Referencias

- [1] Abbasbandy S., Approximate solution for the nonlinear model of diffusion in porous catalysts by means of the homotopy analysis method. To appear in Chemical Engineering Journal, 2007.
- [2] Aris. R., *Mathematical Theory of Diffusion and Reaction in Permeable Catalyst*, Oxford University Press, London, 1975
- [3] Gonzo E., Gottifredi J. C., Non isothermal effectiveness factor estimation with simple analytical expressions, *Lat. Am. J. Heat Transf.* 6 (1982) 131-129.
- [4] Gottifredi J. C., Gonzo E. E., Quiroga O. D, Isotherm effectiveness factor I. Analytical expression for single reaction with arbitrary kinetics, Slab geometry, *Chem Eng Sci.* 36 (1981a) 705-711.
- [5] Filipich C. P., Villa L. T., Grossi R. D., The power series method in the effectiveness factor calculations. Aceptado en Latin American Applied Research.

Estadística

Organiza:

Graciela Boente

Conferencia invitada
Andrea Bergesio
Universidad Nacional del Litoral

Estimadores de Proyección para Modelos de Regresión Binomial

Presentamos una clase de estimadores para modelos de regresión binomial que es una extensión de los estimadores de proyección definidos por Maronna y Yohai (1993) para el modelo lineal. Consideramos una variable dependiente y , que está relacionada con un vector \mathbf{x} de dimensión p y la distribución de y dado \mathbf{x} es binomial $\text{Bi}(1, \theta)$ con probabilidad θ y donde $\theta = \pi(\beta_0' \mathbf{x})$ para algún $\beta_0 \in \mathbb{R}^p$.

Consideramos el siguiente modelo auxiliar con un solo parámetro γ_0 . Se observa (y, z, w) , donde la distribución de y condicional a las variables z y w es $\text{Bi}(1, \theta)$ y θ es de la forma $\theta = \pi(\gamma_0 w + z)$.

Supongamos que dada una muestra aleatoria de tamaño n , para este modelo

$$(y_1, z_1, w_1), \dots, (y_n, z_n, w_n)$$

se tiene un estimador altamente robusto

$$\hat{\gamma}_n((y_1, z_1, w_1), \dots, (y_n, z_n, w_n))$$

de γ_0 . Este estimador $\hat{\gamma}_n$ va a ser utilizado para definir estimadores para β_0 de la siguiente manera. Consideramos una muestra aleatoria $(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_n, y_n)$ del modelo en \mathbb{R}^p , luego el estimador de proyección $\hat{\beta}_n$ se define como el argumento que minimiza

$$\sup_{\lambda: \|\lambda\|=1} |\hat{\gamma}_n((y_1, z_1(\lambda), w_1(\beta)), \dots, (y_n, z_n(\lambda), w_n(\beta)))| s(z_1(\lambda), \dots, z_n(\lambda))$$

donde $w_i(\beta) = \beta' \mathbf{x}_i$, $z_i(\lambda) = \lambda' \mathbf{x}_i$, $1 \leq i \leq n$, y s es un estimador de escala robusto.

Se encuentra el estimador $\hat{\gamma}_n$ para el modelo con menor sensibilidad a errores groseros en la clase de M-estimadores que son condicionalmente consistentes en el sentido de Fisher. Este estimador es usado como estimador inicial para definir los estimadores de proyección.

Se obtienen cotas superiores para el máximo sesgo de los estimadores de proyección en función del máximo sesgo del estimador inicial $\hat{\gamma}_n$ y el orden de consistencia para los estimadores de proyección que resulta $n^{-1/2}$.

Se presenta un algoritmo que permite calcular los estimadores de proyección propuestos y un estudio de Monte Carlo, donde se comparan los estimadores de proyección con otros estimadores robustos. Este estudio muestra la superioridad en robustez de los estimadores de proyección.

Trabajo en colaboración con Víctor J. Yohai, Universidad de Buenos Aires - CONICET.

Autores: Marina Valdora y Víctor Yohai.

Lugar: Inst. de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Marina Valdora

Un estimador robusto para el modelo lineal generalizado con respuesta Poisson

En este trabajo estudiamos M-estimadores robustos para el modelo lineal generalizado donde la distribución de la respuesta es Poisson. Este modelo supone que observamos vectores aleatorios independientes (y_i, \mathbf{x}_i) con $1 \leq i \leq n$, donde $y_i \in R$, $\mathbf{x}_i \in R^p$ y donde la distribución de y_i condicional \mathbf{x}_i es $\mathcal{P}(g(\beta' \mathbf{x}_i))$ donde $\mathcal{P}(\lambda)$ indica la distribución de Poisson con parámetro λ y $g: R \rightarrow R^+$ es la función de enlace.

Sea $\rho(u)$ una función que cumple con las siguientes propiedades

1. ρ es monótona no decreciente para $u \geq 0$ y monótona no creciente para $u \leq 0$.
2. $\rho(0) = 0$
3. ρ es continua
4. ρ es acotada

Llamemos $y^* = \sqrt{y}$. Esta transformación hace que la varianza de una variable Poisson sea poco dependiente de λ . Luego definimos $m(\lambda)$ al valor que minimiza $E_\lambda(\rho(y^{1/2} - m(\lambda)))$, donde $E_\lambda(g(y))$ denota la esperanza cuando la variable y tiene distribución $\mathcal{P}(\lambda)$. El estimador propuesto está definido por

$$\hat{\beta} = \arg \min \sum_{i=1}^n \rho(y_i^* - m(g(\beta' \mathbf{x}_i)))$$

Se demuestra, bajo ciertas condiciones generales, la consistencia y normalidad asintótica de este estimador.

Autores: Ana Bianco, Graciela Boente y Susana Sombielle
Lugar: Inst. de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Ana Bianco

Una Propuesta Robusta en Modelos No Paramétricos Generalizados

En este trabajo, consideramos un modelo de regresión no paramétrica sobre el parámetro de una distribución continua o discreta, tal como es el caso de la distribución Poisson o Gamma.

En este sentido, tratamos la situación en que las variables respuesta $\{Y_i : 1 \leq i \leq n\}$ son independientes y están relacionadas a covariables fijas o aleatorias \mathbf{X}_i . En el caso de covariables aleatorias suponemos que la distribución condicional de $Y_i | \mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i$ es $F(y, g(\mathbf{x}_i))$, siendo $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \tau \subset \mathbb{R}$ una función suave. En la mayoría de los casos, tenemos que $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \tau \subset \mathbb{R}$ satisface $g(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(\mathbf{Y} | \mathbf{X} = \mathbf{x})$. Cuando las covariables son fijas, suponemos que la distribución marginal de Y_i es $F(y, g(\mathbf{x}_i))$ y en general se cumple que $g(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(\mathbf{Y})$.

Proponemos estimadores robustos de $g(\mathbf{x})$ que son versiones no paramétricas de estimadores robustos introducidos en el marco de los modelos lineales generalizados. Los estimadores propuestos son M -estimadores locales basados en núcleos. Derivamos el comportamiento asintótico de los estimadores robustos, obteniendo su consistencia y su distribución asintótica.

Mediante un estudio de Monte Carlo comparamos el comportamiento de las distintas propuestas con la del estimador clásico. Por último, proponemos un método de convalidación cruzada robusto para la elección del parámetro de suavizado.

Conferencia Invitada
Marcelo Ruiz
Universidad Nacional de Río Cuarto

Estimación robusta de la función de escala en modelos de regresión

Consideremos el modelo de regresión no-paramétrico

$$Y_i = g(x_i) + U_i \sigma(x_i), \quad 1 \leq i \leq n,$$

donde $0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n \leq 1$ son puntos (no aleatorios) del diseño, $\sigma(x)$ es la función de escala, $g(x)$ denota la función de regresión y U_i son variables

aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución común G , perteneciente a un entorno de contaminación del modelo central F_0 . Ambas funciones $\sigma(x)$ y $g(x)$ son desconocidas y no establecemos, sobre ellas, supuestos de tipo paramétrico.

Ya sea porque las propiedades de los estimadores de regresión dependen de ella, o porque representa propiedades físicas del fenómeno que modela, la estimación de la función de escala se ha convertido en un problema esencial, tan importante como el de la estimación de g .

Los estimadores basados en diferencias sucesivas constituyen actualmente una importante herramienta teórica para estimar la función de escala en modelos heteroscedásticos (ver Brown y Levine, 2007), pero son procedimientos altamente sensibles a la presencia de datos atípicos.

En el presente trabajo introducimos los M -estimadores de la función de escala, basados en diferencias sucesivas de las respuestas, definidos como

$$\hat{\sigma}_{M,n}(x) = \inf \left\{ s > 0 : \sum_{i=1}^{n-1} w_{n,i}(x) \chi \left(\frac{Y_{i+1} - Y_i}{as} \right) \leq b \right\},$$

donde $\{w_{n,i}(x)\}_{i=1}^{n-1}$ es una sucesión de funciones de peso, χ es una función de scores y $a \in (0, \infty)$ y $b \in (0, 1)$ son constantes de ajuste.

Bajo condiciones muy generales sobre la distribución de los errores, probamos la consistencia y la normalidad asintótica de la sucesión de los M -estimadores.

Cuando los pesos están basados en núcleos es necesario hallar estrategias de selección de la abertura de ventana, tales como convalidación cruzada. Nosotros demostramos que los estimadores basados en selectores de aberturas de ventana aleatorios siguen siendo consistentes y asintóticamente normales.

A través de estudios de simulación, estudiamos la robustez de los estimadores para diferentes tipos de modelos, comparando los M -estimadores con propuestas clásicas como el estimador de tipo Rice. Al mismo tiempo comparamos métodos de selección de la abertura de ventana introduciendo propuestas robustas de convalidación cruzada.

Trabajo en colaboración con G. Boente y R. Zamar.

Referencias

- [1] Brown, L. and Levine, M. (2007). Variance Estimation in Nonparametric Regression via the Difference Sequence Method. *The Annals of Statistics*, **35**, 2219–2232.

Autores: Jorge Adrover (1) y Víctor Yohai (2)

Lugar: (1) Famaf Universidad Nacional de Córdoba, CIEM y CONICET, (2) Inst. de Cálculo, FCEyN Universidad de Buenos Aires y CONICET

Expositor: Jorge Adrover

Comportamiento en sesgo de un estimador basado en proyecciones
modificado para posición multivariada

El máximo sesgo asintótico de un estimador es una medida de robustez global del comportamiento de un estimador. El estimador basado en medianas de las proyecciones para posición multivariada se define como

$$\mathbf{T}_P(F) = \arg \min_{\zeta \in R^p} \sup_{\mathbf{a} \neq 0} \left| \frac{T(\mathcal{D}(\mathbf{a}'(\mathbf{X} - \zeta)))}{S(\mathcal{D}(\mathbf{a}'(\mathbf{X} - \zeta)))} \right|, \quad (1)$$

donde T y S son la mediana y la mediana de los desvíos absolutos respecto de la mediana respectivamente y $\mathcal{D}(y)$ denota la distribución de la variable aleatoria y .

El estimador (1) muestra un muy notable comportamiento respecto del sesgo asintótico máximo en vecindades de ε -contaminación del modelo paramétrico

$\mathbf{X} = \mu + \mathbf{U}$, \mathbf{U} con distribución elipsoidal centrada en $\mathbf{0}$ en R^p . En este trabajo consideramos una modificación del estimador (1) que produce un estimador con mejor comportamiento respecto del sesgo producido por contaminaciones de masas puntuales, que es la peor situación en el caso del estimador de medianas de proyecciones. Más aún la nueva propuesta alcanza la cota de sesgo más baja posible para estimadores equivariantes para contaminaciones de masas puntuales para un rango de niveles de contaminación $(0, \varepsilon_0)$, $\varepsilon_0 > 0$ (ε_0 depende de la distribución en el modelo central), y mejora siempre la cota de máximo sesgo del estimador (1) en $(\varepsilon_0, 0,5)$.

Palabras claves: robustez, máximo sesgo, estimadores de proyección, posición multivariada.

Autores: Juan Lucas Bali y Graciela Boente

Lugar: Instituto de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Juan Lucas Bali

Componentes Principales Robustas en el caso funcional

El Análisis de Componentes Principales (PCA) es una herramienta del análisis multivariado que permite determinar las direcciones que maximizan la dispersión de una distribución.

La diferencia que presentaremos en este trabajo es que ahora se consideran datos funcionales en vez de vectoriales, y además se considera como medida de dispersión una escala eventualmente robusta s_n , es decir, con un grado de resistencia a eventuales datos atípicos. De esta manera, la primer componente robusta (muestral) se define como

$$\hat{\mathbf{a}} = \operatorname{argmax}_{\{\mathbf{a}: \|\mathbf{a}\|=1\}} s_n(\mathbf{a}^t \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{a}^t \mathbf{x}_n)$$

y las siguientes direcciones principales se obtienen a través de condiciones de ortogonalidad. Croux y Ruiz-Gazen (1996) proponen un algoritmo que permite calcularlos, en el caso multivariado.

El objetivo es adaptar el esquema al caso funcional, considerando distintas propuestas para resolver la cuestión de la dimensionalidad de los datos, incluyendo penalizaciones de suavizado (siguiendo la línea de Silverman (1996)) y otro esquema, basado en ideas de B-splines, para aproximar un espacio paramétrico de dimensión infinita por una sucesión de espacios de dimensión finita. Junto con la Dra. Graciela Boente hemos podido establecer, bajo hipótesis generales, la consistencia de las propuestas exhibidas. El próximo paso consiste en poder determinar distribución asintótica.

Referencias

- [1] Croux, C., Ruiz-Gazen (1996). A fast algorithm for robust principal components based on projection pursuit *COMPSTAT: Proceedings in Computational statistics*, 211–216.
- [2] Silverman B. W. (1996). Smoothed functional principal components analysis by choice of norm, *The Annals of Statistics* 24, 1–24.

Autor: Liliana Forzani

Lugar: IMAL y FIQ, CONICET y Universidad Nacional del Litoral

Componentes principales y componentes principales ajustadas
en regresiones de alta dimensión

En este trabajo estudiamos el comportamiento asintótico de componentes principales y componentes principales ajustadas para datos en alta dimensión y con muestras pequeñas. Usando el paradigma de reducción suficiente de dimensiones, se demuestra que estas componentes son consistentes y asintóticamente normales en regresiones donde la mayoría de los predictores dan alguna información sobre la respuesta. Se presentarán simulaciones que soportan las conclusiones teóricas. Este es un trabajo en conjunto con R. Dennis Cook.

Conferencia Invitada

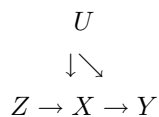
Mariela Sued

Inst. de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Cotas ante la ausencia de identificabilidad para parámetros causales

Assume that Z , X and Y are observed binary variables, where Z represents a randomized treatment assignment, X is the treatment actually received, and Y is the observed response. U represents all the factors observed and unobserved which may influence the outcome Y and the treatment X . We assume that all observed variables Z, X, Y are binary, taking values in the sets $\{z_0, z_1\}$, $\{x_0, x_1\}$, $\{0, 1\}$, respectively. $Z = z_1$ means that treatment has been assigned, $X = x_1$ means that treatment has been administered and $Y = 1$ represents positive response.

The graphical representation of the variables involved in the experiment is given by the following DAG:



Even though the treatment was assigned by randomization, it is not its effect the one that we are interested in studying, but the effect of the treatment actually received. In terms of contrafactual variables, the parameter

of causal interest that we will study is given by

$$ATRE = E[Y_{x_1}] - E[Y_{x_0}]. \quad (1)$$

The presence of the unmeasure confounding, makes the parameter of causal interest unidentifiable from the distribution of the observed variables. Balke et al. (1997) found optimal bounds for the causal parameter of interest (ATRE) in terms of the distribution of the observed data (Z, X, Y) .

We extend these results for discrete responses Y taking values in a finite set $\{y_0, \dots, y_{k-1}\}$. We also illustrate how their approach may be adapted to other scenarios, to get optimal bounds for non identifiable parameters in terms of the distribution of observed data.

We are currently coding an algorithm to compute the bounds that we have presented theoretically, in terms of the distribution of observed data.

Joint work with J. Molina, A. Rotnitzky.

Referencias

- [1] Balke, A. and Pearl, J. (1997). Bounds on treatment effects from studies with imperfect compliance. *Journal of the American Statistical Association*, **92**, 1171-1176.
- [2] Benko, M.; Härdle, P. and Kneip, A. (2009). Common Functional Principal Components. *Ann. Statist.*, **37**, 1-34.
- [3] Cai Z., Kuroki M., Pearl, J. and Tian, J. (2008). Bounds on Direct Effects in the Presence of Confounded Intermediate Variables. *Biometrics*, **64**, 695 - 701
- [4] Kaufman, S., Kaufman, J. S., MacLenose, R. F., Greenland, S., and Poole, C. (2005). Improved estimation of controlled direct effects in the presence of unmeasured confounding of intermediate variables. *Statistics in Medicine* **24**, 1683-1702. Correction, 25, 3228.
- [5] Pearl, J. (2000). *Causality: Models, Reasoning, and Inference*. New York: Cambridge University Press.

Autores: Graciela Boente y Alejandra Martínez

Lugar: Inst. de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires y CONICET

Expositor: Alejandra Martínez

Estimación en modelos aditivos con respuestas faltantes

El modelo de regresión no paramétrico aditivo, supone que se tienen observaciones independientes (\mathbf{x}_i^T, y_i) , $1 \leq i \leq n$, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$ tales que $E(y_i|\mathbf{x}_i) = m(\mathbf{x}_i)$ con

$$m(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha=1}^d g_{\alpha}(x_{\alpha})$$

Las funciones $g_{\alpha} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ son las cantidades a estimar. Estimadores para este modelo han sido ampliamente estudiados en la literatura. En nuestro trabajo hemos introducido estimadores para las componentes de un modelo aditivo cuando las respuestas pueden ser faltantes, es decir, cuando observamos $(\mathbf{x}_i^T, y_i, \delta_i)$, $1 \leq i \leq n$ donde $\delta_i = 1$ si y_i es observada y $\delta_i = 0$ si y_i es faltante. Para ello, se supuso un mecanismo de pérdida de observaciones ignorable (MAR). Bajo estas hipótesis propusimos dos familias de estimadores: los basados en la muestra completa, o sea, eliminando todos los pares incompletos (aquellos con $\delta_i = 0$) y que llamaremos simplificados; y los obtenidos imputando las observaciones faltantes mediante el estimador simplificado, estimadores que llamaremos imputados.

Se obtuvo la consistencia fuerte uniforme sobre compactos tanto de los estimadores simplificados como de los estimadores imputados definidos. Mediante un estudio de simulación se compararon los estimadores propuestos.

Conferencia Invitada

Nadia Kudraszow

Universidad Nacional de La Plata

Estimadores robustos y eficientes para el modelo lineal multivariado

Sean $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, \dots, y_{iq})'$ y $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ip})'$ con $1 \leq i \leq n$ los vectores de las respuestas y de los predictores, respectivamente, que cumplan el modelo lineal multivariado

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{B}_0' \mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i,$$

donde \mathbf{B}_0 es una matriz de $p \times q$ y los $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n$ son vectores aleatorios de dimensión q independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.). Los \mathbf{x}_i se suponen aleatorios, i.i.d. e independientes de los \mathbf{u}_i .

Si la distribución de los \mathbf{u}_i es normal multivariada $N_q(\mathbf{0}, \Sigma_0)$, el estimador clásico para este modelo es el estimador de máxima verosimilitud (EMV) de \mathbf{B}_0 que se obtiene aplicando mínimos cuadrados a cada una de las respuestas separadamente, y el EMV de Σ_0 es la matriz de covarianzas muestral de los residuos. Sin embargo se sabe que este estimador es extremadamente sensible a observaciones atípicas. Por eso, se han investigado varias alternativas robustas, aunque sólo unos pocos de los estimadores propuestos conservan las propiedades de equivarianza y tienen una alta eficiencia bajo el modelo normal. Para cubrir ambas necesidades presentamos a los MM-estimadores para regresión lineal multivariada.

Los MM-estimadores para regresión lineal univariada fueron introducidos por Yohai (1987) para combinar robustez y eficiencia en el caso univariado. La extensión al caso multivariado se realizó de la siguiente manera. Sea $(\hat{\mathbf{B}}_n, \hat{\Sigma}_n)$ (con $|\hat{\Sigma}_n| = 1$) un estimador inicial de (\mathbf{B}_0, Σ_0) con alto punto de ruptura aunque posiblemente ineficiente. Definimos las distancias $d_i^2(\mathbf{B}, \Sigma) = (\mathbf{y}_i - \mathbf{B}'\mathbf{x}_i)' \Sigma^{-1} (\mathbf{y}_i - \mathbf{B}'\mathbf{x}_i)$. Sea $\hat{\sigma}_n$ un M-estimador de escala de $\{d_i(\hat{\mathbf{B}}_n, \hat{\Sigma}_n), i = 1, \dots, n\}$ basado en una "función- ρ " ρ_0 . Sea ρ_1 otra función- ρ tal que $\rho_1 \leq \rho_0$. Entonces el MM-estimador de regresión multivariado $(\hat{\mathbf{B}}_n, \hat{\Sigma}_n)$ está dado por

$$(\hat{\mathbf{B}}_n, \hat{\Gamma}_n) = \arg \min \left\{ \sum_{i=1}^n \rho_1 \left(\frac{d_i(\mathbf{B}, \Gamma)}{\hat{\sigma}_n} \right) : (\mathbf{B}, \Gamma) \in \mathbb{R}^{p \times q} \times S_q \text{ y } |\Gamma| = 1 \right\}$$

$$\hat{\Sigma}_n = \hat{\sigma}_n^2 \hat{\Gamma}_n$$

siendo S_q el conjunto de las matrices simétricas y definidas positivas de dimensión q .

Probamos que estos estimadores tienen punto de ruptura asintóticamente 0.5, eficiencia asintótica bajo errores normales y son asintóticamente normales. Formulamos un algoritmo numérico convergente y comparamos el desempeño de los MM-estimadores con el de otros estimadores robustos.

Trabajo en colaboración con Ricardo Maronna.

Referencias

- [1] Yohai V. (1987). High Breakdown-point and high efficiency estimates for regression, *The Annals of Statistics*, 15, 642-656.

Conferencia Invitada
Ma. Victoria Fasano
Universidad Nacional de La Plata

Consistencia de M-estimadores en regresión no lineal

En el modelo de regresión no lineal se observan $\mathbf{z}_i = (y_i, \mathbf{x}_i)$ $1 \leq i \leq n$ vectores i.i.d. con $y_i \in R$ y $\mathbf{x}_i \in R^m$ que satisfacen

$$y_i = g(\mathbf{x}_i, \theta_0) + u_i \quad 1 \leq i \leq n$$

donde θ_0 es el vector desconocido de parámetros de regresión perteneciente a un conjunto $\Theta \subset R^p$, g la función de regresión de $R^m \times \Theta \rightarrow R$ y u_i los errores aleatorios i.i.d. con distribución F .

El estimador clásico para estos modelos es el de mínimos cuadrados, que tiene propiedades óptimas cuando F es normal, pero es muy sensible a observaciones atípicas. Por esta razón, son necesarios estimadores *robustos* que sean más estables frente a distintas perturbaciones del modelo y que a su vez sean eficientes bajo normalidad.

Un método básico de estimación robusta son los *M-estimadores*, definidos como

$$\hat{\theta}_n = \arg \min_{\theta \in \Theta} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{y_i - g(\mathbf{x}_i, \theta)}{\hat{\sigma}} \right)$$

donde $\hat{\sigma}$ es un estimador de la escala σ de los errores y ρ es una función de pérdida.

Los resultados sobre consistencia en regresión no lineal, tanto para mínimos cuadrados como para M-estimadores, requieren en general que el espacio de parámetros Θ sea compacto o que la función de regresión sea acotada. En este trabajo nos ocupamos del caso de "componentes lineales", en que $p = p_1 + p_2$, $\theta = (\alpha, \beta)$ con $\alpha \in A \subset R^{p_1}$ y $\beta \in R^{p_2}$ y la función de regresión g tiene la forma:

$$g(\mathbf{x}, \theta) = g(\mathbf{x}, \alpha, \beta) = \beta' \mathbf{h}(\mathbf{x}, \alpha)$$

donde $\mathbf{h} : R^m \times A \rightarrow R^{p_2}$. Aquí g no es acotada. Se demostrará para estos modelos la consistencia de M-estimadores en condiciones mucho más generales que las existentes en la literatura.

Trabajo en colaboración con Ricardo Maronna.

Conferencia Invitada

Orlando Ávila Blas

FCE, Universidad Nacional de Salta

Modelización no lineal espectral de una serie de SO₂

Para la definición de algunos índices que miden estadísticamente niveles de contaminación ambiental en la ciudad de Salta Capital, se emplean series promedios (mensuales o diarias) de variables físico-químicas, como por ejemplo: concentración promedio mensual de SO₂. Con el aumento del número de datos recolectados por muestreadores pasivos difusionales, a través del tiempo se observa una creciente presencia de comportamientos dinámicos no lineales, *outliers*, y ciclos ocultos (posiblemente detectables a muy largo plazo), cuya complejidad dificulta en gran medida la realización de pronósticos con modelos econométricos tradicionales. Algunos casos han sido tratados en ([1], [2]), pero únicamente en Economía. En este trabajo, se presentan una estrategia original que permite el tratamiento de datos con esta complejidad, la modelización estructural de ellos por medio del uso del Filtro de Kalman, y la optimización de la estimación de los hiperparámetros asociados, con un nivel de confiabilidad muy alto (95 %). Para ello se da el siguiente

Teorema: Sea un proceso temporal que puede ser representado matemáticamente como una función, que relaciona el grupo de regresores x_t de la serie temporal Z_t , tal que:

$$Z_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^n \alpha_j g \left[\beta_{0j} + \left(\sum_{i=1}^p \beta_{ij} x_t^{(i)} \right) \right] + \varepsilon_t$$

donde α_j y β_{ij} son los regresores dinámicos obtenidos por el proceso de suavizado y filtrado de Kalman; p y q son los órdenes del modelo inicial ARIMA de base, ε_t son errores aleatorios no normales del modelo, que se suponen independientes e idénticamente distribuidos con media 0 y varianza constante σ_ε^2 y g es la función sigmoidea óptima en el sentido AIC de Bayes. Entonces:

1. El EMS de los estimadores suavizados, se consiguen a partir de la densidad espectral del error de estimación, con $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v(e^{iz}) dz$
2. En el caso particular de la serie de SO₂ bajo estudio, la forma reducida de la expresión Z_t es una caminata aleatoria de tipo AR(1) con ponderación un paso adelante más un paso hacia atrás, y momento muestral asintótico $m_{t/\infty} = \frac{1}{4}y_{t-1} + \frac{1}{2}y_t + \frac{1}{4}y_{t+1}$

Referencias

- [1] Frances, P. y Van Dijk, D. (2000), Non-Linear time series models in empirical finance, Cambridge University Press.
- [2] Vaage, K. (2000), Detection of outliers and level shifts in time series: An evaluation of two alternative procedures, Journal of Forecasting, 19, 23-37.

Autores: Tomás Crivelli, Agustín Mailing y Bruno Cernuschi Frías

Lugar: Universidad de Buenos Aires - CONICET

Expositor: Tomás Crivelli

Un enfoque Bayesiano para la selección del número de particiones de un histograma

Consideramos el problema de selección del número B de *bins* o particiones en el estimador de histograma. La premisa es la siguiente: decidir por el menor valor de B tal que el histograma se ajuste correctamente a los datos. A continuación, presentamos un resultado basado en el clasificador óptimo Bayesiano. Sea entonces $\mathbf{X} = \{x_i\}_{i=1..n}$ un conjunto de n muestras i.i.d. de una densidad de probabilidad continua. Sea $R = x_{max} - x_{min}$ el rango de las muestras. El histograma esta dado por:

$$h(x | B) = \sum_{k=1}^B \theta_k u_{\Delta}(x - d_k) \quad (1)$$

donde $u_{\Delta}(x)$ es una función de densidad uniforme en $[-\Delta/2, \Delta/2]$, $\Delta = R/K$ y d_k el punto central correspondiente al bin k . Por último, $\Theta_B = \{\theta_1, \dots, \theta_B\}$ es el conjunto de coeficientes que definen las alturas del histograma. De esta forma $h(x | B)$ esta normalizado y $\sum_{k=1}^B \theta_k = 1$ con $0 \leq \theta_k \leq 1$.

Sean B_1, B_2, \dots, B_c un conjunto de c candidatos para B . Proponemos aplicar la siguiente regla de decisión Bayesiana: elegir B_j tal que $P(B_j | \mathbf{X})$ sea máximo para $j = 1 \dots c$. Para probabilidades a priori iguales equivale a

$$B = B_j \quad \text{si} \quad h(\mathbf{X} | B_j) \geq h(\mathbf{X} | B_l) \quad \forall l \neq j. \quad (2)$$

Para cada candidato tenemos B_j coeficientes en Θ_{B_j} y podemos escribir:

$$h(\mathbf{X} | B_j) = \prod_{i=1}^n h(x_i | B_j) = \int_{\Theta_{B_j}} h(\mathbf{X} | \Theta_{B_j}) p(\Theta_{B_j} | B_j) d\Theta_{B_j}. \quad (3)$$

Sea $\hat{\Theta}_{B_j}$ el estimado de máxima verosimilitud (ML) de Θ_{B_j} usando B_j bins. Desarrollando $\log h(\mathbf{X} | \Theta_{B_j})$ en serie de Taylor de segundo orden alrededor de $\hat{\Theta}_{B_j}$ obtenemos $h(\mathbf{X} | \Theta_{B_j}) \approx h(\mathbf{X} | \hat{\Theta}_{B_j}) e^{-\frac{1}{2}(\Theta_{B_j} - \hat{\Theta}_{B_j})^T \mathbf{H}(\Theta_{B_j} - \hat{\Theta}_{B_j})}$ donde \mathbf{H} es el negativo del correspondiente Hessiano de dimensión $B_j \times B_j$ con respecto a Θ_{B_j} . Ya que con $n \rightarrow \infty$ el estimador ML converge al vector de parámetros verdadero, $h(\mathbf{X} | \Theta_{B_j})$ se aproxima a una delta de Dirac alrededor de $\hat{\Theta}_{B_j}$ y con área $h(\mathbf{X} | \hat{\Theta}_{B_j})(2\pi)^{B_j/2} \det \{\mathbf{H}\}^{-1/2}$. Se deduce que $\det \{\mathbf{H}\} = \prod_{k=1}^{B_j} n/\hat{\theta}_k$ para muestras i.i.d. y reemplazando en (3):

$$\log h(\mathbf{X} | B_j) \approx \log h(\mathbf{X} | \hat{\Theta}_{B_j}) - \frac{B_j}{2} \log \frac{B_j n}{2\pi R} + \sum_{k=1}^{B_j} \log \hat{\theta}_k \quad (4)$$

Discusión Con (4) podemos aplicar (2) donde se observa que además de la función de log-verosimilitud, aparecen dos términos: el primero penaliza un valor de B_j elevado y el segundo penaliza valores de θ_k pequeños (próximos a cero) lo cual se encuentra en directa relación a tomar particiones demasiado angostas con pocas muestras. El balance entre los tres términos proporciona la regla de decisión óptima para el número de bins B . Esta formulación se ha validado mediante experimentos en procesamiento de imágenes.

Física Matemática

Organizan:

Hernán Cendra y Sebastián Ferraro

Conferencia Invitada**Javier Fernández****Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo - C.N.E.A.**

Algunas cuestiones de mecánica discreta y análisis numérico

Algunos de los métodos más simples para hallar aproximaciones numéricas a la solución de las ecuaciones de movimiento de sistemas mecánicos, como por ejemplo los métodos de Euler, son adecuados conceptualmente pero, en la práctica, son de escasa utilidad ya que, entre otras cosas, las aproximaciones halladas no suelen preservar la estructura presente en el sistema físico modelado (energía, momentos, etc.). Aún métodos más sofisticados y de orden más alto poseen el mismo inconveniente cuando se considera la evolución en períodos largos de tiempo.

En esta charla presentaremos algunas nociones básicas de mecánica discreta para ver cómo se pueden obtener integradores numéricos para la evolución de los sistemas estudiados por la mecánica clásica. En particular, discutiremos algunas de las buenas propiedades estructurales que estos integradores poseen.

Autores: Javier Fernandez, Cora Tori y Marcela Zuccalli**Lugar: Instituto Balseiro - Depto. de Matemática, Universidad Nacional de La Plata****Expositor: Cora Tori**

Reducción Lagrangiana de Sistemas Mecánicos Discretos No Holónomos

Un sistema mecánico discreto no holónimo está dado por una variedad diferenciable Q , el espacio de configuración, una función diferenciable $L_d : Q \times Q \rightarrow \mathbb{R}$, el lagrangiano discreto, un subfibrado $\mathcal{D} \subset TQ$, los vínculos variacionales y una subvariedad $\mathcal{D}_d \subset Q \times Q$, los vínculos cinemáticos.

Consideramos sistemas mecánicos discretos no holónomos en presencia de simetrías dadas por un grupo continuo.

Sea entonces H un grupo de Lie que actúa a izquierda propiamente sobre el espacio de configuraciones Q tal que el cociente $\pi : Q \rightarrow Q/H$ es un fibrado principal con grupo de estructura H . Es claro que la acción de H sobre Q define dos acciones canónicas de H sobre $Q \times Q$ y TQ dadas por la acción diagonal y la levantada por el diferencial respectivamente.

Decimos que H es una simetría del sistema mecánico discreto no holónomo

$(Q, L_d, \mathcal{D}, \mathcal{D}_d)$ si L_d , \mathcal{D} y \mathcal{D}_d son H -invariantes.

En este trabajo vemos cómo una simetría de un sistema $(Q, L_d, \mathcal{D}, \mathcal{D}_d)$ puede utilizarse para eliminar grados de libertad. Analizamos la relación entre la dinámica sobre el espacio de estados discretos $Q \times Q$ y cierta dinámica reducida sobre el espacio $(Q \times Q)/H$. Para hacerlo establecemos un isomorfismo Φ entre los espacios $(Q \times Q)/H$ y $Q \times H \times (Q/H)$ que induce un lagrangiano reducido l_d sobre $Q \times H \times (Q/H)$.

Considerando los vínculos variacionales y cinemáticos reducidos dados por $d\pi(\mathcal{D})$ y $\Phi(\mathcal{D}_d/H)$ respectivamente, probamos que la dinámica inducida sobre $Q \times H \times (Q/H)$ está bien definida a partir de un principio variacional asociado al lagrangiano l_d .

Probamos que este principio variacional reducido es equivalente al principio variacional para el sistema $(Q, L_d, \mathcal{D}, \mathcal{D}_d)$. Además vimos que las ecuaciones derivadas de este principio reducido resultan equivalentes a las del sistema original.

Referencias

- [1] H. Cendra, J. Marsden and T. Ratiu, *Geometric Mechanics, Lagrangian Reduction and Non Holonomic Systems*, Mathematics Unlimited 2001 and Beyond, Springer 2001.
- [2] H. Cendra, J. Marsden and T. Ratiu, *Lagrangian Reduction by Stages*, *Memories AMS* 152 (2001).
- [3] J. Marsden, M. Leok and A. Weinstein, *A discrete theory of connections on principle bundles*, *math.DG/0508338*, 2005.

Autores: Leonardo Colombo y Marcela Zuccalli

Lugar: ICMAT - Inst. de Cs. Matemáticas - Madrid y Depto. de Matemática Universidad Nacional de La Plata - Depto. de Matemática Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Leonardo Colombo

Control Optimo de Sistemas Mecánicos Infractados: Una aproximación geométrica

El objetivo de la Teoría de Control es estudiar sistemas en los que se puede influir externamente en la dinámica usando las variables de control.

Los sistemas que consideraremos están dados por ecuaciones de la forma

$$\dot{x}^i = f^i(x(t), u(t)) \quad \text{con } i = 1, \dots, n$$

donde $x^i(t)$ son las variables de estado y $u(t) = (u^i(t))$ es la variable de control.

En Teoría de Control Óptimo además, se busca que el sistema extremice cierto funcional. Es decir, se busca una trayectoria $\gamma(t) = (x(t), u(t))$ suficientemente regular, para simplificar la situación, a extremos fijos $x(0) = x_0$ y $x(T) = x_T$ que satisfagan la ecuación de control $\dot{x}^i = f^i(x(t), u(t))$ y que optimice un funcional integral llamado funcional de costo.

Un sistema mecánico de control es infractuado si posee menos variables de control que grados de libertad y su estudio está motivado por numerosas aplicaciones prácticas.

Por otro lado, la llamada aproximación geométrica de un sistema mecánico con vínculos no holónomos en el marco vakonómico consiste en expresar sus ecuaciones de movimientos como las ecuaciones de Hamilton de un sistema Hamiltoniano presimpléctico.

Siguiendo el proceso de caracterización de la mecánica vakonómica dado por Skinner y Rusk, se puede realizar la aproximación geométrica de un sistema vakonómico de orden superior, es decir, un sistema en el cual el Lagrangiano y los vínculos están definidos sobre un fibrado tangente de orden superior.

En este trabajo realizamos una aproximación geométrica de un problema de control óptimo de un sistema mecánico infractuado utilizando la equivalencia que existe entre un sistema de control óptimo y un problema variacional vakonómico de orden 2.

En particular, adaptamos esta aproximación al sistema de control que describe el péndulo invertido.

Referencias

- [1] R. Benito, M. de León, D. Martín de Diego, "Hidden symplecticity in Hamilton's principle algorithms" Proc. Conf. Prague, August 30-September 3, 2004. Charles University, Prague, 2005 411-419.
- [2] A.M. Bloch "Nonholonomic Mechanics and Control" Interdisciplinary Applied Mathematics Series 24, Springer-Verlag, New York, 2003.
- [3] R. Skinner, R. Rusk "Generalized Hamiltonian dynamics" Journal Math. Physics 24 (11) 1983, 2589-2594.

Conferencia Invitada

Hilda Larrondo

Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, UNMDP - CONICET

Caos en R y en N : caracterización y aplicaciones

La teoría del Caos Determinista tiene más de 30 años y ha cambiado en forma sustancial el modo en que la física clasificó sistemas deterministas y estocásticos. La comprensión de las características estadísticas de los sistemas caóticos llevó a la aparición de un sinnúmero de aplicaciones en las que el caos reemplazó a los sistemas estocásticos, convirtiéndose en una especie de ruido controlado". El Caos Determinista ilustra el hecho sorprendente que un comportamiento complejo puede surgir de reglas simples, si hay no linealidades en el sistema. En esta charla se revisarán un importante número de cuantificadores mediante los cuales puede distinguirse los sistemas caóticos de los estocásticos ideales, se discutirá la diferencia entre trabajar con una representación ideal plasmada con números reales y una representación real, plasmada con números naturales. Se presentarán además varias aplicaciones concretas recientes a la ingeniería.

Conferencia Invitada

Sergio Grillo

Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo - C.N.E.A.

Sistemas con vínculos de orden superior y estabilización de servomecanismos

En esta charla presentaremos a los sistemas con vínculos de orden superior (HOCS = higher order constrained systems), en su formulación Hamiltoniana, y estudiaremos algunas de sus aplicaciones al control de sistemas subactuados. Tales aplicaciones se basan en la siguiente idea: si queremos controlar un sistema mecánico para que este tenga un determinado comportamiento, podemos imponer un vínculo sobre el mismo para que dicho comportamiento se realice, y luego obtener la señal de control como la fuerza de vínculo asociada. De esta forma estaríamos construyendo un sistema a lazo cerrado (CLMS = close-loop mechanical system) a partir de un HOCS. Mostraremos que todo CLMS puede ser construido de esta forma, es decir, toda señal de control puede verse como la fuerza de vínculo que implementa

un dado conjunto de vínculos, evidenciando así una profunda conexión entre los sistemas con vínculos y los sistemas controlados. Para finalizar, estudiaremos el problema de estabilización asintótica de sistemas subactuados, y veremos que es posible atacar el mismo, en forma sistemática, a través de la imposición de vínculos de orden 2.

Conferencia Invitada**Marila Etchechoury****Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata**

Teoría de restricciones de Dirac y sistemas de Dirac

La teoría de restricciones de Dirac ha inspirado distintos algoritmos de restricción que se aplican para resolver Ecuaciones Diferenciales Implícitas - EDIs- que provienen de la mecánica, tales como ecuaciones de Euler-Lagrange para Lagrangianos degenerados [1].

Por otro lado, en los últimos tiempos, está siendo ampliamente aplicado el concepto de estructura de Dirac en la representación geométrica de ecuaciones fundamentales en varios campos que son en general EDIs, y que llamamos *sistemas de Dirac* [2]. En este contexto se quiere revisar la teoría de restricciones de Dirac, dándole énfasis a la descripción geométrica de las restricciones de primera y segunda clase y a sus subvariedades asociadas.

Referencias

- [1] J. Cariena, Theory of Singular Lagrangians, Fortschr. Phys. 38 (1990), no. 9, 641–679.
- [2] H. Cendra, M. Etchechoury and J. Marsden, Geometric Constraint Algorithms for Dirac Manifolds with Applications, Preprint (2009).

Autor: Santiago Capriotti
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo

Vínculos de Dirac y sistemas diferenciales exteriores para el campo de Yang-Mills

La dinámica en una teoría de campos, en su interpretación usual, viene dada por una ecuación de evolución sobre el espacio de campos a tiempo fijo, que está determinada por una función hamiltoniana y una estructura presimpléctica en ese espacio. De esta manera los vínculos de Dirac asociados a la teoría en cuestión aparecen como restricciones sobre el conjunto de campos a tiempo fijo. Esta perspectiva requiere trabajar con estructuras geométricas sobre variedades de dimensión infinita (como por ejemplo el espacio de fases), y esto afecta fuertemente a la interpretación geométrica de los vínculos de Dirac.

Una manera de trabajar con teorías de campo que evita la construcción de un espacio de fases con dimensión infinita consiste en interpretar las ecuaciones de movimiento de la teoría como ideales en el álgebra exterior del espacio total de campos. Como consecuencia de esta perspectiva, surge una interpretación de los vínculos de Dirac en término de generadores de uno de tales ideales.

En la presente comunicación se discutirán vínculos de Dirac desde estos dos puntos de vista en un caso particular, físicamente relevante: El campo de Yang-Mills libre.

Autores: Hernán Cendra y María Eugenia García
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: María Eugenia García

Reducción óptima para el problema de los dos cuerpos

El problema de dos cuerpos en mecánica celeste con un potencial Newtoniano ha sido resuelto desde los tiempos de Newton, y ha sido un ejemplo importante de diversos métodos, por ejemplo, reducción por la simetría, probando que es un sistema integrable. El caso de un potencial no necesariamente Newtoniano ha sido también objeto de interés, tanto en el caso de dos cuerpos como en el caso de n cuerpos. En este último caso los problemas típicos de dinámica, como ser existencia de órbitas periódicas, son de

una gran complejidad y dan lugar a importantes trabajos en la actualidad. El momento óptimo, introducido recientemente por Ortega y Ratiu da una nueva herramienta para estudiar estos problemas. En esta charla se muestra como puede estudiarse la integrabilidad del problema de dos cuerpos para Hamiltonianos simétricos arbitrarios, donde el grupo de simetría es el grupo Euclideo.

Conferencia Invitada
Gustavo Gasaneo
Universidad Nacional del Sur

Funciones hipergeométricas de varias variables asociadas a problemas de dispersión de partículas con interacciones Coulombianas

Las funciones hipergeométricas ${}_1F_1(a, b, z)$ de Kummer y ${}_2F_1(a, b, c, z)$ de Gauss son de fundamental importancia tanto en matemática como en física. Estas, han sido estudiadas por innumerables autores y discutidas en prácticamente todos los libros de funciones especiales. Aún cuando las derivadas de las mismas respecto de sus argumentos son conocidos a todo orden en forma compacta y cerrada, no ocurre lo mismo con sus derivadas respecto de los parámetros. Muy pocos son los estudios que se encuentran en la literatura sobre este punto. En esta charla se mostrará que las derivadas de las funciones de Kummer y de Gauss respecto de sus parámetros se expresan sistemáticamente en términos de funciones hipergeométricas de varias variables. Se discutirán algunas propiedades de dichas funciones y también metodologías para su evaluación numérica. Se ejemplificará la importancia de los resultados obtenidos mediante su aplicación al problema de la dispersión de partículas cargadas. Se mostrará que, por ejemplo, las derivadas de orden n de la función de Kummer están vinculadas a los distintos órdenes de serie de Born para el potencial Coulombiano. Dicha serie resulta de resolver una ecuación integral equivalente a la ecuación de Schrödinger y las condiciones asintóticas.

Trabajo en colaboración con L. Ugo Ancarani, Université Paul Verlaine - Metz, France.

Autor: Germán Zorba

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Dinámica de una bola rodando sobre un plano

Una bola rodando sobre un plano es uno de los ejemplos clásicos de mecánica no-holónoma. Uno de los enfoques para trabajar este problema consiste en realizar reducción lagrangiana, aprovechando las simetrías del problema. En el caso de una bola perfectamente homogénea, el grupo de simetría $SO(3) \times \mathbb{R}^2$ coincide con el espacio de configuraciones, lo cual permite reducir el problema con cierta facilidad. En [CLR 2001] se estudia el caso de una bola con un solo eje de simetría, tomando como grupo de simetría $S^1 \times \mathbb{R}^2$ (que puede ser visto como un subgrupo del $SO(3) \times \mathbb{R}^2$). En ambos casos, se toma la acción a derecha del grupo, que conserva automáticamente cualquier vínculo relacionado con la velocidad angular vista desde el espacio, y la velocidad del centro de masa; sin embargo es necesario pedir que la bola sea simétrica para que se conserve el Lagrangiano.

En este trabajo tomamos como grupo de simetría a $SE(2)$, actuando a izquierda, que automáticamente conserva el Lagrangiano. Veremos que esta acción conserva los vínculos clásicos de no deslizamiento y no giro vertical, y que también conserva un vínculo no estándar, del tipo de los estudiados en [CGF 2008], correspondiente a la fricción por rodamiento.

Referencias

- [1] Cendra, Lacomba, Reartes; "The Lagrange-d'Alembert-Poincaré Equations for the Symmetric Rolling Sphere" Proceedings del Congreso "Dr. Antonio Monteiro" 2001 pp. 19-32.
 - [2] Cendra, Grillo, Ferraro; "Lagrangian reduction of generalized nonholonomic systems" J. Geom. Phys. 58 (2008), no. 10, 1271-1290.
-

Geometría

Organiza:

Isabel Dotti

Autor: Marcos Salvai

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba - CIEM

Caminos geodésicos de circunferencias

Sea \mathcal{E} el espacio de Fréchet de todos los embeddings positivamente orientados de la circunferencia en \mathbb{R}^2 , y sea \mathcal{E}/\sim el cociente de \mathcal{E} módulo $\text{Diff}_+(S^1)$, los difeomorfismos de la circunferencia que preservan la orientación. Tanto \mathcal{E} como \mathcal{E}/\sim tienen métricas riemannianas débiles tales que la proyección canónica π es una submersión riemanniana. Denotamos por \mathcal{C} el espacio de las circunferencias parametrizadas con rapidez constante; así, $\pi(\mathcal{C})$ se identifica con el espacio de las circunferencias no parametrizadas. Estudiamos las geodésicas en \mathcal{C} y en $\pi(\mathcal{C})$ munidos de las métricas riemannianas inducidas.

También describimos la holonomía de caminos cerrados en $\pi(\mathcal{C})$. Más precisamente, tenemos lo siguiente: Dada una curva γ en $\pi(\mathcal{C})$, comparamos el levantamiento horizontal de γ a \mathcal{E} con el levantamiento de γ a \mathcal{C}_0 , el espacio de circunferencias parametrizadas con ángulo inicial cero. Probamos que la curva ϕ en $\text{Diff}_+(S^1)$ en la que ambos levantamientos difieren es, en realidad, una curva en $G = \text{PSL}(2, \mathbb{R})$ actuando en S^1 de la manera canónica. Más aún, ϕ es tangente a cierta distribución distinguida invariante a derecha en G .

Autor: Eduardo Hulett

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba

Una caracterización de superficies de tipo espacial con curvatura media constante en S^3

Dada una variedad 3-dimensional Lorentziana \mathbb{L} , con una orientación temporal natural su fibrado tangente unitario $T^1\mathbb{L}$ contiene al conjunto Z de los vectores tangentes unitarios de tipo temporal que apuntan al futuro. Se obtiene entonces una fibración $Z \rightarrow \mathbb{L}$ cuyas fibras son copias del espacio hiperbólico real \mathbb{H}^2 a la cual llamamos la fibración twistorial de \mathbb{L} . Toda superficie conexa S de tipo espacial en \mathbb{L} admite un levantamiento al fibrado twistorial Z dado esencialmente por el único vector unitario normal a S que apunta al futuro.

Para el caso en que L es el espacio de De Sitter o pseudoesfera S_1^3 , la variedad Z resulta ser homogénea reductiva sobre la cual el grupo simple

$SO_o(3, 1)$ actúa transitivamente. En el presente trabajo se considera una estructura geométrica en Z determinada por una distribución horizontal invariante $\mathfrak{h} \subset TZ$ que soporta dos estructuras de Cauchy-Riemann.

Dada una superficie de Riemann M y fijada la métrica normal $\langle \cdot \rangle$ en Z , (dada por la restricción de la forma de Killing de $so(3, 1)$), se define la energía de un mapa horizontal $\phi : M \rightarrow Z$ sobre un dominio relativamente compacto $D \subseteq M$ por

$$\phi \mapsto E_D(\phi) = \frac{1}{2} \int_D \|d\phi\|^2 dV_g,$$

donde V_g es el volumen de una métrica conforme g en M y $\|d\phi\|^2$ es la norma de Hilbert-Schmidt de $d\phi$. Se obtiene el siguiente resultado:

Teorema. Sea $f : M \rightarrow \mathbb{S}_1^3$ una inmersión conforme (i.e. de tipo espacial) de una superficie de Riemann conexa M y sea $\hat{f} : M \rightarrow Z$ el levantamiento twistorial de f . Entonces \hat{f} es un punto de crítico de la energía E_D para todo dominio relativamente compacto $D \subset M$ si y sólo si $\hat{f} : M \rightarrow Z$ es un mapa armónico horizontal si y sólo si la superficie inmersa f tiene curvatura media constante.

Como corolario se determinan aquellas inmersiones conformes $f : M \rightarrow \mathbb{S}_1^3$ cuyos levantamientos \hat{f} son mapas horizontales CR.

Autores: Daniela Emmanuele y Marcos Salvai

Lugar: Depto. de Matemática, ECEyN, FCE, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario - FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba - CIEM

Expositor: Daniela Emmanuele

Movimientos de Moebius libres de fuerza de la circunferencia

Sea \mathcal{M} el grupo de Lie, isomorfo a $PSU(2, \mathbb{R})$, de las transformaciones de Moebius de la circunferencia. Supongamos que la circunferencia tiene inicialmente una distribución homogénea de masa y que los movimientos permitidos de las partículas son sólo aquellos tales que dos configuraciones difieren en un elemento de \mathcal{M} .

Describimos explícitamente todos los movimientos de Moebius de la circunferencia libres de fuerza, es decir, las curvas en \mathcal{M} que son puntos críticos de la energía cinética. Trabajamos en el espíritu de la descripción clásica de los movimientos libres de un cuerpo rígido en el espacio euclídeo usando una

métrica invariante en $SO(3)$ [1]: La herramienta principal es una métrica riemanniana en \mathcal{M} , que resulta no completa (en particular no invariante, como sucede en general con movimientos no rígidos), dada por la energía cinética. Los movimientos buscados son sus geodésicas.

En el artículo [2], el segundo autor estudió los movimientos conformes libres de la esfera S^n , obteniendo de manera explícita sólo unos pocos (los que se describen mediante la teoría de Lie del grupo de las transformaciones conformes, y sólo por la identidad). Aquí, tratando el caso particular $n = 1$, logramos una descripción completa.

Referencias

- [1] V.I. Arnold, *Mathematical methods of classical Mechanics*, Graduate Texts in Math. **60** (Springer, Berlin, 1989).
- [2] M. Salvai, *Force free conformal motions of the sphere*, Diff. Geom. Appl. **16** (3) (2002) 285-292.

Conferencia Invitada

Jimmy Petean

Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Geometría y análisis del invariante de Yamabe

Resumen: Dada una métrica g en una variedad diferenciable M consideramos su curvatura escalar y la integramos sobre M . Esta es, después de una normalización, la funcional de Hilbert-Einstein sobre el espacio de métricas en M . El invariante de Yamabe de M , $Y(M)$, se obtiene minimizando esta funcional sobre una clase conforme fija y luego maximizando sobre el espacio de clases conformes. El proceso de minimización liga al invariante a la ecuación de Yamabe, que se obtiene buscando métricas de curvatura escalar constante en una clase conforme. En esta charla contaré resultados sobre el invariante de Yamabe y soluciones a la ecuación de Yamabe.

Autor: María J. Druetta

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba - CIEM

Espacios k -DÁtri de tipo de Iwasawa

Una variedad riemanniana completa M se dice que es un espacio de D'Atri de tipo k , o k -D'Atri, si localmente las simetrías geodésicas preservan la k -ésima función elemental σ_k asociada a los autovalores de los operadores de forma de esferas geodésicas de radio pequeño. Esto es,

$$\sigma_k(v, t) = \sigma_k(-v, t) \quad \text{para todo } v \in SM \quad \text{y } t > 0 \quad (t \sim 0).$$

Recordamos que las k funciones simétricas elementales σ_k , $k = 1, \dots, n$, de los autovalores del operador $A = S_v(t)$ están definidas por el polinomio característico asociado a A ,

$$\begin{aligned} \det(\lambda \text{Id} - A) &= \lambda^n - \sigma_1(A)\lambda^{n-1} + \dots \\ &\quad + (-1)^k \sigma_k(A)\lambda^{n-k} + (-1)^n \sigma_n(A). \end{aligned}$$

Mas aún, si $\gamma_v(t)$ denota la geodésica con $\gamma_v(0) = m$, $\gamma'_v(0) = v$ y $G_m(t) = \{\gamma_w(t) : |w| = 1\}$ es la esfera geodésica de centro m y radio $t > 0$, el operador de forma en $\gamma_v(t)$ está dado por $S_v(t) = A'_v(t)^{-1} \circ A_v(t)$, siendo $A_v(t)$ el tensor de Lagrange asociado a la geodésica $\gamma_v(t)$ determinado por la condición $A_v(0) = 0$, $A'_v(0) = \text{Id}$.

Notamos que la propiedad 1-D'Atri es la definición de espacio de D'Atri: $\text{tr}(S_v(t)) = \text{tr}(S_{-v}(t))$.

Estudiamos la geometría de los espacios k -D'Atri en general y damos relaciones con los operadores de curvatura y sus k -derivadas covariantes a lo largo de geodésicas. En particular, las propiedades 1-D'Atri y 2-D'Atri son equivalentes.

Consideramos el caso de espacios homogéneos de tipo de Iwasawa y rango arbitrario. En particular, los espacios simétricos en la clase de Damek-Ricci se caracterizan por satisfacer la condición 3-D'Atri. Probamos,

Teorema. Sea M^n un espacio homogéneo de tipo de Iwasawa. M es un espacio k -D'Atri para todo $k = 1, \dots, n-1$ si y sólo si M es un espacio simétrico de tipo no compacto.

Este resultado fue probado por Vanhecke y Nicolodi (2006) con hipótesis más fuertes: M^n localmente simétrico y k -armónico $k = 1, \dots, n-1$.

Autor: Nicolás Capitelli
Lugar: Universidad de Buenos Aires

Variedades combinatorias y colapsabilidad

Los poliedros son espacios que se pueden modelar combinatoriamente descomponiéndolos en *símplices* de distintas dimensiones. Existen ciertos movimientos u operaciones elementales, llamados *colapsos simpliciales* y *colapsos geométricos* que sirven para estudiar las deformaciones de estos espacios. La teoría de colapsabilidad, introducida por J.H.C. Whitehead a fines de los años 30, es una de las herramientas fundamentales de la topología combinatoria y tiene vinculación directa con varios de los problemas más importantes de la topología, como por ejemplo la Conjetura de Poincaré y la Conjetura de Zeeman.

En nuestro trabajo introducimos el concepto de *colapso completo* de un complejo simplicial homogéneo. Estos colapsos constituyen un caso particular de los colapsos geométricos y cobran especial interés en el contexto de las *variedades combinatorias*. En particular, para el caso 2-dimensional probamos que si una variedad combinatoria K colapsa a una variedad combinatoria L , lo puede hacer por medio de colapsos completos donde, en cada paso intermedio, se obtienen variedades combinatorias. De este resultado se desprende, entre otras cosas, el teorema de J.H.C. Whitehead sobre variedades colapsables y el hecho de que toda 2-bola combinatoria es *shellable*.

La charla está pensada para un público matemático general.

Conferencia Invitada
Graciela Desideri
Depto. de Matemática - Universidad Nacional del Sur

Cilindros Lorentzianos empaquetando una pseudoesfera

En este trabajo se obtiene una cota superior del número de cilindros infinitos, no nulos y de radio uno, tangentes entre sí, y necesarios para empaquetar a una pseudoesfera unitaria en el espacio tridimensional de Lorentz.

A tal efecto, se consideran distintos casos según la causalidad de los cilindros no nulos, obteniéndose resultados en cada uno de ellos.

Autores: Graciela Birman(1) y Graciela Desideri(2)

Lugar: (1)CONICET - NUCOMPA, FCE, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires; (2)Dto. de Matemática - Universidad Nacional del Sur

Expositor: Graciela Birman

Caracterizando la pseudoesfera

En este trabajo se caracteriza la pseudoesfera en el espacio tridimensional de Lorentz por medio de la existencia de círculos Euclídeos y Lorentzianos.

A tal efecto, se analiza la causalidad de las secciones normales y, en los casos que así lo ameriten, la orientación temporal de las mismas.

Autores: A. Andrada, M. L. Barberis e I. Dotti

Lugar: FaMAF - CIEM, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Isabel Dotti

Estructuras complejas propias en dimensión 6

Sean \mathfrak{g} un álgebra de Lie, J un endomorfismo de \mathfrak{g} tal que $J^2 = -I$, y $\mathfrak{g}^{1,0}$, $\mathfrak{g}^{0,1}$ los autoespacios de J de autovalor $\pm i$ en $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}} := \mathfrak{g} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$. Cuando $\mathfrak{g}^{1,0}$ es una subálgebra compleja, decimos que J es integrable y si $\mathfrak{g}^{1,0}$ es abeliana decimos que J es abeliana. Sea $\mathfrak{g}'_J := \mathfrak{g}' + J\mathfrak{g}'$, donde \mathfrak{g}' es el conmutador de \mathfrak{g} . Diremos que J es propia cuando el ideal \mathfrak{g}'_J está incluido propiamente en \mathfrak{g} . Resulta que cuando \mathfrak{g} es nilpotente toda J integrable es propia.

En este trabajo se clasifican las álgebras de Lie de dimensión 6 que poseen estructura compleja abeliana propia. Además, en cada una de ellas se determina el espacio de estructuras complejas abelianas propias salvo isomorfismo holomorfo. Como consecuencia del resultado anterior, resulta que existen curvas de estructuras complejas abelianas sólo en el caso nilpotente.

Autores: Juan Carlos Bressan y Francisco Formica

Lugar: Universidad de Buenos Aires - Universidad Nacional de Gral. Sarmiento

Expositor: Juan Carlos Bressan

Algunos resultados en estructuras de convexidad con una topología intrínseca

La presente comunicación corresponde a la Convexidad Generalizada y particularmente al área de la Convexidad Axiomática. En esta área se generalizan muchos teoremas de la convexidad vectorial sin necesidad de utilizar una topología. No obstante, para algunos resultados es fundamental introducir una topología compatible con la estructura de convexidad en el sentido de Van de Vel [5]. La topología se llamará intrínseca si se obtiene a partir de dicha estructura. Presentaremos diversas propiedades de los conjuntos convexos y estrellados utilizando una estructura de convexidad definida a partir de una axiomática de segmentos, que llamaremos una Geometría lineal, densa, extensible y completa (Coppel, [4]). En esta estructura definimos una topología intrínseca y localmente convexa que resulta ser de Hausdorff y en la que los polítopos son compactos. Dotamos además a dicha estructura del axioma (HT) de [1]. Si $V(x)$ es la familia de entornos convexos y abiertos de x , este axioma puede expresarse de la siguiente forma:

(HT) Sean x, y, p tres puntos distintos de una recta, y sea $U \in V(x)$ tal que $U \cap \{y, p\} = \emptyset$. Entonces existen $V \in V(y)$ y una función biyectiva f de U en V , tal que $f(x) = y$. Además, si $f(x_1) = y_1$, entonces x_1, y_1, p son también tres puntos distintos de una recta, igualmente ordenados que x, y, p ; es decir, si $x \in (y, p)$, $x_1 \in (y_1, p)$; análogamente, si $y \in (x, p)$, $y_1 \in (x_1, p)$ y si $p \in (x, y)$, $p \in (x_1, y_1)$. De (HT) se deducen los axiomas topológicos dados en [2]; además, permite simplificar demostraciones de varios teoremas y probar nuevos resultados. En este contexto axiomático se desarrolla una teoría de la separación de convexos mediante hiperplanos, análoga a la de espacios vectoriales topológicos. En lo referente a los conjuntos estrellados, se demuestra que si S es cerrado (compacto), entonces las estrellas $st(x, S)$ y las componentes convexas son conjuntos cerrados (compactos). Utilizando resultados dados en [3], se obtiene que si S es cerrado (compacto) entonces las células de visibilidad $vis(x, S)$ y el mirador de S también son conjuntos cerrados (compactos). Además se demuestra un teorema de separación de estrellados, cuyos miradores tengan interior no vacío, mediante dos estrellados complementarios, uno abierto y en consecuencia, el otro cerrado.

Referencias

- [1] J. C. Bressan: Topologías intrínsecas en una geometría lineal densa, extensible y completa, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XLII (2008), en prensa.
- [2] J. C. Bressan: Axiomas topológicos en una geometría lineal densa y extensible, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XL (2006), 231-238.
- [3] J. C. Bressan y F. A. Toranzos: Visibility cells and T-convexity spaces, Compos. Math. 83 (1992), 251-257.
- [4] W. A. Coppel: Foundations of Convex Geometry, Cambridge University Press, 1998.
- [5] M. Van de Vel: Theory of convex structures, North-Holland, Amsterdam, 1993.

Autores: Guillermo Hansen y Horst Martini

Lugar: Argentina - Alemania

Expositor: Guillermo Hansen

Caracterización externa de conjuntos estrellados

Los conjuntos convexos pueden caracterizarse “desde adentro” por contener a todo segmento con extremos en el conjunto, o “desde afuera”, como intersección de semiespacios. Mediante el uso de conos en lugar de semiespacios damos condiciones análogas a las del segundo tipo para conjuntos estrellados, es decir: condiciones sobre el complemento de un conjunto que aseguren que el conjunto sea estrellado, y representaciones de conjuntos estrellados y sus núcleos a partir de conos contenidos en sus complementos.

Autores: Francisco Formica y Juan Carlos Bressan

Lugar: Universidad Nacional de Gral. Sarmiento - Universidad de Buenos Aires

Expositor: Francisco Formica

Propiedades y relaciones entre diversos operadores en espacios de convexidad topológicos

En esta comunicación, que se enmarca dentro de la Convexidad Generalizada, se desarrollarán diversas relaciones y propiedades entre algunos operadores usuales en la teoría de la convexidad como pueden ser, entre otros, el

Join, el *R-Join*, el operador de *Visibilidad* definido por Martini y Wenzel [4], y el operador *Cociente* tal como lo define Coppel [2]. Estos operadores que habitualmente son considerados en espacios vectoriales topológicos, pueden extenderse a ciertos espacios de convexidad topológicos. En particular consideraremos como espacio X una Geometría lineal densa extensible y completa dotada de una topología intrínseca y del axioma *Homotético-Topológico* HT definido en [1]. El trabajo realizado para esta presentación es continuación de las comunicaciones que los autores expusimos en las reuniones anuales de la UMA de 2004 y 2008.

Para el desarrollo de algunos ejemplos de los resultados que comunicaremos utilizaremos los operadores *R-Join* y *Cociente*. Dados dos puntos a y b de X , se define el *cociente* a/b como $a/b = \{c \in X : a \in [b, c]\}$ si $a \neq b$ y $a/b = \{a\}$ si $a = b$, donde con $[a, b]$ notamos al segmento cerrado de extremos a y b . A su vez, si A y B son subconjuntos no vacíos de X , se define el *cociente* entre dichos conjuntos como $A/B = \{a/b : a \in A, b \in B\}$. En relación con este operador pueden establecerse, entre otras, las siguientes propiedades:

- 1- Si A es un cuerpo convexo de X y $a \in \text{int } A$ entonces $X = \{a\} \cup A/\{a\}$.
- 2- Si A y B son subconjuntos convexos de X y $A/B = X$ entonces $A \cap B \neq \emptyset$.
- 3- Si A y B son subconjuntos convexos de X tales que $\text{int}(A \cap B) \neq \emptyset$ entonces $A/B = X$.

Definimos también el *R-Join* de x a S como el conjunto $J_R(x, S) = \cup\{[x, y > : y \in S\}$, donde notamos con $[x, y >$ la semirrecta que tiene origen en x y pasa por y . Así, surge que: Si $x \in X$ y S es un subconjunto convexo de X entonces $C(x, S) = \sigma_A(x) \cup A/\{x\}$, donde $C(x, A)$ es el cono de vértice x generado por A y σ_A denota el operador de *visibilidad* ([4], [3]).

Presentaremos también diversas propiedades de estos operadores que son válidas en la teoría de la convexidad vectorial y que, con la estructura topológica utilizada, hemos podido generalizar al espacio X .

Referencias

- [1] Bressan, J. C.: Topologías intrínsecas en una geometría lineal densa, extensible y completa, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XLII (2008), en prensa.
- [2] Coppel, W. A.: Foundations of Convex Geometry, Cambridge University Press, 1998.
- [3] Formica, A.; Rodríguez, M.: Properties and relations between visibility and illumination operators, Revista Notas de Matemática, Vol 3 (2) No. 259, pp. 101-109. Venezuela 2007.

- [4] Martini, H. y Wenzel, W.: A characterization of convex sets via visibility, *Aequationes Mathematicae*, Vol 64, No. 1-2, pp 128-135. 2002.

Conferencia Invitada**Horst Martini****Technische Universität Chemnitz, Alemania**

Recent results in Minkowski Geometry

This talk will reflect various recent results from the geometry of finite dimensional real Banach spaces (= Minkowski Geometry). The so-defined geometry of Minkowski spaces is a field between Banach Space Theory, Geometric Convexity and Finsler Geometry, where the methods are mainly taken from Geometric Convexity. The presented results refer to the following topics:

- Elementary geometry in Minkowski spaces,
- Curve theory in Minkowski spaces,
- Special classes of convex sets in Minkowski spaces (including characterizations of inner product spaces via the geometry of unit balls),
- Generalized convexity notions in Minkowski spaces, with applications.

The talk will be given in a very geometric way, and it will also contain some interesting open research problems. - Mostrar texto citado -

Conferencia Invitada**Laura Schaposnik****Oxford University, Inglaterra**

Monodromía sobre fibrados de Higgs

Los fibrados de Higgs fueron introducidos por N. Hitchin para estudiar las ecuaciones auto-duales sobre superficies riemannianas, de interés en la física (teoría de campos de gauge no-abelianas). También se aplicaron luego al estudio de la teoría de Hodge no-abeliana. Un **Fibrado de Higgs** es un par (E, ϕ) , donde E es un fibrado vectorial holomorfo y ϕ , el **campo de Higgs**, es una 1-forma diferencial holomorfa con valores en el espacio de endomorfismos de E , que satisface $\phi \wedge \phi = 0$.

En esta comunicación introduciremos los fibrados de Higgs discutiendo algunas de sus propiedades para luego estudiar la acción de monodromía sobre ellos. Para ello utilizaremos el espacio de operadores diferenciales cuadráticos con ceros simples sobre el fibrado de Higgs, cuyo grupo fundamental actúa dando lugar a la monodromía. Finalmente discutiremos las propiedades geométricas y topológicas del subfibrado invariante ante aquella acción.

Conferencia Invitada**Cristian Sánchez****CIEM- CONICET, FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba**

Propiedades Geométricas de Conjuntos de Nivel de Armónicos Esféricos

Sea $P(X)$ un polinomio armónico homogéneo de grado k en R^{n+1} . La restricción de P a la esfera unitaria S^n es llamada un armónico esférico de grado k . Ellos son autofunciones del Laplaciano esférico. En este trabajo se estudian propiedades geométricas de los conjuntos de nivel de armónicos esféricos en puntos no-singulares. Se obtienen expresiones para algunos invariantes geométricos. En particular se estudia la curvatura media de los conjuntos de nivel. El trabajo está motivado y tiene aplicación al estudio de los conjuntos algebraicos de secciones de variedades isoparamétricas en espacios euclídeos.

Autores: M.L. Barberis y A. Fino**Lugar: FaMAF-CIEM, Universidad Nacional de Córdoba - Universidad de Torino****Expositor: María Laura Barberis**

Métricas HKT en productos semidirectos

Dada una variedad M , sea $\{J_\alpha\}$ una estructura hipercompleja, g una métrica riemanniana compatible y $\omega_\alpha(X, Y) = g(J_\alpha X, Y)$, $\alpha = 1, 2, 3$, las 2-formas de Kähler asociadas. Si $\partial_{J_1}(\omega_2 + i\omega_3) = 0$, la métrica g se dice hiper-Kähler con torsión (o HKT).

Como consecuencia de resultados de D. Joyce, dado un grupo de Lie compacto G , existe k tal que $T^k \times G$ posee una métrica HKT. Si se considera una representación de tipo cuaterniónico de $T^k \times G$, la métrica inducida en el producto semidirecto resulta también HKT. Esto permite obtener nuevas familias de tales métricas en grupos no compactos. La técnica anterior se aplica

a cualquier grupo de Lie, no necesariamente compacto, con una métrica HKT que admita una representación unitaria de tipo cuaterniónico.

Autores: Adrián Andrada¹, Anna Fino² y Luigi Vezzoni²

Lugar: ¹Universidad Nacional de Córdoba, ²Università degli Studi di Torino

Expositor: Adrián Andrada

Una clase de variedades sasakianas de dimensión 5

En este trabajo obtenemos resultados generales sobre estructuras sasakianas invariantes a izquierda en grupos de Lie, y en particular probamos que un grupo de Lie nilpotente de dimensión $2n+1$ que admite una tal estructura es isomorfo al grupo de Heisenberg real H_{2n+1} . Más aún, damos la clasificación de las álgebras de Lie sasakianas de dimensión 5 y determinamos cuáles de ellas admiten una estructura sasakiana α -Einstein. Probamos que un grupo de Lie soluble de dimensión 5 con una estructura sasakiana invariante a izquierda y que admite un retículo es isomorfo a H_5 o bien a un producto semidirecto $\mathbb{R} \ltimes (H_3 \times \mathbb{R})$. En particular, el cociente compacto asociado es un S^1 -fibrado sobre una solvariedad de Kähler de dimensión 4.

Lógica y Computabilidad

Organizan:

José Patricio Díaz Varela - Alejandro Petrovich

Conferencia Invitada
Marta Sagastume
Universidad Nacional de La Plata

Dos hermanas

Se mostrarán algunas propiedades de álgebras de una variedad que se transforman en propiedades de la lógica asociada a dicha variedad.

En primer lugar se vinculan las expresiones de núcleos de homomorfismos o filtros implicativos finitamente generados con formas generalizadas del teorema de la deducción.

Luego se verificó la forma algebraica de demostrar la completud de ciertas lógicas, vinculada con la posibilidad de expresar un filtro implicativo como intersección de primos.

También es interesante analizar que la relación entre consecuencia sintáctica y consecuencia semántica de un conjunto de fórmulas tiene que ver en algunos casos con el hecho de que el correspondiente sistema deductivo o filtro implicativo del álgebra de Lindenbaum es intersección de maximales.

Otra propiedad en la que aparece la vinculación "fraterna" álgebra-lógica es la de interpolación.

Se dan ejemplos: en el cálculo proposicional intuicionista, en el cálculo de Lukasiewicz, en la lógica de los ℓ -grupos, etc.

Referencias

- [1] Blok, W. J. and Pigozzi, D., Algebraizable Logics, *Memoirs of the A.M.S.* 77 Nr. 396, 1989.
- [2] Cignoli, R., D'Ottaviano, I. M. L. and Mundici, D., *Algebraic Foundations of Many-Valued Reasoning*. Trends in Logic, *Studia Logica Library*, Vol. 7, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [3] A.Galli, G.E.Reyes, M.Sagastume. *Strong Amalgamation, Beck-Chevalley for equivalence relations and Interpolation in Algebraic Logic*, *Fuzzy Sets and Sys.*,138 (2003) 3-23.
- [4] A.Galli, R. Lewin, M.Sagastume, *The Logic of Equilibrium and Abelian Lattice Ordered Groups*, *Arch. Math Logic* 43 (2004), 141-158.
- [5] R. Lewin, M.Sagastume, *Paraconsistency in Chang's Logic with Positive and Negative Truth Values*, *PARACONSISTENCY: THE LOGICAL WAY...* (W. Carnielli, M.Coniglio, I.L.D Ottaviano, eds.), Marcel Dekker, (2002), 1994, 381-396.

Autores: Sergio Celani y Daniela Montangie

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Daniela Montangie

Álgebras de Hilbert Modales

En este trabajo definimos las álgebras de Hilbert modales, o $H\Box$ -álgebras, basándonos en los resultados de [1] donde se introdujo la noción de álgebras de Tarski modales. Las $H\Box$ -álgebras son álgebras $\langle A, \rightarrow, \Box, 1 \rangle$ donde $\langle A, \rightarrow, 1 \rangle$ es un álgebra de Hilbert y \Box es un operador unario definido en A que satisface las siguientes condiciones:

1. $\Box 1 = 1$
2. $\Box(a \rightarrow b) \leq \Box a \rightarrow \Box b$.

En [2] estudiamos una representación topológica para las álgebras de Hilbert. Ahora extendemos esta representación al caso de las $H\Box$ -álgebras, para lo cual introducimos los $H\Box$ -espacios como H -espacios dotados de una relación binaria. Probamos que la categoría de las álgebras de Hilbert modales con semi-homomorfismos de Hilbert que conmutan con el operador \Box , es dualmente equivalente a la categoría de los $H\Box$ -espacios con H -relaciones que conmutan con las relaciones binarias definidas en los $H\Box$ -espacios. Finalmente se caracterizan algunas ecuaciones algebraicas por medio de condiciones de primer orden definidas en el espacio de representación.

Referencias

- [1] S. A. Celani, Modal Tarski algebras. Reports on Math. Logic, No. 39 (2005), pp.113-126.
- [2] S. A. Celani, L.M. Cabrer and D.Montangie, Representation and Duality for Hilbert algebras. Aceptado en Central European Journal of Mathematics

Autores: Rodolfo Ertola y Hernán San Martín

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Rodolfo Ertola

Operaciones no compatibles en un álgebra de Heyting

Estudiamos algunas operaciones no compatibles que puedan definirse usando el operador mínimo en el contexto de un álgebra de Heyting. Un ejemplo lo constituye el mínimo x -denso, donde un elemento y es llamado x -denso sii $(y \rightarrow x) \rightarrow x = 1$ (esta operación ha sido estudiada exclusivamente desde un punto de vista lógico en [1]). Nos interesamos por cuestiones de interdefinibilidad, ecuacionalidad y polinomialidad. Desde el punto de vista lógico, enfocamos distintas axiomatizaciones (item que no se considera en [1]), para las cuales, además de *modus ponens*, es necesaria por lo menos una regla adicional. Nos preguntamos si las correspondientes extensiones de la lógica intuicionista son conservadoras. Finalmente, establecemos el vínculo con el sucesor (ver [1] o [2]).

Referencias

- [1] Caicedo, X. and Cignoli, R. An Algebraic Approach to Intuitionistic Connectives, *The Journal of Symbolic Logic*. vol. 66 (2001). pp. 1620-1636.
- [2] Humberstone, L. The Pleasures of Anticipation: Enriching Intuitionistic Logic. *Journal of Philosophical Logic*. vol. 30 (2001). pp. 395-438.
- [3] Kuznetsov, A. On the Propositional Calculus of Intuitionistic Provability, *Soviet Math. Dokl.* vol. 32 (1985). pp. 18-21.

Autores: José Luis Castiglioni, Marta Sagastume y Hernán San Martín

Lugar: Depto. de Matemática, Universidad Nacional de La Plata - CONICET

Expositor: Hernán San Martín

Operadores frontales en álgebras de Heyting

Un operador frontal τ sobre un álgebra de Heyting ([2]) es un operador expansivo que preserva ínfimos finitos el cual también satisface la ecuación $\tau(x) \leq y \vee (y \rightarrow x)$. Un álgebra de Heyting frontal es un par (H, τ) , donde H es un álgebra de Heyting y τ es un operador frontal sobre H . Estos operadores

son compatibles, pero no necesariamente nuevos o implícitos en el sentido de Caicedo y Cignoli ([1]). Ejemplos clásicos de operadores frontales implícitos nuevos son las funciones γ (Ej. 3.1 de [1]), el sucesor (Ej. 5.2 de [1]) y la operación de Gabbay (Ej. 5.3 de [1]).

Daremos una condición suficiente para que un operador resulte frontal. Luego presentaremos una equivalencia categorial para la categoría de álgebras de Heyting frontales ([3]) y en particular para las variedades de álgebras de Heyting con cada una de las operaciones implícitas dadas como ejemplos.

Referencias

- [1] CAICEDO X. AND CIGNOLI R., *An algebraic approach to intuitionistic connectives*. Journal of Symbolic Logic, 66, N°4 (2001), 1620-1636.
- [2] ESAKIA L., *The modalized Heyting calculus: a conservative modal extension of the Intuitionistic Logic*. Journal of Applied Non-Classical Logics. vol 16-No.3-4 (2006), 349-366.
- [3] ORLAWSKA, E. AND REWITZKY I., *Discrete Dualities for Heyting algebras with Operators*. Fundamenta Informaticae 81 (2007) 275-295.

Autor: Juan Manuel Cornejo

Lugar: Depto. de Matemática - Universidad Nacional del Sur

Álgebras de semi-Heyting con implicación cerrada

La variedad \mathcal{SH} de las álgebras de semi-Heyting fue introducida por San-kappanavar en [2] como una abstracción de la variedad de las álgebras de Heyting. Un álgebra de semi-Heyting es un álgebra de la forma $\mathbb{L} = \langle L, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ tal que $\langle L, \vee, \wedge, 0, 1 \rangle$ es un reticulado con 0 y 1 y se satisfacen las siguientes condiciones:

- (a) $x \wedge (x \rightarrow y) \approx x \wedge y$,
- (b) $x \wedge (y \rightarrow z) \approx x \wedge [(x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)]$,
- (c) $x \rightarrow x \approx 1$.

Las congruencias sobre las álgebras de semi-Heyting están determinadas por filtros. Si \mathbb{L} es una álgebra de semi-Heyting totalmente ordenada diremos que \mathbb{L} es una cadena de semi-Heyting. Notaremos \mathcal{CSH} la variedad generada por todas las cadenas de semi-Heyting.

En [1] la subvariedad \mathcal{CSH} fue foco de investigación. Continuando con esa línea vamos a estudiar y definir una nueva subvariedad de \mathcal{CSH} . Un álgebra de semi-Heyting $\mathbb{L} \in \mathcal{CSH}$ se dice un álgebra de semi-Heyting con implicación cerrada si satisface la identidad:

$$((x \wedge y) \leftrightarrow y) \vee ((x \rightarrow y) \leftrightarrow x) \vee ((x \rightarrow y) \leftrightarrow y) \vee (x \rightarrow y) \approx 1. \quad (1)$$

Las cadenas de Heyting satisfacen que si $x < y$ entonces $x \rightarrow y = 1$ así como las cadenas de semi-Heyting conmutativas ($x \rightarrow y \approx y \rightarrow x$) satisfacen $x < y$ entonces $x \rightarrow y = x$. Esta nueva subvariedad introducida en el presente trabajo representa una generalización para la variedad generada por este tipo de cadenas debido a que toda cadena de semi-Heyting que satisface la identidad (1) verifica la condición $x < y$ entonces $x \rightarrow y \in \{x, y, 1\}$. Vamos a probar que esta variedad está generada por sus miembros (cadenas) finitos y estudiaremos diferentes propiedades de sus miembros finitos que la generan.

Referencias

- [1] M. Abad, J.M. Cornejo and J.P. Diaz Varela, *The variety generated by Semi-Heyting chains.*, enviado a publicar.
- [2] H.P. Sankappanavar, *Semi-Heyting Algebras: An Abstraction From Heyting Algebras.* Actas del IX Congreso A. Monteiro, Bahía Blanca, 2007.

Autores: Marcela Muñoz Santis y Valeria Castaño

Lugar: Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Marcela Muñoz Santis

Una nota sobre las Álgebras SDH1, SDH2 y SDH3

En [2], Sankappanavar caracterizó las álgebras subdirectamente irreducibles de la variedad \mathcal{DH} de las álgebras de De Morgan Heyting, e introdujo la subvariedad \mathcal{SDH}_n de aquellas álgebras de \mathcal{DH} que satisfacen la identidad $x^{n(t^*)} = x^{(n+1)(t^*)}$. Más aún, H. P. Sankappanavar indicó una manera de encontrar las álgebras de \mathcal{SDH}_1 subdirectamente irreducibles finitas.

Esto permitió encontrar una dualidad topológica tipo Priestley para las álgebras de \mathcal{SDH}_1 , y utilizando esta representación, se demostró que las álgebras de \mathcal{SDH}_1 subdirectamente irreducibles son precisamente las álgebras de De Morgan Heyting que tienen un único ultrafiltro, resultado que generaliza para el caso infinito lo establecido por H. P. Sankappanavar en [2].

Tratando de generalizar este resultado para las álgebras SDH_n se pudo encontrar también una caracterización para las álgebras subdirectamente irreducibles SDH_2 y SDH_3 finitas a través del conjunto de sus filtros primos. Estos resultados constituyen pasos previos para encontrar una dualidad topológica tipo Priestley para la variedad de las álgebras SDH_n .

Referencias

- [1] MONTEIRO, A.; *Sur les Algèbres de Heyting Symétriques*; Portugaliae Mathematica, Vol. 39; (1980).
- [2] SANKAPPANAVAR, H. P.; *Heyting algebras with a dual lattice endomorphism*; Zeitschrift 33 (1987), 565-573
- [3] PRIESTLEY, H. A.; *Representation of distributive lattices by means of ordered Stone spaces*; Bull. London Math. Soc. 2 (1970), 186,190.
- [4] PRIESTLEY, H. A.; *Ordered sets and duality for distributive lattices*; Ann. Discrete Math. 23(1984), 39-60.

Autores: Aldo Figallo, Gustavo Pelaita y Claudia Sanza

Lugar: Univeridad Nacional del Sur - Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Gustavo Pelaitay

Operadores temporales sobre álgebras de Heyting simétricas

Nosotros llamamos *álgebra de Heyting simétrica temporal*, o *TSH-álgebra*, a un álgebra $\langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, \sim, G, H, 0, 1 \rangle$ de tipo $(2, 2, 2, 1, 1, 1, 0, 0)$ tal que el reducto $\langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, \sim, 0, 1 \rangle$ es un álgebra de Heyting simétrica y además se verifican las condiciones siguientes:

$$(T1) \quad G(1) = 1, \quad H(1) = 1,$$

$$(T2) \quad G(x \wedge y) = G(x) \wedge G(y), \quad H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y),$$

$$(T3) \quad x \leq G \sim H \sim x, \quad x \leq H \sim G \sim x.$$

Las *TSH-álgebras* constituyen una generalización de las álgebras de Boole temporales.

En este trabajo iniciamos la investigación de esta clase de álgebras. En particular hemos obtenido una dualidad topológica para *TSH*. Además, hemos determinado dos caracterizaciones de las *TSH-congruencias*, una de ellas por medio de la dualidad antes mencionada.

Conferencia Invitada**Roberto Cignoli****Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires**

**Retractos Booleanos y Álgebras libres en variedades
de retículos residuados**

Los retículos residuados constituyen la contraparte algebraica de lógicas subestructurales, las que forman un marco común para la mayoría de las lógicas no clásicas consideradas en la actualidad.

Nos proponemos resumir resultados recientes sobre la existencia de retractos booleanos en variedades de retículos residuados y mostrar su utilidad para obtener información sobre la estructura de las correspondientes álgebras libres.

Autores: Víctor Fernández y Natalia Naccarato**Lugar: Instituto de Ciencias Básicas (Área Matemática), Fac. de Filosofía, H. y Artes. Universidad Nacional de San Juan****Expositor: Víctor Fernández**

Fibring por Funciones aplicado a lógicas inducidas por t-normas

Dentro de los diferentes procesos que combinan lógicas, el método de Fibrilación, ideado por D. Gabbay, es uno de los que más han sido estudiados en la literatura referida a este tema. De acuerdo a [1] pueden distinguirse dos versiones de este método: la Fibrilación por Funciones y la Fibrilación Algebraica. La primera técnica mencionada es la que es definida originalmente por D. Gabbay con el nombre de Fibrilación, mientras que la segunda es una abstracción, formalizada usualmente mediante Teoría de Categorías.

La definición original de la Fibrilación por Funciones tenía como objetivo la combinación de lógicas modales (ver [3]). Sin embargo, en [2] pudo adaptarse este método a lógicas proposicionales con semánticas matriciales. Más aún, en dicho artículo se dio un tratamiento abstracto que indica de qué forma pueden *fibrilarse* lógicas inducidas por t -normas, cada una de las cuales posee como semántica algebraica a una cierta clase de reticulados residuados.

En esta comunicación se continúa avanzando en la dirección de [2], dando ejemplos en casos concretos de la fibrilación de dichas lógicas, tales como las

lógicas de-Lukasiewicz, de Gödel y de Goguen. Así pues, se mostrará aquí como pueden combinarse dichas lógicas entre sí mediante Fibrilación por Funciones. Las lógicas resultantes de tales combinaciones serán también analizadas, así como las semánticas algebraicas que las caracterizan.

Referencias

- [1] W.A. Carnielli; M.E. Coniglio; D. Gabbay; P. Gouveia; C. Sernadas. *Analysis and Synthesis of Logics. How to Cut and Paste Reasoning Systems*. Volume 35 in the Applied Logic Series, Springer, 2008.
- [2] M.E. Coniglio; V.L. Fernández. Plain fibring and direct union of logics with matrix semantics. In: *Proceedings of the 2nd Indian International Conference on Artificial Intelligence (IICAI 2005)*. Ed. Bhanu Prasad, pp. 1590-1608. Pune, India, 2005.
- [3] D. Gabbay. *Fibring Logics*. Clarendon Press, Oxford, 1999.

Autores: M. Abad, D. Castaño y J. P. Díaz Varela

Lugar: Universidad Nacional del Sur

Expositor: Diego Castaño

MV-clausuras de hoops de Wajsberg y aplicaciones

Dado un hoop de Wajsberg \mathbf{A} , construimos una MV -álgebra $MV(\mathbf{A})$ tal que A es un ultrafiltro de $MV(\mathbf{A})$ y el cociente $MV(\mathbf{A})/A$ es la cadena de dos elementos. Como aplicación de esta construcción, hallamos una dualidad topológica entre la categoría de los hoops de Wajsberg k -valuados con homomorfismos y la categoría de los espacios booleanos k_{WH} -valuados con funciones de Stone k_{WH} -valuadas. Además, damos una representación topológica de los hoops de Wajsberg k -valuados libres.

Referencias

- [1] P. Aglianò and G. Panti, Geometrical methods in Wajsberg hoops, *Journal of Algebra* **256** (2002), 352-374.
- [2] W. J. Blok and I. M. A. Ferreirim, On the structure of hoops, *Algebra Universalis* **43** (2000), 233-257.
- [3] M. Busaniche and R. L. Cignoli, Free algebras in varieties of BL -algebras generated by a BL_n -chain, *J. Aust. Math. Soc.* **80** (2006), 419-439.

- [4] M. Busaniche and R. L. Cignoli, Free MV_n -algebras, *Algebra Universalis*, Online First (2008).
- [5] C. C. Chang, Algebraic analysis of many valued logics, *Trans. Amer. Math. Soc.* **88** (1958), 467-490.
- [6] R. L. Cignoli, I. M. L. D'Ottaviano and D. Mundici, *Algebraic foundations of many-valued reasoning*, Trends in Logic - Studia Logica Library - Vol. 7, Kluwer Academic Publishers (2000).
- [7] R. L. Cignoli and L. Monteiro, Maximal subalgebras of MV_n -algebras - A proof of a conjecture of A. Monteiro, *Studia Logica* **84** (2006), 393-405.
- [8] I. M. A. Ferreirim, *On varieties and quasivarieties of hoops and their reducts*, PhD thesis, University of Illinois at Chicago, 1992.
- [9] J. M. Font, A. J. Rodríguez and A. Torrens, Wajsberg algebras, *Stochastica* **8** (1984), 5-31.

Autores: L. Cabrer, S. Aguzzoli y E. Marra

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, CONICET

Expositor: Leonardo Cabrer

MV-álgebras libres sobre álgebras de Kleene finitas

Toda MV-álgebra tiene un reducto de álgebra de Kleene (ver [R. Cignoli, et al. Algebraic foundations of many-valued reasoning, volume 7 of Trends in Logic (2000), Kluwer Academic Publishers]). Una MV-álgebra A se dice *libre* sobre un álgebra de Kleene K , o libremente generada por K , si existe un homomorfismo inyectivo de álgebras de Kleene $\iota : K \hookrightarrow A$, tal que para cada homomorfismo inyectivo $\lambda : L \hookrightarrow B$ con L un álgebra de Kleene y B una MV-álgebra, y para cada homomorfismo de álgebras de Kleene $\kappa : K \rightarrow L$, existe un único homomorfismo de MV-álgebras $\phi : A \rightarrow B$ que satisface $\phi \circ \iota = \lambda \circ \kappa$. La existencia de MV-álgebras libres sobre álgebras de Kleene esta asegurada por un resultado mas general conocido como el teorema del funtor adjunto de Frey (ver por ej. [E.G. Mares, Algebraic Theories (1976), Springer-Verlag, Teorema 2.24]). Los problemas que nos proponemos resolver en este son:

(1) Dada una MV-álgebra determinar si es libre sobre un álgebra de Kleene finita.

(2) Dada un álgebra de Kleene finita describir la MV-álgebra libre generada por esta.

Este problema fue resuelto para el caso de MV-álgebras libres sobre retículos distributivos en [V. Marra, Characterization of MV-algebras free over finite distributive lattices, Arch. Math. Logic 47 (2008), 263–276]

Para establecer el enunciado de nuestro resultado principal, necesitamos introducir el concepto de base de una MV-álgebra. Dada una MV-álgebra A , $\mu(A)$ denota el conjunto de ideales maximales de A con la topología que tiene como base de cerrados a la familia de conjuntos $\{I \in \mu(A) \mid a \in I\}$, donde $a \in A$. Dado un conjunto $\mathcal{B} \subseteq A$, un conjunto de k elementos $C \subseteq \mathcal{B}$ se dirá un k -cluster de \mathcal{B} si $0 \neq \bigwedge \{b \mid b \in C\}$. Denotamos con \mathcal{C}^∞ al conjunto de todos los clusters de \mathcal{B} y con \mathcal{B}_k^∞ al subconjunto de los k -clusters de \mathcal{B} .

Una base de una MV-álgebra A es un subconjunto $\mathcal{B} = \{b_1, \dots, b_n\}$ de elementos no nulos de A tales que:

- (i) \mathcal{B} genera A ;
- (ii) para cada $C \in \mathcal{B}^\infty$, el conjunto $\{I \in \mu(A) \mid I \supseteq \mathcal{B} \setminus C\}$ es homeomorfo a una $(k-1)$ -bola; y
- (iii) existen $1 \leq m_1, \dots, m_n$ tales que $\bigoplus_{i \neq j} m_i b_i \oplus (m_j - 1)b_j = \neg b_j$, para cada $j = 1, \dots, n$.

Teorema: Para toda MV-álgebra A , las siguientes proposiciones son equivalentes:

- (i) A es libre sobre un álgebra de Kleene finita.
- (ii) A admite una base $\mathcal{B} = \{b_1, \dots, b_n\}$ tal que
 - (a) las multiplicidades de los elementos de la base son 1 o 2,
 - (b) \mathcal{B}^∞ no tiene caras faltantes de orden mayor o igual a tres, y
 - (c) existe una comparabilidad sobre el grafo \mathcal{B}_2^∞ tal que si $m_i = 1$, b_i es un sumidero.

Autores: Manuela Busaniche y Leonardo M. Cabrer

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral. CONICET - Universidad Nacional del Litoral. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Expositor: Manuela Busaniche

Completaciones de subvariedades de BL-álgebras

Sea \mathcal{V} una variedad de álgebras tal que cada álgebra \mathbf{A} en \mathcal{V} posee un reducto de reticulado $\mathbf{L}(\mathbf{A})$. La variedad \mathcal{V} se dice que *admite completaciones* si para cada elemento \mathbf{A} de \mathcal{V} existe un álgebra \mathbf{B} en \mathcal{V} que satisface:

1. $\mathbf{L}(\mathbf{B})$ es un reticulado completo.
2. Existe un homomorfismo inyectivo $f : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$.

Esta noción de completación generaliza nociones muy estudiadas, como lo son las completaciones de MacNeille (ver [TV]) y las extensiones canónicas (ver [GJ] and [DGP]).

Las BL-álgebras son la contraparte algebraica de la lógica básica definida por Hájek en [H]. Toda BL-álgebra \mathbf{A} posee un reducto $\mathbf{L}(\mathbf{A})$ que es un reticulado acotado. Por lo tanto uno puede preguntarse por completaciones de BL-álgebras.

En esta presentación veremos que muchas subvariedades de BL-álgebras no admiten completaciones. Los resultados están basados en los trabajos [C],[BC] y [KL].

También trataremos de conjeturar cuál podría ser una noción de completación adecuada, que englobe a este tipo de álgebras.

Referencias

- [BC] M. Busaniche and L.M. Cabrer, *Study of canonical extensions of BL-algebras*, Algebra Univers., a publicar.
- [C] L.M. Cabrer, *Non Canonicity of BL-algebras*, Reports on Mathematical logic **44** (2008), 107-125.
- [DGP] M. Dunn, M. Gehrke and A. Palmigiano, *Canonical Extensions and Relational completeness of some substructural logics*, Journal of Symbolic Logic **70** n3 (2005), 713-740.

-
- [G] M. Gehrke and B. Jónsson, *Bounded Distributive Lattice Expansions* *Mathematica Scandinavica* **94** (2004), 13-45.
- [H] P. Hájek, *Metamathematics of Fuzzy Logic*, Kluwer Academic Pub. Dordrecht (1998).
- [KL] T. Kowalski and T. Litak, *Completions of GBL-algebras: negative results*, *Algebra Univers.* **58** (2008), 373-384.
- [TV] M. Theunissen and Y. Venema, *MacNeille completions of lattice expansions*, *Algebra Univers.* **57** (2007), 143-193.
-

Autores: José Díaz Varela y María del Carmen Vannicola

Lugar: Universidad Nacional del Comahue

Expositor: María del Carmen Vannicola

Una equivalencia entre las variedades de los anillos con una raíz

Basándonos en los trabajos de M. Abad y J. P. Díaz Varela, presentaremos las álgebras de Post de orden p con un automorfismo distinguido y la variedad de los anillos conmutativos con unidad con una raíz p -ésima. Mostraremos una equivalencia entre estas dos variedades.

Referencias

- [1] M. Abad, J. P. Díaz Varela, F. López Martinolich, M. del C. Vannicola and M. Zander. An equivalence between of Cyclic Post Algebras and varieties generate by Finite Fields. *Central European Journal of Mathematics*. Vol 4. Nro 4. (2006). Pg. 547-561.
- [2] M. Abad, J. P. Díaz Varela and M. Zander. Boolean Algebra with a distinguished automorphism. *Report on Mathematical Logic*.

Autores: José L. Castiglioni y H. Sanmartín
Lugar: FCE, Universidad Nacional de La Plata
Expositor: José L. Castiglioni

Teoría de representaciones de álgebras con fusión e implicación: un nuevo enfoque

En [CLP] se establece una equivalencia dual entre la categoría cuyos objetos son los espacios de Priestley y cuyos morfismos ciertas relaciones, \mathcal{PR} , y la categoría que tiene como objetos los retículos distributivos acotados y como morfismos las funciones que preservan supremo y primer elemento, \mathcal{HL} . En particular, todos los morfismos de retículos son de la forma anterior, y por lo tanto esta categoría tiene a la de retículos distributivos acotados, \mathcal{D}_b , como subcategoría; pero además tiene otras funciones que resultan de interés.

Por otra parte, los objetos de \mathcal{HL} pueden ser vistos como \vee -semiretículos distributivos con cero. Es un hecho bien sabido (ver p.e. [Fr]) que el producto tensorial como semiretículos de dos retículos distributivos acotados es un retículo distributivo acotado.

Finalmente, recordemos que un álgebra con fusión es un retículo con una operación binaria $f : L \times L \rightarrow L$ tal que para cada $x \in L$, tanto $f(x, -) : L \rightarrow L$ como $f(-, x) : L \rightarrow L$ son morfismos de la categoría \mathcal{HL} [Ce]. En consecuencia, por la propiedad universal del producto tensorial de semiretículos, f se factoriza a través de un morfismo de \mathcal{HL} , $\bar{f} : L \otimes L \rightarrow L$. Asimismo, una implicación en L es una operación binaria $g : L \times L^{op} \rightarrow L^{op}$ tal que para cada $x \in L$, tanto $g(x, -) : L^{op} \rightarrow L^{op}$ como $g(-, x) : L^{op} \rightarrow L^{op}$ son morfismos de la categoría \mathcal{HL} [Ce]. Por lo tanto también se factoriza a través de un morfismo en $\bar{g} : L \otimes L^{op} \rightarrow L^{op}$ en \mathcal{HL} . En consecuencia tanto una implicación como una fusión tiene una representación en \mathcal{PR} .

En este trabajo estudiaremos esta teoría de representaciones. Mostraremos que resulta ser otra presentación de la teoría dada por Celani en [Ce], y veremos como la presentación dada en este trabajo permite una traducción natural de algunas propiedades del producto y la implicación en propiedades de las relaciones asociadas en \mathcal{PR} .

Referencias

- [Ce] S. Celani, *Bounded Distributive Lattices with Fusion and Implication*, Southeast Asian Bulletin of Mathematics **27**: 1-10, 2003.

- [CLP] R. Cignoli, S. Laface y A. Petrovich, *Remarks on Priestley Duality for Distributive Lattices*, Order **8**: 299-315, 1991.
- [Fr] G.A. Fraser, *The semilattice tensor product of distributive lattices*, Trans. Am. Math. Soc. **217**: 183-194, 1976.

Conferencia Invitada
Miguel Campercholi
Universidad Nacional de Córdoba

Funciones algebraicas y definiciones ecuacionales de funciones

Una *Definición Ecuacional de Función* (DEF) en un lenguaje algebraico \mathcal{L} es una sentencia de la forma

$$\varphi = \forall x_1, \dots, x_n \exists! z_1, \dots, z_m \bigwedge_{i=1}^k s_i(\bar{x}, \bar{z}) = t_i(\bar{x}, \bar{z})$$

donde p_i, q_i son \mathcal{L} -terminos, $n \geq 0$ y $m \geq 1$. Cuan un algebra $\mathbf{A} \models \varphi$, podemos definir implícitamente m funciones $[\varphi]_1^{\mathbf{A}}, \dots, [\varphi]_m^{\mathbf{A}} : A^n \rightarrow A$ por el sistema de ecuaciones

$$\bigwedge_{i=1}^k s_i(\bar{x}, [\varphi]_1^{\mathbf{A}}(\bar{x}), \dots, [\varphi]_m^{\mathbf{A}}(\bar{x})) = t_i(\bar{x}, [\varphi]_1^{\mathbf{A}}(\bar{x}), \dots, [\varphi]_m^{\mathbf{A}}(\bar{x})).$$

Una función f es *algebraica* en \mathbf{A} si hay una DEF φ tal que $\mathbf{A} \models \varphi$ y $f = [\varphi]_j^{\mathbf{A}}$. Las funciones algebraicas en \mathbf{A} forman un clon, el cual contiene al clon de las operaciones básicas de \mathbf{A} . Denotaremos este clon por $\text{Clo}_{alg}(\mathbf{A})$.

- Problema** Dada \mathbf{A} caracterizar $\text{Clo}_{alg}(\mathbf{A})$.
 Probamos que el problema anterior queda resuelto para cada algebra en una variedad \mathcal{V} si es posible resolver el siguiente problema relacionado:
- Problema** Describir el reticulado completo de subclases de \mathcal{V} axiomatizables por DEFs.

En nuestra exposicion daremos un resumen del estado actual de nuestra investigacion en estos topicos.

Trabajo en colaboración con Diego Vaggione.

Autores: Blanca López Martinolich

Lugar: Dpto. de Matemática, Universidad Nacional del Comahue

Bases de Gröbner en las álgebras de Boole cíclicas

En [2] H. Cendra da un método constructivo para definir una estructura de un álgebra de Boole k -cíclica de orden 2 sobre un cuerpo finito $F(2^k)$, y recíprocamente.

En [3] generalizamos el método anterior para un primo p cualquiera. Probamos la existencia de una equivalencia entre el álgebra de Post k -cíclica simple de orden p , $L_{p,k}$, y el cuerpo finito $F(p^k)$ con constantes $F(p)$. Damos un método constructivo para transformar un cuerpo $(F(p^k); +, \cdot, F(p))$ en un álgebra de Post k -cíclica de orden p , p primo, $k \geq 1$, expresando las operaciones de Post como términos en el lenguaje de los cuerpos, y recíprocamente, las operaciones del cuerpo como términos en el lenguaje de las álgebras de Post cíclicas. Esto nos permite obtener una interpretación Φ_1 de la variedad $V(L_{p,k})$ generada por $L_{p,k}$ en la variedad $V(F(p^k))$ generada por $F(p^k)$ y de una interpretación Φ_2 de $V(F(p^k))$ en $V(L_{p,k})$ tal que una es la inversa de la otra.

En esta presentación introducimos la noción de base de Gröbner en la variedad $V(F(2^k))$ y mostramos la gran utilidad de las mismas para resolver sistemas de ecuaciones algebraicas en la variedad mencionada. Damos además un método para calcularlas utilizando la interpretación dada en [3] cuando $p = 2$ y describimos detalladamente el caso particular para $k = 1$.

Referencias

- [1] M. Abad, J. P. Díaz Varela, B. F. López Martinolich, M. C. Vannicola and M. Zander, *An Equivalence between Varieties of Cyclic Post Algebras and Varieties generated by a Finite Field*, Central European Journal of Mathematics, Vol. 4, december 2006, 547-561.
- [2] H. Cendra, *Cyclic Boolean algebras and Galois fields $F(2^k)$* , Portugal. Math. **39**, 1-4 (1980), 435-440.
- [3] M. Serfati, *On Postian Algebraic Equations*, Discrete Math. **152**, (1996), 269-285.
- [4] López Martinolich, B. F., Tesis de Magister, *Resolución de Sistemas de Ecuaciones Polinomiales*, Universidad Nacional del Sur, 1998.

Autores: Carlos Gallardo y Alicia Ziliani

Lugar: Universidad Nacional del Sur - Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Carlos Gallardo

La variedad discriminadora de las m -álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n

En esta nota probamos que la variedad \mathcal{L}_n^m de las m -álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n (ver [1],[2]) es discriminadora. En particular, demostramos que las congruencias principales de $A \in \mathcal{L}_n^m$ generadas por (a, b) tal que $a, b \in \{x \in A : f^2x = x\}$ pueden describirse de la manera siguiente:

$$\theta(a, b) = \{(x, y) \in A \times A : x \wedge w_{a,b} = y \wedge w_{a,b}\}$$

donde $w_{a,b} = \bigwedge_{i=1}^{n-1} ((D_i a \rightarrow D_i b) \wedge (D_i b \rightarrow D_i a))$.

Referencias

- [1] C. Gallardo, A. Ziliani, *Sobre las m -álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n* . Comunicación presentada en la LVIII Reunión Anual de Comunicaciones Científicas de la UMA, U.N. de Mendoza, Argentina, 2008.
- [2] J. Vaz De Carvalho and T. Almada, *A generalization of the Lukasiewicz algebras*, *Studia Logica* 69 (2001), 329-338.

Autores: A. Figallo, I. Pascual y A. Ziliani

Lugar: Universidad Nacional del Sur - Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Aldo Figallo

Retículos monádicos fuerte finitos subdirectamente irreducibles

Halmos en su importante trabajo de 1954, *Algebraic logic I. Monadic Boolean algebras*, *Composition Math.* 12(1955), 217-249, inició el estudio de las álgebras de Boole monádicas como contrapartidas algebraicas del cálculo de predicados monádicos de la lógica clásica.

Este tema produjo gran interés y motivó a diversos autores a intentar generalizar las álgebras definidas por Halmos. Tanto es así que en el presente se continua investigando, de manera intensa, en esta dirección. Pero de acuerdo con nuestra información, las álgebras de Heyting monádicas constituyen la primera generalización de las álgebras de Boole monádicas de Halmos, y fueron introducidas por A. Monteiro y O. Varsavsky en el trabajo de 1957, *Álgebras de Heyting monádicas*, Actas de las X Jornadas de la Unión Matemática Argentina, Bahía Blanca, (1957), 52 – 62.

Estos autores las describieron como ternas (L, \exists, \forall) , donde L es un álgebra de Heyting, y \exists, \forall son operaciones unarias que no pueden definirse una en términos de la otra y que satisfacen ciertas identidades.

En 1997, en colaboración con Ziliani, definimos a los *retículos distributivos monádicos*, en nuestro artículo *Monadic Distributive Lattices*, Preprints Del Instituto de Ciencias Básicas, U. N. de San Juan, Argentina, 2, 1(1997), 19–35. Posteriormente, en colaboración con Pascual y Ziliani obtuvimos resultados importantes que fueron publicados en *Monadic Distributive Lattices*, Logic Journal of IGPL, 15(5-6), (2007), 535–551.

Se puede destacar que los retículos distributivos monádicos extienden a los Q -lattices de Cignoli y generalizan efectivamente a las álgebras de Heyting monádicas de Monteiro y Varsavsky.

Por otro lado, Ziliani en su tesis doctoral *Álgebras de De Morgan modales cuatro-valuadas monádicas*, Univesidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, 2000, introdujo la variedad de los *retículos distributivos monádicos fuertes*, y nosotros los hemos analizado con cierta profundidad y hemos difundido nuestros resultados en varios Congresos.

Estamos persuadidos que esta clase de álgebras amerita ser investigada, en virtud de que ellas son álgebras no booleanas “muy parecidas” a las álgebras de Boole monádicas, y basamos nuestra afirmación en que en los retículos distributivos monádicos fuertes se satisfacen todas las identidades de las álgebras de Boole monádicas en las que no aparecen la operación de negación.

En esta comunicación informamos que hemos demostrado el siguiente teorema.

Teorema Sea (L, \forall, \exists) un retículo monádico fuerte finito ($[1], [2]$). Entonces se verifican:

1. Las siguientes condiciones son equivalentes:
 - (i) L es simple,
 - (ii) (\forall, \exists) es simple y se verifica una de las siguientes condiciones:

- (a) L es un álgebra de Boole finita,
- (b) L es la suma ordinal de dos álgebras de Boole finitas no triviales,
- (c) L es el producto directo finito de cadenas con a lo sumo tres elementos y al menos una de ellas con tres elementos,
- (d) L es un subretículo propio de un producto directo finito de cadenas con a lo sumo tres elementos tal que la suma ordinal de dos álgebras de Boole finitas B_n y B_m , con n y m átomos respectivamente es un subretículo propio de L y $n+m$ coincide con el número de irreducibles de L .
2. Las siguientes condiciones son equivalentes:
- (iii) L es subdirectamente irreducible pero no simple,
- (iv) L es un subretículo de un producto directo $L_1 \times L_2$, donde L_1 es la suma ordinal $B_n \oplus B_1 \oplus B_m$ y L_2 es o un retículo monádico fuerte finito simple o un retículo monádico [1] no trivial tal que la suma ordinal $B_{n+p} \oplus B_1 \oplus B_{m+q}$ es un subretículo de L , donde $p+q$ coincide con el número de irreducibles de L_2 .

Referencias

- [1] A.V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani. *Monadic distributive lattices*, Logic Jnl IGPL, 15(2007), 535-551.
- [2] A.V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani. *Retículos distributivos monádicos fuertes*. LVIII Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina. Índice de Comunicaciones Científicas. Mendoza, Septiembre 2008.

Autores: A. Figallo, I. Pascual y A. Ziliani

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Inés Pascual

Retículos distributivos monádicos fuertes libres

Los retículos distributivos monádicos fuertes o sM-retículos fueron introducidos y estudiados en [2]. En particular, en esa nota se analizaron los espacios topológicos duales de los sM-retículos los que fueron denominados smq-espacios.

En la presente comunicación indicamos una construcción del smq-espacio asociado al sM-retículo libre, a partir del espacio de Priestley del retículo distributivo acotado con el mismo número de generadores libres.

Estos resultados extienden a los presentados en [1] para el caso de los Q -retículos distributivos libres.

Referencias

- [1] R. Cignoli. *Free Q -distributive lattices*. Special issue on Priestley duality. *Studia Logica* 56 (1996), n°. 1-2, 23-29
- [2] A. V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani, *Retículos distributivos monádicos fuertes*, LVIII Reunión Anual de Comunicaciones Científicas de la UMA, U.N. de Mendoza, Argentina, 2008.

Autores: Carina Murciano y Fernando Ramos

Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Fernando Ramos

Semántica de Estructuras Twist para las Lógicas n -valentes de Gödel

Aún cuando las semánticas no tradicionales conocidas como “semánticas de Estructuras Twist” han sido definidas originalmente para lógicas que no son n -valentes, tales como las intuicionistas (ver [1] y [5]) y las paraconsistentes (ver [3]), en trabajos recientes han podido adaptarse a ciertas lógicas n -valentes. Tal es el caso por ejemplo, de las lógicas de la jerarquía $I^n P^k$, cuya semántica de Estructuras Twist fue dada en [4].

En esta comunicación, utilizando de hecho la misma técnica que en [4], indicaremos de qué forma puede obtenerse una semántica de Estructuras Twist para las lógicas n -valentes de Gödel. Discutiremos además el caso de la lógica de Gödel con *infinitos valores de verdad* (la cual es un caso particular de lógica inducida por t -normas, cf. [2]).

Referencias

- [1] M. Fidel. An algebraic study of a propositional system of Nelson. *Proceedings of the First Brazilian Conference on Mathematical Logic, Campinas, 1977*. (A. I. Arruda, N. C. A. da Costa, R. Chuaqui ed.); *Lect. Notes Pure Appl. Math.* 39, 99 – 117, 1978.
- [2] P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [3] S. Odintsov. Algebraic semantics for paraconsistent Nelson's logic. *Journal of Logic and Computation*, 13:453-468, 2003.

- [4] F. Ramos; V. Fernández *Twist and ω -Twist Structures for the Logics of the Hierarchy $I^n P^k$* . A aparecer en el Journal of Applied Non-Classical Logics.
- [5] D. Vakarelov. Notes on N -lattices and constructive logic with strong negation. *Studia Logica*, 36:109–125, 1977.

Autor: Manuel Fidel

Lugar: Depto. de Computación, Universidad Nacional del Sur; Instituto de Ciencias Básicas, FFHA, Universidad Nacional de San Juan

Una nueva Semántica de tipo algebraico para las lógicas paraconsistentes C_n de Da Costa

En este trabajo combinaremos las ideas semánticas introducidas en [1], con las ideas de n -uplas introducidas en [2], para lograr una nueva semántica de tipo algebraico para las lógicas paraconsistentes de Da Costa, basada en n -uplas. La nueva semántica tiene propiedades parecidas a las de [2], pero la diferencia se encuentra en que las propiedades no se dan en las valuaciones sino que son parte del modelo. Los modelos están formados por cuaternas (en el caso C_1)

$$(a, a', a'', a^\circ)$$

donde (a, a', a'', a°) son elementos de un álgebra de Boole. Aunque a los conectivos \vee y \wedge se le asocian semánticamente conjuntos especiales, estos modelos son distintos de los introducidos por Avron en [1]. Los modelos obtenidos ofrecen también una interpretación semántica más clara y directa de las lógicas involucradas.

Referencias

- [1] A. Avron, Non-deterministic Semantics for Paraconsistent C-Systems, Lecture Notes in Computer Science, Volume 3571/2005, 625 - 637, Springer, 2005.
- [2] M. M. Fidel, *The decidability of the calculi C_n* , Rep. on Math. Logic, 8 (1977), 31 - 40.
- [3] M. M. Fidel, *An Algebraic Study of a Propositional System of Nelson*, Proceedings of the First Brazilian Conference on Mathematical Logic, Eds. A. I. Arruda, N. C. D. da Costa and R. Chuaqui, Marcel Dekker Inc., New York, 1977.

Matemática Discreta – Combinatoria y Optimización

Organizan:

Guillermo Durán – Graciela Nasini – Nélide Echebest

Autores: Flavia Bonomo, Javier Marengo, Daniela Saban y Nicolas Stier
Lugar: Universidad de Buenos Aires - Universidad Nacional de Gral. Sarmiento
- Columbia University (NY, USA)
Expositor: Daniela Saban

A polyhedral study of the maximum edge subgraph problem

El estudio de subgrupos cohesivos es un aspecto relevante en el análisis de redes sociales. Los subgrupos cohesivos se estudian usando diferentes relajaciones en la definición de clique en un grafo. Una de estas relajaciones da origen al problema del subgrafo de densidad de aristas máxima (*maximum edge subgraph problem*, MESP).

Formalmente, dado un grafo $G = (V, E)$ y un entero k , el MESP consiste en encontrar un subconjunto de vértices $A \subseteq V$ con $|A| = k$ tal que $|E(A)|$ sea máximo, donde $E(A) = \{ij \in E : i \in A \text{ y } j \in A\}$. El problema del clique máximo claramente puede reducirse al MESP, por lo cual el último es *NP-hard* [2].

Se conocen varios algoritmos aproximados para este problema [1, 4, 5, 6], y [3] introduce varias formulaciones del MESP como modelos de programación lineal entera. En este trabajo estudiamos el poliedro asociado con la formulación llamada MIP1 en [3], como punto de partida para un enfoque exacto para este problema. Introducimos seis familias de desigualdades válidas y, para cada familia, analizamos la complejidad del problema de separación asociado, presentando algoritmos exactos y heurísticas para generar los cortes necesarios.

Referencias

- [1] Y. Asahiro, K. Iwama, H. Tamaki, and T. Tokuyama, *Greedy Finding Dense Subgraphs*, *Journal of Algorithms*, 34 (2000), 203-221.
- [2] Y. Asahiro, R. Hassin, K. Iwama, *Complexity of finding dense subgraphs*, *Discrete Applied Mathematics*, 121 (2002), 15-26.
- [3] A. Billionnet, *Different formulations for solving the heaviest k -subgraph problem*, *Information Systems and Operational Research*, v43 i3 (2005), 171-186.
- [4] U. Feige, G. Kortsarz, D. Peleg, *The Dense k -Subgraph Problem*, *Algorithmica* 29 (2001) 410-421.
- [5] Han, Q. Ye, Y. and Zhang, J. 2000, *Approximation of Dense- k -Subgraph*, Working Paper, Department of Management Sciences, Henry B. Tippie College of Business, The University of Iowa.

- [6] F. Roupin and A. Billionnet, *A deterministic approximation algorithm for the Densest k -Subgraph Problem*, International Journal of Operational Research, 3-3 (2008), 301 - 314.

Autores: Marisa Gutierrez y Silvia Tondato

Lugar: Depto. de Matemática, FCE, Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Silvia Tondato

Arboles clique l -óptimos en subclases de grafos cordales

Los grafos cordales fueron definidos como aquellos grafos que no poseen ciclos inducidos de 4 o más vértices. Se sabe que un grafo G es cordal si y sólo si posee un árbol clique, esto es, un árbol T cuyos vértices son los cliques de G y tal que para cada $v \in V(G)$, C_v cliques de G que tienen a v , inducen un subárbol de T [1].

Si se imponen condiciones sobre T o sobre $(C_v)_{v \in V(G)}$ surgen subclases de los grafos cordales [2]

- Grafos UV : existe T un UV -árbol clique, es decir, un árbol clique tal que cada C_v induce un camino de T .
- Grafos DV : existe T DV -árbol clique, es decir, un árbol clique dirigido tal que cada C_v induce un camino dirigido.
- Grafos *Intervalos*: existe T camino-clique, es decir un árbol clique que es un camino.

Es claro que todo grafo de *Intervalos* es DV y todo grafo DV es UV .

Se define el leafage de un grafo cordal G conexo [3], $l(G) = \min\{\text{número de hojas de } T; T \text{ es un árbol clique de } G\}$.

Es claro que si G es un grafo de Intervalos, $l(G) = 2$ y existe un camino-clique l -óptimo de G . En el presente trabajo, se probará que si G es DV existe un DV -árbol clique l -óptimo y que si G es UV , existe un UV -árbol clique l -óptimo de G .

Referencias

- [1] F. Gavril, The intersection graphs of subtrees in trees are exactly the chordal graphs, *Journal of Combinatorial Theory (Series B)* **16** (1974), 47-56.

- [2] C. Monma and V. Wei. Intersection graphs of paths in a tree. *J. Combin. Theory B.* **41.** (1986) 141–181.
- [3] I. Lin, T. McKee and D. B. West, The leafage of a chordal graphs, *Discussiones Mathematicae, Graph Theory.* vol. **18** (1998), pag. 23-48.

Conferencia Invitada
Marisa Gutierrez
Universidad Nacional de La Plata

Sobre Grafos de Intersección y 2-Sección de familias de conjuntos

El presente trabajo está basado en [1, 2].

Dada una familia finita $\mathcal{F} = (F_i)_{i \in I}$ de conjuntos no vacíos, llamamos *grafo de intersección* de \mathcal{F} , notado $L(\mathcal{F})$, al grafo con I como conjunto de vértices y tal que $i \neq j$ son adyacentes si y sólo si $F_i \cap F_j \neq \emptyset$. Otro grafo que puede ser definido a partir de \mathcal{F} es el grafo *2-sección* de \mathcal{F} , notado $S(\mathcal{F})$, tiene como vértices a $\bigcup_{i \in I} F_i$ y dos vértices x, y son adyacentes si existe $i \in I$ tal que $x, y \in F_i$.

Por otro lado, dado un grafo G , llamamos $C(G)$ a su familia de cliques y grafo clique de G al grafo de intersección de sus cliques, es decir $K(G) = L(C(G))$.

La familia dual de una familia \mathcal{F} se nota $D(\mathcal{F})$ y es aquella en la que se intercambian sus elementos y sus miembros; mientras $M(\mathcal{F})$ es la familia cuyos miembros son los maximales de \mathcal{F} respecto de la inclusión.

Es fácil ver que $DD = I$, identidad en familias, y que $SC = I$, identidad en grafos.

Una familia se dice *conforme* si $CS(\mathcal{F}) = M(\mathcal{F})$ y se prueba que \mathcal{F} es conforme si y sólo si $D(\mathcal{F})$ es Helly.

Una familia se dice *reducida* si $\mathcal{F} = M(\mathcal{F})$ y *separadora* si $D(\mathcal{F})$ es reducida.

Luego $CS = I$ para familias conformes y reducidas y $CL = D$ para familias Helly y separadoras.

Haciendo uso de los operadores definidos y de sus propiedades es posible hacer un análisis unificado que permite obtener resultados generales cuyas instancias particulares son resultados conocidos para diferentes clases de grafos. Por ejemplo, la caracterización de Fulkerson-Gross de los grafos de intervalos, las de Gavril para grafos cordales y subclases, y el Teorema del árbol clique de Monma-Wei.

Asimismo, el comportamiento del operador clique puede analizarse en general en este contexto obteniendo resultados que prueban cómo el operador clique alterna entre la intersección y la 2-sección. Además se pueden probar resultados conocidos como por ejemplo, la condición necesaria de Hamelink sobre grafos clique y hasta la caracterización de Roberts-Spencer.

Trabajo en colaboración con J. Meidanis.

Referencias

- [1] M. Gutierrez, *Intersection Graphs and the Clique Operator*, Graphs and Combinatorics, vol. 2, pp. 237-244, 2001.
- [2] M. Gutierrez and J. Meidanis, *Algebraic Theory for the Clique Operator*, Journal of the Brazilian Computer Society, vol 3-7, pp. 53-64, 2002.

Autores: Flavia Bonomo, Guillermo Durán, Martín Safe y Annegret Wagler
Lugar: CONICET, Universidad de Buenos Aires, Universidad Nacional de Gral. Sarmiento, Universidad de Chile y Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg (Alemania)
Expositor: Martín Safe

Balanceo de algunas clases de grafos arco-circulares y de los complementos de los grafos bipartitos

Una matriz de ceros y unos se dice *balanceada* [1] si no contiene ninguna submatriz cuadrada de orden impar con exactamente dos unos por fila y por columna. Un grafo se dice *balanceado* [4] si su matriz de incidencia clique-vértice es balanceada. Los grafos balanceados forman una subclase de los grafos perfectos. En [3], los grafos balanceados fueron caracterizados por subgrafos inducidos prohibidos pero no necesariamente minimales.

Los grafos arco-circulares son los grafos de intersección de arcos de un círculo [5]. En este trabajo caracterizaremos los grafos balanceados por subgrafos inducidos prohibidos minimales restringiéndonos a los grafos que pertenecen a una de varias subclases de los grafos arco-circulares o son complementos de grafos bipartitos. Además, dentro de la clase de los grafos arco-circulares libres de gem, obtenemos caracterizaciones análogas para tres superclases de los grafos balanceados: los grafos clique-perfectos, los grafos coordinados y los grafos K -perfectos hereditarios. Finalmente, como consecuencia de una caracterización de los grafos balanceados libres de diamante,

podemos resolver el problema de determinar la complejidad temporal del reconocimiento de los grafos clique-perfectos libres de diamantes planteado en [2].

Referencias

- [1] C. Berge. Balanced matrices. *Math. Program.*, 2(1):19–31, 1972.
- [2] F. Bonomo, M. Chudnovsky, and G. Durán. Partial characterizations of clique-perfect graphs II: diamond-free and Helly circular-arc graphs. *Discrete Math.*, 309(11):3485–3499, 2009.
- [3] F. Bonomo, G. Durán, M. C. Lin, and J. L. Szwarcfiter. On balanced graphs. *Math. Program.*, 105(2–3):233–250, 2006.
- [4] E. Dahlhaus, P. D. Manuel, and M. Miller. Maximum h -colourable subgraph problem in balanced graphs. *Inform. Process. Lett.*, 65(6):301–303, 1998.
- [5] M. C. Golumbic. *Algorithmic Graph Theory and Perfect Graphs*, volume 57 of *Ann. Discrete Math.* North-Holland, Amsterdam, second edition, 2004.

Autores: Flavia Bonomo, Guillermo Durán, Luciano Grippo y Martín Safe
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Universidad de Chile, Universidad Nacional de Gral. Sarmiento
Expositor: Luciano Grippo

Caracterizaciones de grafos probe de intervalos en superclases de los cografos

Los grafos probe de intervalo fueron introducidos en la literatura por Zhang (1994) y utilizados por Zhang et al. para modelar ciertos problemas sobre mapeo de ADN (1994). Un grafo $G = (V, E)$ es *probe de intervalo* si el conjunto de sus vértices puede ser particionado en dos subconjuntos P (vértices probe) y N (vértices nonprobe), donde N es un conjunto estable y existe una completación $E' \subseteq \{uv | u, v \in N, u \neq v\}$ tal que $G' = (V, E \cup E')$ es un grafo de intervalo. Equivalentemente, G es un grafo probe de intervalo si se puede asignar un intervalo a cada uno de sus vértices de modo tal que dos vértices son adyacentes si y solo si al menos uno de los dos pertenece a P y sus respectivos intervalos tienen intersección no vacía. Si además a todos los vértices se les puede asignar intervalos de la misma longitud, se dice que G es un grafo *probe de intervalo unitario*. Claramente los grafos probe de intervalo y los grafos probe de intervalo unitario constituyen una generalización

de los grafos de intervalo y de los grafos intervalo unitario, respectivamente. Se conocen algunas caracterizaciones parciales por subgrafos prohibidos minimales: Sheng (1999) caracterizó aquellos árboles que son probe de intervalo y Brown et al. (2009) caracterizaron aquellos árboles que son probe de intervalo unitario. En este trabajo nosotros presentamos caracterizaciones parciales por subgrafos prohibidos minimales de los grafos probe interval y probe unit interval, restringiéndonos a las clases de los tree-cographs y los grafos P_4 -tidy.

Conferencia Invitada**Nicolás Figueroa****Universidad de Chile, CEA-DII, Chile**

Diseño de mecanismos: de la teoría a la práctica

Consideramos una clase general de problemas donde un diseñador de mecanismos debe elicitar la información que está en manos de los distintos agentes. El objetivo es utilizar esta información para maximizar, por ejemplo, la eficiencia del sistema o el excedente extraído a los agentes. Entre las muchas aplicaciones que caben dentro de este marco de referencia se encuentran las licitaciones combinatoriales, los problemas de monopolios multiproductores, la regulación de mercados en presencia de colusión, etc.

Si bien a estas alturas existe una formulación estándar del problema, las aplicaciones prácticas están seriamente limitadas. Básicamente, existen soluciones analíticas (y una comprensión acabada del problema) para situaciones donde la información es unidimensional. Sin embargo, no es esperable encontrar una solución analítica en contextos donde la información privada es multidimensional, y no existen buenos algoritmos para computar soluciones de forma computacional.

En este trabajo, consideramos una estrategia de aproximación iniciada por Ekeland y Moreno (2008) de manera de resolver una aproximación discreta del problema. Utilizando un método de generación de restricciones, resolvemos esta aproximación utilizando menos del 1 % de las restricciones. Además, mediante un algoritmo de convexificación, es posible reducir aún más el tiempo de solución admitiendo una pequeña tolerancia a la suboptimalidad.

Además, demostramos que las soluciones a una aproximación discreta inducen soluciones factibles al problema original. De esta forma es posible calcular, para cualquier aproximación, una cota superior respecto a la suboptimalidad de la solución encontrada. Esto permite encontrar soluciones muy

cercanas a la optimalidad de forma rápida con una garantía de ϵ -optimalidad. Se presentan resultados aplicando la metodología al problema de un monopolista productor de bienes con múltiples características, y que enfrenta un continuo de consumidores con información privada respecto a las preferencias. El objetivo del monopolista es maximizar las ganancias, decidiendo los precios de cada bien y asumiendo que no puede forzar la elección de los consumidores.

Trabajo en colaboración con D. Espinoza y J. Lemus.

Autores: M. P. Dobson, V. Leoni y G. Nasini

Lugar: Universidad Nacional de Rosario

Expositor: María Patricia Dobson

Complejidad computacional del reconocimiento de grafos arista-perfectos

La clase de grafos *arista-perfectos* fue introducida por Escalante et al. [3] como una herramienta para el estudio de matrices 0,1 que definen juegos de empaquetamiento totalmente balanceados, cuya caracterización fue planteada como un problema abierto en [1].

Un *subgrafo por arista* de un grafo es un subgrafo inducido obtenido a través del borrado de los vértices extremos de un subconjunto de aristas del grafo. Un grafo G es *arista-perfecto* si para todo subgrafo por arista G' de G , $\alpha(G') = \rho(G')$, esto es, su número de independencia es igual al mínimo cardinal de un cubrimiento de vértices por aristas.

En un trabajo previo [2] se presentan caracterizaciones de los grafos arista-perfectos, así como también clases de grafos donde es posible determinar en tiempo polinomial si el grafo es arista-perfecto.

En este trabajo probamos que el problema de reconocer si un grafo dado es arista-perfecto, que denotaremos como EP, es NP-duro. Basándonos en una de las caracterizaciones en [2], probamos que el problema NP-completo denominado *Camino con Pares Prohibidos* [4] puede ser polinomialmente reducido a EP. Para ello se realizan reducciones intermedias que arrojan nuevos resultados de complejidad computacional para ciertos problemas en grafos relacionados con EP.

Referencias

- [1] X. Deng, T. Ibaraki, H. Nagamochi and W. Zang, *Totally balanced combinatorial optimization games*. Mathematical Programming Series A 87 (2000) 441-452.

- [2] M.P. Dobson, V. Leoni, G. Nasini, *Recognizing edge-perfect graphs: some polynomial instances*. Proceedings of the 8th Cologne Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization. Junio de 2009. París, Francia.
Disponible on line en: <http://www.lix.polytechnique.fr/ctw09>
- [3] M. Escalante, V. Leoni and G. Nasini, *A graph theoretical model for total balancedness of combinatorial games*, submitted 2009.
- [4] M. Garey and D. Johnson, *Computers and Intractability: A guide to the Theory of NP-Completeness*, 1979.

Autores: Silvia Bianchi, Graciela Nasini y Paola Tolomei

Lugar: Universidad Nacional de Rosario - CONICET

Expositor: Paola Tolomei

El Problema del Conjunto Dominante sobre ciertas familias de grafos redes

El *Problema del Conjunto Dominante de Mínimo Peso* (PCD) aparece en muchas aplicaciones, en particular en aquellas que involucran el emplazamiento de elementos sobre los nodos de una red.

Dado un grafo $G = (V, E)$ y un vector de costos $c \in \mathbb{Z}_+^V$, el PCD consiste en encontrar un subconjunto $S \subset V$ de peso mínimo, tal que todo nodo en V sea adyacente a un nodo en S .

El PCD fue extensamente investigado desde el punto de vista algorítmico y se lo reconoce como un problema *NP*-difícil. En contraste con muchos problemas de optimización combinatoria *NP*-difíciles, los aspectos poliedrales del PCD no han sido muy estudiados en la literatura específica. Recientemente, en [2] se analiza el poliedro asociado al PCD cuando el grafo subyacente es un circuito, i.e., un grafo red W_n^1 con $n \geq 3$. Los autores obtienen la descripción completa del poliedro mediante desigualdades lineales, lo cual conjuntamente con la construcción de adecuadas rutinas de separación, permite probar la polinomialidad del problema en estas instancias. En este trabajo estudiamos el poliedro del PCD cuando el grafo subyacente es una red W_n^2 , con $n \geq 4$.

Utilizando resultados del poliedro de cubrimiento de matrices circulantes presentados en [1], se obtienen familias infinitas de desigualdades que definen facetas, las cuales se conjetura describirían completamente el poliedro del PCD. Se desarrollan rutinas de separación polinomiales para estas familias de facetas. Suponiendo la validez de la conjetura quedaría demostrada también la polinomialidad del PCD sobre los grafos W_n^2 con $n \geq 4$.

Referencias

- [1] Argiroffo, G. and S. Bianchi, *On the set covering polyhedron of circulant matrices*, *Discrete Optimization* **6** (2009), 162–173.
- [2] Bouchakour, M., T. M. Contenza, C. W. Lee and A. R. Mahjoub, *On the dominating set polytope*. *European Journal of Combinatorics* **29-3** (2008), 652–661.

Autores: Teresa Braicovich, Patricia Caro, Marcia Oropeza y Lorena Alfonso
Lugar: Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Teresa Braicovich

Cápsula adjunta de los grafos (2,1) adjuntos de grafos cordales

Dado un grafo G , se llama (2,1)adjunto de G , y se nota ${}^{2,1}G$ al grafo cuyos vértices $W_j, \forall j$ representan a todas las cadenas simples y elementales de longitud 2 existentes en el grafo G , tal que dos de dichas cadenas se consideran iguales si poseen las mismas aristas. En ${}^{2,1}G$, el vértice W_r estará conectado con el vértice W_k , si y sólo si $W_r \cup W_k$ determina en G una cadena simple y elemental de longitud tres, tal que dos de dichas cadenas se consideran iguales si poseen las mismas aristas y además coinciden en la arista central.

Por otro lado, cualquiera sea el conjunto X la relación universal definida en él es de adjunción. En consecuencia, cualquiera sea $\sigma \subseteq X \times X$ la familia de las relaciones de adjunción que contienen a σ es no vacía y de acuerdo a la propiedad que dice: $(G_1 \cap G_2)^* = (G_1)^* \cap (G_2)^*$ resulta que la intersección de todas ellas es también una relación de adjunción que es llamada cápsula adjunta de G . El grado de adjunción es n si n es el menor valor de j ($j \geq 1$) para el cual $\sigma_j = \sigma_{j+1}$.

Los grafos (2,1) adjuntos de grafos cordales no son cordales, pero sí lo es la cápsula adjunta del sostén del simetrizado, en este trabajo se presenta la relación existente entre la distancia del grafo G , la distancia del grafo ${}^{2,1}G$ y el grado de la cápsula adjunta.

Referencias

- [1] G. Chartrand. *Graphs and their associated line-graphs*. Ph. D. Thesis, Michigan State University (1964).
- [2] R. Chiappa. *Palabras circulares equilibradas. Grafos Adjuntos*. INMABB. Universidad Nacional del Sur. (1982).

Autores: Mónica Braga y Javier Marengo
Lugar: Universidad Nacional de Gral. Sarmiento
Expositor: Mónica Braga

Estudio poliedral del problema de coloreo acíclico

Un *coloreo* de un grafo G es una asignación de colores a los vértices de G de modo tal que todo par de vértices adyacentes recibe colores distintos. Un *coloreo acíclico* de G es un coloreo de G tal que ningún ciclo de G recibe exactamente dos colores, y el *número cromático acíclico* $\chi_A(G)$ de un grafo G se define como el número mínimo de colores necesarios para garantizar la existencia de un coloreo acíclico de G . Dado un grafo G , el *problema de coloreo acíclico* consiste en hallar un coloreo acíclico de G con $\chi_A(G)$ colores.

El problema de coloreo acíclico surge en el contexto de problemas de particionamiento de matrices para la estimación de la matriz Hessiana asociada a funciones no lineales de varias variables en problemas de optimización numérica. Cuando la función objetivo tiene una expresión complicada o su evaluación resulta computacionalmente costosa, es importante minimizar el número de evaluaciones de esta función para obtener la matriz Hessiana en un punto del dominio del problema. El problema de obtener el número mínimo de evaluaciones de la función necesarias para estimar la matriz Hessiana asociada se puede reducir al problema de coloreo acíclico en un grafo particular, cuya estructura depende de la ubicación de los elementos no nulos en dicha matriz.

El problema de coloreo acíclico ha sido muy estudiado desde el punto de vista de la teoría de grafos, pero no existen actualmente muchos enfoques para resolver este problema en la práctica. En este trabajo iniciamos un estudio poliedral de este problema, con el objetivo de analizar la posibilidad de implementar algoritmos exactos basados en técnicas de programación lineal entera para este problema.

Presentamos una formulación natural del problema de coloreo acíclico como un modelo de programación lineal entera, basada en formulaciones conocidas para el problema clásico de coloreo de grafos. Realizamos un estudio de la estructura del poliedro asociado con esta formulación, con el objetivo de encontrar descripciones parciales de este poliedro, que puedan aportar a un eventual algoritmo basado en planos de corte. En particular, presentamos seis familias de desigualdades válidas para este poliedro basadas en ciclos inducidos del grafo, y caracterizamos los casos en los que estas desigualdades definen facetas de dicho poliedro. Por último, realizamos un análisis empírico

de la calidad de estas desigualdades.

Autores: Gabriela Argiroffo, Mariana Escalante y María Elisa Ugarte
Lugar: Universidad Nacional de Rosario - CONICET
Expositor: María Elisa Ugarte

Estudio poliedral del problema del mínimo conjunto k -dominante

Dado un grafo $G = (V, E)$ y un entero k , un conjunto k -dominante de G es un conjunto $S \subset V$, tal que $|S \cap N[i]| \geq k$ para todo $i \in V$, donde $N[i]$ es la vecindad cerrada de i , es decir, el conjunto que contiene a i y a los vértices de G adyacentes a i . Si $\gamma_k(G)$ es el mínimo cardinal de un conjunto k -dominante de G , es inmediato observar que $\gamma_k(G) = \min\{\mathbf{1}x : N(G)x \geq \mathbf{1}k, x \in \{0, 1\}^{|V|}\}$, donde $\mathbf{1}$ es el vector con todas sus entradas iguales a 1 y $N(G)$ es la matriz de incidencia de las vecindades cerradas de los vértices de G .

En este trabajo, estudiamos propiedades del poliedro de k -dominación de G , $P_k^*(G) = \{x \in \{0, 1\}^{|V|}, N(G)x \geq \mathbf{1}k\}$. Observar que si $k = 1$, es el poliedro de dominación de G .

Probamos que $\dim P_k^*(G)$ es completa si y sólo si $|N[i]| \geq k + 1$ para todo $i \in V$, y, para los grafos G tales que $\dim P_k^*(G)$ es completa, caracterizamos en qué casos las desigualdades triviales (es decir, desigualdades de la familia $N(G)x \geq k, x_i \geq 0$ y $x_i \leq 1$) definen faceta para $P_k^*(G)$. Estos resultados dan una generalización de los de Balas y Ng [1], para el caso del poliedro de cubrimiento de conjuntos y de los de Bouchakour y Mahjoub [2] para el poliedro de dominación de un grafo.

En el caso particular en que el grafo sea un ciclo, $G = C_n$, encontramos la descripción completa del poliedro de 2-dominación. En primer lugar probamos que de las restricciones originales sólo las de vecindad definen facetas. Además, la llamada desigualdad de rango $\mathbf{1}x \geq \gamma_2(C_n)$ define faceta de $P_2^*(C_n)$ si y sólo si n no es múltiplo de 3.

Siguiendo la notación introducida en [3], T es un 1-intervalo si $T \subsetneq \{1, \dots, n\}$ y existe una partición de $\{1, \dots, n\}$ en una colección de intervalos disjuntos $I_1, J_1, \dots, I_t, J_t$ donde $T = \bigcup_{s=1}^t I_s$ y $|J_s| = 1$ para todo $s \leq t$. Entonces, dado un 1-intervalo T , la desigualdad de 1-intervalo asociada a T es $\sum_{i \in T} x_i \geq |T| - \alpha(T)$ donde $\alpha(T)$ es el número de estabilidad del subgrafo inducido por los nodos en T . Probamos que las desigualdades de 1-intervalo asociadas a todo conjunto $T \subsetneq \{1, \dots, n\}$ tales que $|I_s| \equiv 1 \pmod{3}$ para $s \leq t$ y $t \geq 3$ impar, completan la descripción de $P_2^*(C_n)$.

Nos proponemos continuar con el estudio de las facetas de $P_k^*(G)$ para la familia de los grafos cactus, los cuales son 1-sumas de ciclos y arcos.

Referencias

- [1] E. Balas, S. M. Ng, *On the set covering polytope I: all the facets with coefficients in $\{0, 1, 2\}$* , Mathematical Programming 43 (1989), 57–69.
- [2] M. Bouchakour, A. R. Mahjoub, *One-node cutsets and the dominating set polytope*, Discrete Mathematics, 165/166 (1997), 101–123.
- [3] G. Dahl, *Stable Set Polytopes for a Class of Circulant Graphs*, SIAM Journal on Optimization 9 (1999), 493–503.

Autores: Marisa Gutierrez y Marcela Kladniew

Lugar: Depto. de Matemática, FCE, Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Marcela Kladniew

Grafos de intervalos propios mínimos: una visión algebraica

Dada una familia finita $\mathcal{F} = (F_i)_{i \in I}$ de conjuntos no vacíos, se llama *grafo de intersección* de \mathcal{F} al grafo con I como conjunto de vértices y tal que $i \neq j$ son adyacentes si y sólo si $F_i \cap F_j \neq \emptyset$. Si un grafo es isomorfo al grafo de intersección de \mathcal{F} , se dice que la familia \mathcal{F} es una *representación* del grafo.

Dado un grafo G , el *grafo clique* de G es el grafo de intersección de la familia de los cliques de G . Se denota K al operador que a cada grafo le hace corresponder su grafo clique.

Los *grafos de intervalos*, se definen como los grafos de intersección de una familia de intervalos de la recta real, mientras los *grafos de intervalos propios* son los grafos de intervalos que poseen una representación donde ningún intervalo está contenido en otro.

Una de las propiedades más importantes es que si G es un grafo de intervalos propios, existe un orden total, *orden compatible* con G , de sus vértices de modo que todo clique es un intervalo de dicho orden. De aquí es inmediato que el operador clique es cerrado sobre la clase. Pero naturalmente no es inyectivo.

En este contexto fueron definidos los grafos de intervalos propios mínimos [1]: un grafo G es de **intervalos propios mínimo** si es de intervalos propios y cumple que $|V(G)| = 2|V(K(G))| - |V(K(K(G)))|$. Se prueba que estos grafos son los grafos de intervalos propios reducidos que poseen un orden

compatible para el cual todo vértice es inicio o final de un clique del grafo. Se demuestra que el operador clique restringido a la clase de los grafos de intervalos propios mínimos es una biyección sobre la clase de los grafos de intervalos propios [2].

En este trabajo se definen las *secuencias gráficas*: $(0,1,-1)$ -secuencias, cumpliendo ciertas propiedades, y se muestra que hay una biyección natural entre los grafos de intervalos propios mínimos y las secuencias gráficas. Haciendo uso de esta biyección se definen dos operaciones sobre los grafos de intervalos propios mínimos. Se prueba que, a través de dichas operaciones, es posible generar todos los grafos de intervalos propios mínimos partiendo del grafo trivial.

Referencias

- [1] M. Gutierrez. *Tesis Doctoral: Grafos de Intervalos Propios y Grafos Arbóreos*, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, 1994.
- [2] M. Gutierrez and L. Oubiña, *Minimum proper interval graphs*, *Discrete Mathematics*, 142:77–85, 1995.

Conferencia Invitada

Mariana Escalante

Universidad Nacional de Rosario

Poliedros asociados a familias de coaliciones en juegos cooperativos

En teoría de juegos cooperativos se cuenta con un conjunto de jugadores N y una función valor v definida sobre todos los subconjuntos (coaliciones) de N , $\mathcal{P}(N)$. Sin embargo, en la práctica muchos de estos subconjuntos pueden no formarse, por ejemplo, por imposibilidad de comunicación entre los jugadores o enemistad entre algunos de ellos. Es razonable entonces suponer que sólo las coaliciones en un conjunto \mathcal{K} son factibles, y que ésta contiene al conjunto de todas las coaliciones individuales, denotado con $[N]$. De esta forma, consideramos familias de la forma $\mathcal{K} = \mathcal{K}_0 \cup [N]$ y abordamos el estudio del *balanceo*, la *particionabilidad* y distintos tipos de *estabilidad* de la familia \mathcal{K} , utilizando herramientas de combinatoria poliedral y grafos.

Dada la familia \mathcal{K} consideramos la matriz $M(\mathcal{K})$ de entradas 0, 1 cuyas columnas son los vectores característicos de las coaliciones en \mathcal{K} y el poliedro $D(\mathcal{K}) = \{y \geq \mathbf{0} : M(\mathcal{K})y = \mathbf{1}\}$. Utilizando este poliedro, no es difícil ver que

el balanceo de la familia es equivalente a $D(\mathcal{K}) \neq \emptyset$ y la particionabilidad de la familia a la integralidad del mismo. A partir de estas definiciones, la perfección de la matriz $M(\mathcal{K}_0)$ da lugar a distintos tipos de estabilidad de la familia de coaliciones. Cuando una familia es estable, cualquiera sea la función valor, existe una forma de repartir el valor de cada coalición de manera justa entre sus miembros.

En primer lugar, extendemos la noción de estabilidad introducida por [2] y presentamos pruebas alternativas de ciertos resultados utilizando dualidad en programación lineal y la estructura del poliedro $D(\mathcal{K})$.

Cuando $D(M(\mathcal{K}))$ no es un poliedro entero (la familia no es estable) analizamos las operaciones de incorporación/borrado de filas (jugadores) e incorporación/borrado de columnas (coaliciones) de manera de obtener una nueva familia que sea estable, manteniendo propiedades de la familia original. En particular, probamos que la incorporación de jugadores permite obtener una familia estable si y sólo si el grafo asociado a $M(\mathcal{K}_0)$ es perfecto.

Finalmente, analizamos la validez de los resultados obtenidos cuando se permite que un jugador participe en distintos niveles a una coalición, lo cual lleva a estudiar el poliedro $D(\mathcal{K})$ cuando $M(\mathcal{K})$ posee entradas racionales en $[0, 1]$. Una versión completa de este trabajo puede encontrarse en [1].

Trabajo en colaboración con N. Aguilera.

Referencias

- [1] Aguilera N., Escalante M., A polyhedral approach to the stability of a family of coalitions, accesible en <http://www.santafe-conicet.gov.ar/aguilera/papers/estabilidad.pdf>, 2009.
- [2] Boros E., Gurvich V., Vasin A., Stable families of coalitions and normal hypergraphs, *Mathematical Social Sciences*, 34, pp. 107–123, 1997.

Autores: Isabel Méndez, Graciela Nasini y Daniel Severin

Lugar: Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Daniel Severin

Nuevas facetas del poliedro de coloreo equitativo

El *Problema de Coloreo de Grafos* (PCG) consiste en asignar un color a cada vértice de un grafo, utilizando la mínima cantidad de colores posibles

pero de forma tal que vértices adyacentes no compartan el mismo color. Este problema NP-difícil modela una gran cantidad de aplicaciones para las cuales es necesario resolver instancias de gran tamaño. Los algoritmos de *ramificación y corte* (B&C), basados en el estudio poliedral de diferentes modelos de programación lineal entera, se han consolidado como la herramienta más eficiente para este objetivo.

Algunas de las aplicaciones del PCG requieren que la carga de los colores sea repartida en forma equilibrada. En particular, en el *Problema de Coloreo Equitativo de Grafos* (PCEG) los cardinales de las clases de cada color deben diferir a lo sumo en una unidad. Los modelos de programación lineal entera estudiados para el PCG pueden ser adaptados al PCEG modelando adecuadamente las restricciones adicionales de equidad. De esta manera, las desigualdades utilizadas como planos de corte en los algoritmos de B&C para el PCG resultan también desigualdades válidas para el poliedro asociado al modelo del PCEG. Sin embargo, insertos en un algoritmos de B&C para resolver el problema, no mantienen necesariamente la misma eficiencia demostrada para resolver el PCG. Por esta razón, resulta necesario determinar desigualdades válidas propias de este nuevo poliedro, en particular las asociadas a las restricciones de equidad.

A partir del modelo de Méndez- Zabala para el PCG que utiliza variables binarias x_{vj} para modelar cuándo un vértice v tiene asignado el color j y w_j para representar cuándo el color j es utilizado, en este trabajo se modelan las restricciones de equidad necesarias para el PCEG adicionando, por cada color j , las desigualdades

$$w_n + \sum_{k=j}^{n-1} \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor (w_k - w_{k+1}) \leq \sum_{v \in V} x_{vj} \leq w_n + \sum_{k=j}^{n-1} \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil (w_k - w_{k+1}).$$

Dado un conjunto de vértices S y un conjunto de colores C , llamamos CS -desigualdad a la restricción

$$\sum_{j \in C} \sum_{v \in S} x_{vj} + \sum_{v \in V} x_{vn-1} \leq \sum_{k=1}^{n-1} \alpha(k, C, S) (w_k - w_{k+1}) + w_{n-1} + |C|w_n,$$

donde $\alpha(k, C, S)$ es la máxima cantidad de vértices de S que pueden ser pintados con colores de C en un k -coloreo equitativo.

Probamos que una CS -desigualdad es válida para el poliedro del PCEG si y sólo si S no es una clique y se presentan condiciones suficientes y condiciones necesarias para que una CS -desigualdad defina faceta.

Se presentan además condiciones suficientes para que algunas de las familias de desigualdades heredadas del poliedro del coloreo tradicional, como por ejemplo las desigualdades *clique* y *block*, definan facetas.

Autor: Liliana Alcón

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Número asteroidal y clique no separadores

Una *triple asteroidal* en un grafo G es un conjunto de tres vértices tales que entre dos cualesquiera de ellos existe un camino que no contine vecinos del tercero. Las triples asteroidales fueron introducidas por Lekerkerker y Boland para caracterizar los grafos de Intervalo: grafos cordales sin triplas asteroidales.

Walter generalizó el concepto de triple asteroidal para caracterizar distintas subclases de grafos cordales. Un *conjunto asteroidal* es un conjunto de vértices tales que entre dos cualesquiera de ellos existe un camino que no contiene vecinos de los restantes.

El *número asteroidal* de G , denotado $an(G)$, se define como el máximo entre los cardinales de los conjuntos asteroidales de G . El problema de determinar el número asteroidal de un grafo es NP-completo aún cuando se restringe a los grafos planares, 3 conexos, 3- regulares y sin triángulos.

En la clase de los grafos cordales el número asteroidal no está acotado. Sin embargo, existe un algoritmo polinomial para determinar el número asteroidal de un grafo cordal.

Un *completo* es un conjunto de vértices mutuamente adyacentes y un *clique* es un completo maximal respecto de la relación de inclusión. Un conjunto de vértices es *separador* cuando su remoción produce un grafo con mayor cantidad de componentes conexas que el grafo original. La descomposición por completos separadores es una herramienta ampliamente usada en el estudio de distintos problemas de Teoría de Grafos. En particular la descomposición por cliques separadores fue usada por Monma y Wei para caracterizar algunas subclases de los grafos cordales. Nos interesará la cantidad de cliques de G que no son separadores, es decir cuya remoción no desconecta el grafo G .

En este trabajo ofrecemos una simple caracterización de los conjuntos asteroidales máximos de un grafo cordal en base a los cliques que no son separadores.

Como corolario y aplicación del resultado obtenido mostramos una familia de grafos cordales los cuales pueden ser representados como intersección de una familia de subárboles de un árbol con tantas hojas como el número asteroidal del grafo. Esto no siempre es posible, para representar un grafo cordal cualquiera G puede ser necesario utilizar un árbol cuyo número de hojas sea estrictamente mayor que el número asteroidal $an(G)$. Este parámetro de los

grafos cordales - mínimo entre la cantidad de hojas de los árboles donde el grafo se puede representar como intersección de una familia de subárboles - se denomina *leafage* del grafo. Su determinación es un problema abierto de gran interés.

Autores: Mariana Escalante, Javier Marengo y María del Carmen Varaldo
Lugar: CONICET, Universidad Nacional de Gral. Sarmiento, Universidad Nacional de Rosario
Expositor: María del Carmen Varaldo

Planificación por lotes con costos de start-up continuos: avances en su estudio poliedral

Consideramos el problema de planificación por lotes de una máquina que produce un solo tipo de producto en un horizonte de p períodos, $T = \{1, \dots, p\}$. Para cada período $t \in T$, denotamos con $x_t \in [0, 1]$ a la producción. Introducimos costos fijos de producción para cada $t \in T$: *costo de set-up* si hay producción no nula en t y *costo de start-up continuo* si la producción comienza en el período t . Denotamos con y_t y a_t las variables binarias de set-up y de start-up en cada período t . A lo largo de esta síntesis llamamos P al conjunto de las soluciones factibles (x, y, a) .

El concepto de start-up que consideramos no corresponde al estándar (discreto) existente en la literatura como [1, 4]. Un start-up continuo se genera en un período $t \in T$ cuando la producción en t es no nula y la producción en el período $t - 1$ es no saturada (i.e., cuando $x_t > 0$ y $x_{t-1} < 1$). Este concepto aparece en [3], cuando se estudia el problema de minimizar el costo de la energía eléctrica necesaria para la distribución del servicio de agua. No existe en la literatura un análisis poliedral del modelo allí presentado.

En [1] se considera el problema con capacidades y costos de start-up discretos. Si denotamos con Q al conjunto de las soluciones factibles allí descritas, es claro que $P \subsetneq Q$. Allí se presentan familias generales de facetas para Q pero no se conoce una descripción completa de este poliedro.

En este trabajo continuamos con el estudio iniciado en [2]. Hallamos un sistema de ecuaciones minimal para la descripción de P . Incorporamos a las desigualdades halladas en [2] nuevas familias de desigualdades válidas para P y condiciones suficientes sobre las demandas para que éstas definan facetas. Aunque en general las facetas halladas para P no son válidas para Q , algunas de las familias presentadas en [1] para Q también definen facetas para P bajo ciertas condiciones para las demandas. El propósito a futuro es

el diseño de rutinas de separación y algoritmos de corte para el problema de planificación por lotes con capacidades y costos de start-up continuos.

Referencias

- [1] Constantino M., A cutting plane approach to capacitated lot-sizing with start-up costs, *Mathematical Programming*, 75, pp. 353–376, 1996.
- [2] Escalante M., Marengo J., Varaldo M., A polyhedral study of the capacitated lot-sizing problem with continuous start-up costs, *Anales VI ALIO/EURO Workshop on Applied Combinatorial Optimization*, 2008.
- [3] Toledo F., dos Santos M., Arenales M., Selegim P., Logística de distribuição de água em redes urbanas - Racionalização energética, *Notas do ICMC/USP, série computação*, 88, 2007.
- [4] van Hoesel G., Wagelmans A., Wolsey L., Polyhedral characterization of the economic lot-sizing problem with start-up costs, *SIAM Journal of Discrete Mathematics*, 7-1, pp. 141–151, 1994.

Autores: Teresa Braicovich, Claudia Reyes, Raquel Cognigni y Valeria Cerda
Lugar: Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Claudia Reyes

Sobre digrafos (h,j) adjuntos y sus digrafos raíces

Dentro de la adjunción, se consideran los digrafos (h, j) adjuntos, ${}^{h,j}G$, cuyos vértices son los caminos del multidigrafo G (no necesariamente simples) de longitud h y cuya relación de precedencia ${}^{h,j}\sigma$ está definida por: $y \in {}^{h,j}G(x)$ si y sólo si el j -subcamino final de x coincide con el j -subcamino inicial de y (no necesariamente x distinto de y).

Por otro lado, cualquiera sea el conjunto X la relación universal definida en él es de adjunción. En consecuencia, cualquiera sea $\sigma \subseteq X \times X$ la familia de las relaciones de adjunción que contienen a σ es no vacía y de acuerdo a la propiedad que dice: $(G_1 \cap G_2)^* = (G_1)^* \cap (G_2)^*$ resulta que la intersección de todas ellas es también una relación de adjunción que es llamada cápsula adjunta de G .

Los digrafos (h, j) adjuntos coinciden con su cápsula adjunta, o equivalentemente se dice que el grado de adjunción de los digrafos (h, j) adjuntos es 1. Por lo tanto, dado un digrafo se puede determinar, mediante este concepto, si el mismo es de adjunción y en caso de que lo sea, fijar valores de h y de j y

analizar la posibilidad de hallar alguno de los digrafos raíces, se considerarán grafos raíces resumidos, que son aquellos que carecen de vértices aislados, tienen una sola salida y una sola entrada.

Referencias

- [1] G. Chartrand. Graphs and their associated line-graphs. Ph. D. Thesis, Michigan State University (1964).
- [2] R. Chiappa. Palabras circulares equilibradas. Grafos Adjuntos. INMABB. Universidad Nacional del Sur. (1982).

Autores: Pablo De Caria y Marisa Gutierrez

Lugar: Depto. de Matemática, FCE, Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Pablo De Caria

Separadores minimales de vértices de grafos dualmente cordales y caracterizaciones

Dado un grafo G , un *clique* de él es un conjunto maximal (con respecto a la inclusión) de vértices adyacentes de a pares. Se define al *grafo clique* de G , o $K(G)$, como el grafo de intersección de la familia de cliques de G . Por ende, llamaremos *operador clique* a la función que a todo grafo le asigna su grafo clique.

Cuando se evalúa la imagen a través del operador clique de la clase de *grafos cordales* se obtiene una nueva clase que fue bautizada como *grafos dualmente cordales*.

Al igual que los grafos cordales, los grafos dualmente cordales poseen caracterizaciones muy diversas. Por ejemplo, es conocido que un grafo G es dualmente cordal si y sólo si se verifica alguna de las siguientes condiciones [1, 2]:

- (i) G es Helly y $K(G)$ es cordal.
- (ii) Existe un árbol generador T de G tal que todo clique de G induce un subárbol en T .
- (iii) Existe un árbol generador T de G tal que cualquier vértice junto a sus vecinos inducen un subárbol en T .

Nuestro interés ha sido considerar los *separadores minimales* de vértices de un grafo dualmente cordal para responder si a través de ellos se pueden obtener caracterizaciones similares. Y, de hecho, veremos que un grafo es dualmente cordal si y sólo si posee un árbol generador T tal que cualquier separador minimal de dos vértices induce un subárbol de T ; y también que un grafo es dualmente cordal si y sólo si los separadores minimales de dos vértices inducen subgrafos conexos y la familia que ellos integran es tal que satisface la propiedad Helly y su grafo de intersección es cordal.

Referencias

- [1] A. Brandstädt, F. Dragan, V. Chepoi and V. Voloshin. *Dually chordal graphs*. Proceedings of the 19th International Workshop on Graph Theoretic Concepts in Computer Science, Lecture Notes in Computer Science, 790:237-251, 1994.
- [2] M. Gutierrez. *Tree-Clique Graphs*. Estudos e comunicações do Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 63 (1996) 7-26.

Autores: Silvia Bianchi, Mariana Escalante y Ma. Susana Montelar

Lugar: Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Ma. Susana Montelar

Rango de operadores lift-and-project sobre el poliedro de cubrimiento de matrices circulantes

Dada una matriz M de entradas $0, 1$, consideramos el poliedro $Q(M) = \{x \geq 0 : Mx \geq 1\}$. En el caso en que todos los puntos extremos de $Q(M)$ sean enteros, la matriz M se llama *ideal*. El *poliedro de cubrimiento de conjuntos* está definido como la cápsula convexa de las soluciones enteras en $Q(M)$. Por lo tanto, el problema de optimizar una función lineal sobre el poliedro de cubrimiento asociado a una matriz ideal se resuelve en tiempo polinomial, cuando en general es NP-completo. Si bien las matrices ideales no han sido aún completamente caracterizadas, los operadores lift-and-project proveen una forma de clasificar cuán *lejos* de la idealidad se encuentra una matriz $0, 1$. Partiendo de un poliedro $Q \subseteq [0, 1]^n$, estos operadores obtienen la descripción de la cápsula convexa de las soluciones enteras en Q, Q^* , a través de a lo sumo n iteraciones. En general, se define el *rango* de un operador, partiendo de la relajación Q , como el menor número de iteraciones necesarias para obtener Q^* . Lovász y Schrijver [2] introdujeron dos procedimientos lift-and-project,

N y N_+ . Mientras que el operador N obtiene en cada iteración una relajación poliedral, el operador N_+ combina restricciones lineales con restricciones no lineales provenientes del cono de las matrices semidefinidas positivas. Por otra parte, Balas, Ceria y Cornuéjols presentan en [1] el operador disyuntivo, otro operador lift-and-project, que se distingue de los anteriores por preservar la estructura combinatoria del problema original. Si denotamos con $r_D(Q)$, $r(Q)$ y $r_+(Q)$ los rangos de los operadores disyuntivo, N y N_+ , respectivamente, éstos verifican la siguiente relación $r_+(Q) \leq r(Q) \leq r_D(Q)$.

En este trabajo analizamos el comportamiento de los operadores disyuntivo, N y N_+ sobre la relajación del poliedro de cubrimiento asociado a matrices circulantes C_n^k . Dados $n, k \geq 2$, C_n^k es la matriz con n columnas cuyas filas son los vectores de incidencia de los conjuntos $\{i, i+1, \dots, i+k-1\}$ para $i \in \{1, \dots, n\}$, donde $2 \leq k \leq n-2$ y la suma es módulo n .

Más aún, probamos que, si $s, k \geq 2$,

$$r_+(Q(C_{sk+1}^k)) = r(Q(C_{sk+1}^k)) = r_D(Q(C_{sk+1}^k)) = k - 1.$$

Además, como las matrices C_{sk+1}^k resultan menores de la mayoría de las matrices circulantes, este último resultado provee cotas para los respectivos rangos de relajaciones lineales de los poliedros de cubrimiento de matrices más generales.

Referencias

- [1] Balas, E., S. Ceria, and G. Cornuéjols, *A lift-and-project cutting plane algorithm for mixed 0-1 programs*, *Mathematical Programming* 58 (1993), 295–324.
- [2] Lovász, L. and A. Schrijver, *Cones of matrices and set-functions and 0-1 optimization*, *SIAM Journal of Optimization* 1 (1991), 166–190.

Conferencia Invitada

Fernando Ordoñez

University of Southern California, EE.UU.

Algoritmos aproximados y heurísticas para la programación de anuncios
personalizados

El envío de anuncios comerciales personalizados a cada televidente es el próximo gran desafío del marketing. En este trabajo proponemos un modelo

para la asignación de anuncios comerciales a televidentes que busca maximizar los ingresos por advertising.

La asignación de anuncios consiste en la decisión de qué anuncios se deben transmitir y también cómo estos deben ser asignados a los televidentes.

El problema se formula como una versión del Generalized Multi-Assignment Problem, que a su vez es una extensión del Generalized Assignment Problem. Utilizando una reducción del problema de partición demostramos que el problema de programación de anuncios es NP-hard.

Presentamos algoritmos de aproximación con garantías de optimalidad y heurísticas para resolver instancias representativas de problemas propuestos por nuestros colaboradores en la industria. Los resultados computacionales muestran que la mejor heurística encontrada obtiene consistentemente un 98% mejorando lo obtenido por la mejor solución entregada por CPLEX, en particular cuando el problema crece.

Trabajo en colaboración con S. Kraus y R. Adany.

Autores: Nicolás Kepes, Liliana Alcón y Marisa Gutierrez

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Nicolás Kepes

Sobre Representaciones de Grafos Loop Propios

Muchos problemas relativos al ADN pueden ser modelados usando grafos de intervalos. Sin embargo, los grafos de intervalos no toman en cuenta las estructuras repetidas en la molécula de ADN. Los grafos Loop fueron introducidos para modelar el problema de mapeo del ADN cuando aparecen *probes* repetidas, reformulando la definición de intersección entre intervalos. La clase de grafos Loop contiene a la Clase de grafos de intervalos y a la clase de grafos Arco-Circulares.

En un trabajo previo se caracterizaron a los Árboles que son Grafos Loop Propios.

En este trabajo se presentarán condiciones necesarias para que un grafo pertenezca a la clase de los Grafos Loop Propios. Tales propiedades se derivan del análisis de las posibles representaciones propias de intervalos sobre el Loop.

Por otra parte se obtienen propiedades de descomposición para grafos que pertenecen a una subclase de los Grafos Loop Propios Helly con un vértice de corte.

Referencias

- [1] Liliana Alcón, Márcia R. Cerioli, Celina M.H. de Figueiredo, Marisa Gutierrez, João Meidanis. *Tree loop graphs*, Discrete Applied Mathematics, 2007.

Autores: Clara Betancur Velasquez, Flavia Bonomo e Ivo Koch

Lugar: CONICET y Depto. de Computación, FCEyN -UBA

Expositor: Ivo Koch

The b-coloring problem on P_4 -tidy graphs

Un *coloreo* en un grafo es una asignación de colores a sus vértices de manera tal que vértices adyacentes reciban colores distintos. El *número cromático* de un grafo G , denotado por $\chi(G)$, es el mínimo número t tal que G admite un coloreo con t colores.

Dado un coloreo cualquiera de un grafo con un conjunto \mathcal{C} colores y un vértice del mismo, dicho vértice se puede re-colorear sin afectar el resto del grafo siempre que exista un color en \mathcal{C} no utilizado por sus vecinos. Si existe un color c en \mathcal{C} tal que todos los vértices de color c pueden ser re-coloreados de esta manera, habremos obtenido un coloreo de G con colores en el conjunto $\mathcal{C} - \{c\}$. Un *b-coloreo* de un grafo es un coloreo en el cual toda clase color admite un vértice que es adyacente a por lo menos un vértice de cada una de las otras clases. El *número b-cromático* de un grafo G , denotado por $\chi_b(G)$, es el máximo número t tal que G admite un b-coloreo con t colores. Es decir, la diferencia entre $\chi_b(G)$ y $\chi(G)$ mide qué tan lejos del óptimo puede estar un coloreo que no se puede reducir con el procedimiento antes mencionado. Se conocen ejemplos donde esa diferencia es arbitrariamente grande, y eso da lugar a decir que un grafo es *b-perfecto* si $\chi_b(H) = \chi(H)$ para todo subgrafo inducido H de G . Los grafos b-perfectos no necesariamente son perfectos, pero se puede encontrar un coloreo óptimo de los mismos en tiempo polinomial, aplicando sucesivamente dicho procedimiento.

Por lo mencionado previamente, un coloreo de G con $\chi(G)$ colores es siempre un b-coloreo. Un grafo G es *b-continuo* si admite un b-coloreo con t colores, para todo t entre $\chi(G)$ y $\chi_b(G)$. No todo grafo es b-continuo, pero esta propiedad permite, por ejemplo, argumentar que $\chi_b(G) < t$ exhibiendo un coloreo de G con t colores y demostrando que no existe un b-coloreo con exactamente esa cantidad de colores. Otra propiedad natural del coloreo que no se verifica usualmente en el b-coloreo es la monotonía respecto de

los subgrafos inducidos. Un grafo G es b -monótono si $\chi_b(H_1) \geq \chi_b(H_2)$ para todo subgrafo inducido H_1 de G y todo subgrafo inducido H_2 de H_1 .

Los grafos b -perfectos restringidos a la clase de grafos P_4 -sparse fueron caracterizados en [2]. En un trabajo reciente [1] se presentó un algoritmo polinomial para b -coloreo en grafos P_4 -sparse (el problema en general es NP-completo) y se probó que los grafos en dicha clase son b -continuos y b -monótonos. En este trabajo extendemos estos resultados (b -perfección, b -continuidad, b -monotonía, algoritmo) a la clase de grafos P_4 -tidy.

Referencias

- [1] F. Bonomo, G. Durán, F. Maffray, J. Marengo, and M. Valencia-Pabon, On the b -coloring of cographs and P_4 -sparse graphs, *Graphs and Combinatorics* 25(2) (2009), 153–167.
- [2] C. T. Hoàng and M. Kouider, On the b -dominating coloring of graphs, *Discrete Applied Mathematics* 152 (2005), 176–186.

Conferencia Invitada

Javier Marengo

Universidad Nacional de General Sarmiento

Diseño de fixtures deportivos con parejas de equipos

Los problemas de diseño de fixtures para ligas deportivas constituyen una clase muy interesante de problemas de optimización combinatoria, que en los últimos años ha planteado importantes desafíos teóricos y computacionales. En este tipo de problemas habitualmente se contemplan requerimientos económicos, logísticos y deportivos, que hacen que su resolución computacional resulte muy difícil.

Cuando el formato de la liga admite que los equipos jueguen varios partidos seguidos de visitante, entonces las distancias de viaje juegan un papel preponderante en el diseño del fixture. Una práctica habitual en este contexto es intentar minimizar las distancias totales recorridas por todos los equipos a lo largo de la liga, como una medida del costo global en conceptos de transporte.

En esta charla se considera una variación del traveling tournament problem que se utiliza en algunas ligas deportivas cuyos equipos se encuentran dispersos en un área geográfica grande, y que consiste en agrupar los equipos

en parejas de equipos cercanos entre sí. Los partidos se juegan de a pares de partidos en fechas cercanas, de manera tal que en cada par de partidos los equipos de una pareja visitan a los equipos de la otra pareja, jugando los cuatro partidos posibles entre ellos. Este esquema simplifica el armado del fixture y contribuye a la gestión adecuada de las distancias de viaje, aunque no garantiza por sí mismo que las distancias del fixture obtenido sean cercanas al mínimo.

Un problema fundamental que se debe resolver antes de confeccionar un fixture de estas características es el diseño de las parejas de equipos, de modo tal que las parejas obtenidas afecten positivamente a las distancias de viaje del fixture resultante. Una mala elección de parejas podría generar fixtures con distancias totales de viaje muy grandes, y por este motivo el diseño de las parejas de equipos pasa a ser un elemento importante de todo el proceso.

En esta charla se analizan distintas formas de modelar este problema por medio de formulaciones de programación lineal entera, de acuerdo con los aspectos del problema que se simplifican en el modelado. Para este problema, se observa un interesante balance entre la precisión en el modelado y las posibilidades de resolución en la práctica de los modelos resultantes. Se presentará el estado actual de resolución de este problema, se analizará el conocimiento actual de los poliedros asociados con algunas de las formulaciones propuestas, y se plantearán algunos problemas abiertos.

Trabajo en colaboración con F. Bonomo, G. Durán y D. Saban.

Conferencia Invitada
Esteban Feuerstein
Universidad Nacional de General Sarmiento

Sobre la publicidad en los motores de búsqueda y la utilización de herramientas de optimización

La venta de publicidad asociada a los resultados de las búsquedas o a los contenidos de una página se ha convertido en la mayor fuente de ingresos de las principales empresas del sector, y su importancia relativa continúa creciendo. El esquema más frecuentemente utilizado en ese contexto es el de un conjunto de anunciantes que compiten por la asignación de un conjunto limitado de "slots" de publicidad, y pagan al editor cuando un usuario "clickea" en su aviso.

Las características particulares de esta actividad han motivado el surgimiento de muchos e interesantes problemas abordables desde distintas disciplinas

como la informática, la optimización, la economía y hasta la sociología, en forma mono o multidisciplinaria. Las decisiones acerca de cuántos y cuáles avisos elegir, en qué orden mostrarlos, cómo y cuánto cobrarlos, abren un amplio campo de investigación que vincula las disciplinas mencionadas, en la búsqueda de mecanismos que permitan satisfacer los intereses de los distintos actores involucrados (editores, anunciantes y usuarios), con propiedades de eficiencia y practicidad adecuadas a las características de la aplicación (masividad, velocidad de respuesta requerida, etc.).

En esta charla recorreremos brevemente algunos de los problemas que aparecen, y más brevemente a algunas formas de solucionarlos, vinculadas con la utilización de programación matemática y otras técnicas de optimización combinatoria.

Autores: María Patricia Dobson, Valeria Leoni y Graciela Nasini

Lugar: FCEIA, Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Valeria Leoni

Un algoritmo lineal para el problema del k -empaquetamiento limitado en grafos árboles

En este trabajo estudiamos un problema de optimización que modela una gran cantidad de escenarios, asociados a la ubicación de ciertos elementos necesarios pero “poco atractivos”, como pueden ser cámaras de vigilancia o contenedores de basura.

Consideramos un grafo G cuyos vértices corresponden al conjunto de posibles ubicaciones de los elementos considerados y cuyas aristas modelan la “vecindad” entre estas ubicaciones. Dado un entero no negativo k , estamos interesados en subconjuntos de vértices de este grafo, como conjuntos de posibles ubicaciones de los elementos, tales que, para todo vértice v , el número de elementos instalados en su vecindad cerrada (v junto con sus vértices adyacentes) no exceda k .

Galant et al. [1] llaman a estos conjuntos *k -empaquetamientos limitados* del grafo y denotan con L_k al tamaño de un k -empaquetamiento limitado de máxima cardinalidad.

Un *conjunto dominante* en G es un subconjunto D de vértices tal que todo vértice de G pertenece a la vecindad cerrada de algún elemento de D . Denotamos con γ al número de dominancia de G , esto es, el tamaño de un conjunto dominante de mínima cardinalidad.

Mediante el uso de argumentos combinatorios, Galant et al. en [1] prue-

ban que para todo entero k , $L_k \leq k\gamma$ y focalizan su estudio en el problema de caracterizar a los grafos árboles que satisfacen $L_2 = 2\gamma$. Muestran que cualquiera de estos árboles puede ser contruido a partir de un vértice, por medio de la aplicación sucesiva de ciertas operaciones en grafos. Sin embargo, la aplicación de dos de estas operaciones requiere conocer previamente si un vértice está en algún 2-empaquetamiento limitado de máxima cardinalidad del árbol sobre el cual se realiza la operación. De esta manera, la implementación de un algoritmo de reconocimiento basado en esta caracterización sería, desde el punto de vista de la complejidad computacional, al menos tan difícil como calcular L_2 , problema que no es analizado en el trabajo mencionado.

Haciendo uso de resultados relacionados con matrices totalmente balanceadas [2], puede probarse que en grafos árboles, γ y L_k , cualquiera sea k , pueden ser calculados en tiempo $O(n^3)$, donde n es la cantidad de vértices del grafo.

En este trabajo presentamos un algoritmo que calcula L_k en tiempo lineal sobre grafos árboles, cualquiera sea k . Por medio de una simple adaptación del mismo, probamos que decidir si un grafo árbol verifica $L_k = k\gamma$ también puede realizarse en tiempo lineal.

Referencias

- [1] Gallant R., G. Gunther, B. Hartnell, D. Rall, *Limited Packings in graphs*, Elec Notes in Disc Math 30 (2008), 15–20, y por aparecer en Disc Ap Math.
- [2] Farber M., *Domination, independent domination, and duality in strongly chordal graphs*, Discrete Ap Math 7 (1984), 115–130.

Conferencia Invitada

Franco Robledo

Universidad de la República, Uruguay

Optimización de costos bajo diseño robusto en redes multi-overlay

Fibras ópticas, transporte óptico (DWDM), transporte TDM (SDH), redes ATM, IP y MPLS, con distintos grupos de operación brindándose servicios entre sí, son diferentes clases de redes. Los overlays tanto tecnológicos (distinto tipo de equipos) como administrativos (distintos grupos de operación),

son una realidad instaurada desde hace un buen tiempo en las redes.

Ya sea por razones históricas, conveniencia organizacional (distintos negocios de una misma empresa que se arriendan recursos entre sí), justificación económica (una empresa que arrienda recursos de otra de mayor escala o penetración) o imposición regulatoria, esta realidad está presente y debemos acostumbrarnos a pensar que las redes se brindan servicios entre sí.

Este trabajo da una propuesta para resolver el problema de como interconectar los nodos de una red existente, haciendo uso de recursos de un overlay inferior, en forma robusta y a costo óptimo. Conexión robusta significa que la falla simple en cualquier elemento de la capa inferior no deje in-operativo ningún servicio de la red.

El problema planteado es de la clase NP-Hard. De hecho, casos particulares del mismo cumplen ser problemas NP-Complejos. Modelamos el problema como un Problema de Programación Matemática Lineal Entera Binaria resuelto vía Branch-Bound. Además, diseñamos una heurística basada en GRASP para su resolución.

Trabajo en colaboración con C. Risso.

Referencias

- [1] M. Baiou, Le problème du sous-graphe Seiner 2-arête connexe: approche polyédrale. PhD thesis, Université de Rennes I, France, 1996.
- [2] M. Didi Biha, Graphes k-arête connexes et polyèdres, PhD thesis, Université de Rennes I, France, 1998.
- [3] F. Robledo, GRASP heuristics for Wide Area Network design, PhD. thesis, Université de Rennes I, France, 2005.

Autores: D. Cartwright, M.A. Cueto y E. Tobis
Lugar: FCEyN - Universidad de Buenos Aires y UC Berkeley
Expositor: Enrique Tobis

Una caracterización de conjuntos independientes máximos en grafos de de Bruijn

Dados dos enteros positivos d y D , el grafo de de Bruijn $B(d, D)$ es el grafo dirigido que tiene como nodos todas las palabras de longitud D y letras en el alfabeto $\{0, \dots, d-1\}$. Hay un eje de $x = x_1 \dots x_D$ a $y = y_1 \dots y_D$ si, y sólo si, $x_2 \dots x_D = y_1 \dots y_{D-1}$. Estos grafos fueron introducidos en [1].

El grafo $B(d, D)$ tiene d nodos de la forma $xx \dots xx$, que tienen un eje hacia ellos mismos. Llamamos a estos nodos *loops*. En este trabajo, estudiamos la estructura de los conjuntos independientes máximos de la familia de grafos $B(d, 3)$. Como los loops no pueden estar presentes en ellos, los llamamos conjuntos independientes máximos *sin loops*. Estos conjuntos son exactamente los comma-free codes de longitud 3, introducidos para intentar explicar el código genético [2, 4, 3].

Siguiendo la literatura (por ejemplo, [5] y [6]), estudiamos también los conjuntos independientes máximos del grafo $B(d, 3)$ sin los ejes $xx \dots xx \rightarrow xx \dots xx$. Mostramos que todos contienen loops. Siguiendo la notación de [6], escribimos $\alpha(d, D)$ para el tamaño de un conjunto independiente máximo con loops, y $\alpha^*(d, D)$ para el equivalente sin loops.

En [6] se da una fórmula para el tamaño de un conjunto independiente máximo de $B(d, 3)$. En el presente trabajo, definimos cuatro funciones que, junto con la acción del grupo simétrico, permiten obtener *todos* los conjuntos independientes máximos en forma recursiva. A partir de ellas, encontramos una recursión para la *cantidad* de conjuntos independientes máximos. Además, mostramos que esta cantidad coincide con la de conjuntos independientes máximos *sin loops*, dando una biyección explícita entre estos y aquéllos

Referencias

- [1] Nicolaas Govert de Bruijn. A combinatorial problem. *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, 49:758–764, 1946.
- [2] Solomon Wolf Golomb, Basil Gordon, and L. R. Welch. Comma-free codes. *Canadian Journal of Mathematics*, 10(2):202–209, 1958.

- [3] Solomon Wolf Golomb, Betty Tang, and Ronald Lewis Graham. A new result on comma-free codes of even word-length. *Canadian Journal of Mathematics*, 39(3):513–526, June 1987.
- [4] B. H. Jiggs. Recent results in comma-free codes. *Canadian Journal of Mathematics*, 15:178–187, 1963.
- [5] Yosuke Kikuchi and Yukio Shibata. On the independent set of de Bruijn graphs. In *Topics in Applied and Theoretical Mathematics and Computer Science*, pages 117–128. WSEAS Press, 2001.
- [6] Nicolas Lichiardopol. Independence number of de Bruijn graphs. *Discrete Mathematics*, 306(12):1145–1160, 2006.

Autores: Marina Groshaus y Leandro Montero

Lugar: Depto. de Computación, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Leandro Montero

Reconocimiento lineal de grafos divergentes bajo el operador biclique

Un grafo $G = (V, E)$ está formado por un conjunto V de vértices, y un subconjunto E de aristas. Un subgrafo G' de G es un grafo $G' = (V', E')$, donde V' es un subconjunto de V , y E' , subconjunto de E . Cuando $E' = V' \times V' \cap E$, se dice que $G' = (V', E')$ es un subgrafo inducido de G . Un grafo $G = (V, E)$ se dice bipartito cuando $V = U \cup W$, $U \cap W = \emptyset$, y $E \subseteq U \times W$. Un grafo $G = (V, E)$ es un grafo completo si toda arista (v, w) pertenece a E . Dado un grafo G , una biclique B es un subgrafo inducido bipartito completo maximal de G .

Dada una familia de conjuntos \mathcal{H} , el grafo de intersección de \mathcal{H} es el grafo que contiene como conjunto de vértices, a los conjuntos de \mathcal{H} , y existe una arista entre dos conjuntos de \mathcal{H} , $E, F \in \mathcal{H}$ cuando E y F se intersecan.

El grafo biclique de G , $KB(G)$, es el grafo de intersección de las bicliques de G .

Se dice que un grafo diverge, (converge o cicla) bajo un operador H si $\lim_{k \rightarrow \infty} V(H^k(G)) = \infty$ (resp. $\lim_{k \rightarrow \infty} H^k(G) = H^m(G)$, para algún m).

Recientemente se ha caracterizado el comportamiento de un grafo bajo el operador "biclique". En particular, se probó que $\lim_{k \rightarrow \infty} V(KB^k(G))$ o $\lim_{k \rightarrow \infty} H^k(G) = K_3$ o $\lim_{k \rightarrow \infty} H^k(G) = K_1$. También se caracterizaron los grafos convergentes y divergentes bajo el operador biclique. Por otro lado, se probó que el problema de decidir el comportamiento de un grafo bajo el operador biclique es polinomial presentando un algoritmo de complejidad $O(n^4)$.

En este trabajo probamos, en primer lugar, que si un grafo posee al menos 7 bicliques, entonces diverge bajo el operador biclique. Por otro lado, probamos que un grafo con al menos 13 vértices no mellizos contiene al menos 7 bicliques y por lo tanto diverge bajo el operador biclique. En base a estos resultados presentamos un algoritmo de complejidad lineal para decidir el comportamiento de un grafo bajo el operador biclique, mejorando el algoritmo ya existente.

Autores: Amalia Guaymas Canavire y Margarita Ruiz

Lugar: FCE, Universidad Nacional de Salta

Expositor: Amalia Guaymas Canavire

Un algoritmo HBMO para el Problema de P-Mediana Capacitada

El siguiente trabajo consiste de un algoritmo basado en la metaheurística HBMO para el problema de la P-Mediana Capacitada (CPMP). Dado un conjunto de n puntos, cada uno de ellos con una demanda conocida, Capacitated P-Median Problem consiste en encontrar p medianas las cuales serán centroides de sus conjuntos respectivos de forma tal de minimizar la distancia total entre los puntos asignados a los conjuntos y sus respectivas medianas tal que la capacidad de cada conjunto no sea violada.

Los problemas de localización han sido aplicados en diferentes áreas económicas tales como telecomunicaciones, transporte, planificación y problemas de distribución. Entre otras aplicaciones de casos reales, podemos mencionar el problema de localización de farmacias en Australia (Kaiser, 2000), localización de plantas para el tratamiento de residuos peligrosos (Emek and Kara, 2005), entre otros.

Propuesto por Abbas(2001), Honey Bees Mating Optimization es una reciente metaheurística basada en el comportamiento social de las abejas durante la reproducción. Una colonia de abejas se compone de una o más abejas reinas, cientos de abejas obreras y miles de zánganos. Los zánganos persiguen a la abeja reina con el fin de aparearse con la misma. Durante el vuelo reproductivo, la abeja reina puede reproducirse con uno o varios zánganos. Las nuevas crías de la colonia se forman con el código genético de la reina y de los zánganos que pudieron aparearse con la reina. Las abejas obreras se encargan del cuidado de las nuevas crías, de las cuales puede surgir la nueva reina de la población. HBMO ha sido aplicado exitosamente entre otros, en problemas de Clustering, Ruteo de Vehículos y Optimización No Lineal (Fathian et al. (2007), Marinakis et al. (2008), Karaboga (2005)).

Para la resolución de CPMP con HBMO, se ha utilizado el Algoritmo de Graham (1960) para la obtención de la solución inicial, la asignación de los puntos a conjuntos mediante el criterio de la Urgencia (Ghoseiri et al., 2007) y el método de Path Relinking (Glover and Laguna, 1998) para la intensificación y diversificación en la búsqueda de mejores soluciones.

El algoritmo propuesto fue evaluado usando varias instancias de prueba de libería OR-Library. Los resultados de las pruebas han sido competitivos en términos de soluciones alcanzadas y tiempo computacional.

Conferencia Invitada
María Cristina Maciel
Universidad Nacional del Sur

Un algoritmo de Optimización no lineal basado en Regiones de Confianza y Filtros no monótonos

Un algoritmo basado en la estrategia de región de confianza para el problema de programación no lineal con restricciones de igualdad y de caja es presentado. Dos aspectos distinguen al algoritmo: el paso de prueba es caracterizado por el comportamiento no monótono de sus componentes normal y tangencial. Estas son calculadas por medio del método de gradiente espectral. Otra característica del algoritmo es que el paso de prueba para su aceptación es evaluado por medio de un filtro, el cual es construido siguiendo una estrategia no monótona que resulta una generalización de la condición de Cauchy usada en los algoritmos de región de confianza así como de la búsqueda lineal no monótona propuesta por Grippo, Lampariello y Lucidi.

Las propiedades del paso, la construcción del filtro y la hipótesis de Lipschitz continuidad de los gradientes de la función objetivo y de las restricciones permiten establecer convergencia global del algoritmo. El algoritmo ha sido codificado en FORTRAN y resultados numéricos que muestran su comportamiento son presentados.

Conferencia Invitada
Elvio Pilotta
Universidad Nacional de Córdoba

Métodos de restauración inexacta en optimización oontinua y aplicaciones

Los métodos de restauración inexacta fueron introducidos en los últimos años para resolver problemas de programación no lineal. Si bien estos métodos tienen ciertas similitudes con los clásicos métodos de restauración y con los métodos de programación cuadrática secuencial, difieren también en modo sustancial. Cada iteración de estos métodos determina, mediante dos fases, una nueva aproximación.

En la primera (Restauración) se busca un punto más factible. En la segunda (Minimización) se busca obtener un descenso en la función objetivo (o su Lagrangiano) en un conjunto tangente aproximado. El progreso en cada iteración se puede medir usando funciones de mérito o filtros.

La teoría de convergencia hace posible utilizar diferentes algoritmos para realizar la Restauración así como también para resolver el subproblema de minimización. Esta es una característica muy atractiva pues permitiría aprovechar de manera eficiente la estructura del problema. La buena performance de estos métodos dependerá de los algoritmos utilizados para resolver cada uno de los subproblemas. La filosofía de estos métodos sugiere realizar formulaciones e implementaciones *ad hoc* para cada tipo de problema.

En esta presentación estamos principalmente interesados en mostrar algunas adaptaciones recientemente realizadas y estudiadas de estos métodos, entre otras, para: optimización en dos niveles en problemas de optimización topológica, problemas de control óptimo, optimización del valor ordenado para aplicaciones en economía y estimación de parámetros.

Autores: María Belén Arouxet, Nélica Echebest y Elvio Pilotta
Lugar: FCE, Universidad Nacional de La Plata - FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: María Belén Arouxet

Estrategias de restricciones activas en el método de Powell para optimización sin derivadas

Los métodos de optimización sin derivadas, como el Algoritmo NEWUOA [2], han sido diseñados para resolver problemas de optimización no lineales

en donde las derivadas de la función objetivo no están disponibles. Formalmente, consideramos un problema de minimización irrestricto donde la función objetivo es una función suave, de varias variables, no lineal y acotada inferiormente y cuyas derivadas no son prácticamente calculables.

NEWUOA [2] minimiza una interpolación cuadrática de la función objetivo usando estrategias de regiones de confianza, la cual requiere la resolución sucesiva de subproblemas cuadráticos con restricciones de cajas, mostrándose como el más eficiente, para problemas suaves, entre la clase de los métodos sin derivadas, como se puede apreciar en Moré and Wild [2].

En el presente trabajo, nuestra propuesta consiste en combinar NEWUOA con un método de conjuntos activos para resolver el subproblema cuadrático con restricción de caja. En el método de conjuntos activos, el dominio es dividido en caras disjuntas y en cada iteración se aplica gradiente espectral proyectado (SPG) para evaluar cuándo abandonar la cara explorada y, de ser necesario, buscar una nueva cara para explorar.

SPG[?] es un algoritmo desarrollado para resolver problemas a gran escala con restricciones, el cual ha demostrado tener éxito cuando las proyecciones sobre el posible conjunto son fáciles de calcular.

Realizamos los experimentos numéricos utilizando un conjunto de problemas de prueba [?] y comparamos NEWUOA contra nuestra implementación.

Referencias

- [1] E. G. Birgin and J. M. Martínez, *Large-scale active-set box-constrained optimization method with spectral projected gradients*, Computational Optimization and Applications, 23, pp. 51–70, 2002.
- [2] M. J. D. Powell, *The NEWUOA software for unconstrained optimization without derivatives*, in Large Scale Nonlinear Optimization, G. Di Pillo and M. Roma, eds., Springer, Netherlands, pp. 255–297, 2006.

Autor: Graciela Yasmín Farés

Lugar: Universidad Nacional de Cuyo

Estabilidad de Conjuntos de Nivel de Funciones Convexo-Abstractas

Muchos problemas de optimización no pueden ser resueltos por los métodos clásicos de Programación Matemática. La Convexidad Abstracta nos brinda una herramienta que nos permite representar a funciones de una naturaleza bastante complicada como la envolvente superior o la envolvente inferior

de un conjunto de funciones bastantes simples. Se presentan algunos resultados obtenidos al estudiar la estabilidad de conjuntos de nivel superior de una función finito-valuada creciente y cóncava a lo largo de rayos definida sobre el cono positivo en el espacio euclídeo n dimensional (CCR). Algunos de estos resultados son en algún sentido similares a aquellos estudiados y probados para funciones crecientes y convexas a lo largo de rayos. Se dan condiciones en relación a la estabilidad con respecto a la consistencia, existencia de soluciones estrictas y la propiedad de regularidad métrica. La propiedad de regularidad métrica nos da una estimación de la distancia que separa a un punto x de ser solución de un problema de optimización. Nuestro estudio se centra fundamentalmente en aplicar este concepto de regularidad métrica a la estabilidad de las funciones anteriormente mencionadas.

Autores: M. Goberna(1), A. Lancho(2), M.I. Todorov(2) (3) y V.N. Vera de Serio(4)

Lugar: (1)Universidad de Alicante, España. (2)UDLA, Puebla, México. (3)IMIBAS, Sofia, Bulgaria. (4)FCE-ICB, Universidad Nacional de Cuyo

Expositor: Virginia Vera de Serio

Sistemas semi-infinitos lineales localmente acotados

Diferentes conceptos de restricciones activas extendidas proveen información local útil sobre el conjunto solución de sistemas semi-infinitos lineales y también sobre el conjunto optimal en programación semi-infinita lineal (LSIP). En estos casos siempre bajo el supuesto de que los vectores de las restricciones forman un conjunto acotado. En el presente trabajo se muestra que esta condición global puede ser reemplazada por una condición local más débil. En programación lineal ordinaria el conjunto de índices activos en un punto factible \bar{x} contiene casi toda la información relevante en dicho punto \bar{x} , sin embargo en LSIP no es así, se debe considerar también la situación en puntos en un entorno del punto \bar{x} . En este trabajo se define el concepto de restricción γ -activa y se utiliza el mismo para introducir el concepto de sistema semi-infinito lineal localmente acotado; se caracteriza el interior del conjunto factible para cierta subclase de sistemas localmente acotados y se discuten tests para determinar la optimalidad y también la unicidad fuerte de soluciones optimales en LSIP.

Autor: Liliana Zaragoza
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo

Epiconvergencia de funciones. Una aplicación a problemas de estabilidad

La estabilidad en problemas de optimización con respecto a perturbaciones se analiza a partir de funciones convexas. Una función se considera convexa si su epígrafo es un conjunto convexo.

La convergencia de funciones es estudiada en términos de la convergencia de sus epígrafos. La elección es motivada por el hecho de pretender aplicarla a problemas de minimización. Estudio similar, puede realizarse con los hipógrafos y maximización. En el trabajo se utiliza la convergencia de conjuntos en el sentido de Painlevé-Kuratowski.

Dado un espacio métrico X , identificaremos a una función semicontinua inferiormente definida sobre X con su epígrafo, un subconjunto cerrado de $X \times R$. El espacio $X \times R$ es un espacio topológico con la topología producto.

Dada una convergencia sobre el conjunto de todos los subconjuntos cerrados de X , $c(X)$, f_n converge a f es equivalente a que $\text{epi } f_n$ converge a $\text{epi } f$ en $c(X \times R)$.

En estas condiciones se pueden probar algunos resultados:

1. Sean f, f_1, \dots funciones semicontinuas inferiormente de X a los reales extendidos. Las siguientes proposiciones son equivalentes:
 - i) $\text{Li } \text{epi } f_n$ contiene al $\text{epi } f$ (Li es el límite inferior P-K)
 - ii) Cualquiera sea x de X tal que existe x_n que converge a x , $\limsup f_n(x_n)$ es menor o igual que $f(x)$.

2. Sean f, f_1, \dots funciones semicontinuas inferiormente de X a los reales extendidos y supóngase que f_n converge a f . Entonces:
 - i) $\limsup(\inf f_n)$ es menor o igual que $\inf f$
 - ii) si x_k minimiza a f_{n_k} y x_k converge a x entonces x minimiza a f y $\liminf f_{n_k} = \inf f$.

Autores: Pablo Ochoa(1) y Virginia N. Vera de Serio(1) (2)

Lugar: (1)ICB, Universidad Nacional de Cuyo. (2)FCE, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Pablo Ochoa

Estabilidad de la partición primal-dual en LSIP

Se consideran problemas de programación lineal semi-infinita en \mathbb{R}^n de la forma

$$P : \inf c'x, \quad \text{sujeto a } a'_t x \geq b_t, \quad t \in T,$$

donde T es un conjunto de índices (finito o infinito, al cual no se le exige estructura topológica alguna), c y x son elementos de \mathbb{R}^n y a_t y b_t son los valores en el punto t de las aplicaciones $a : T \rightarrow \mathbb{R}^n$, $b : T \rightarrow \mathbb{R}$. El correspondiente problema dual de Haar de P es

$$D : \sup \sum_{t \in T} \lambda_t b_t, \quad \text{sujeto a } \sum_{t \in T} \lambda_t a_t = c, \quad \lambda \in \mathbb{R}_+^{(T)},$$

en donde se considera como espacio de variables el espacio lineal $\mathbb{R}_+^{(T)}$ de todas las funciones $\lambda : T \rightarrow \mathbb{R}_+$, tal que $\lambda_t = 0$ para todo $t \in T$ excepto para un número finito de índices. El conjunto de índice T y la dimensión n se consideran fijos y se admiten perturbaciones arbitrarias de los datos a , b y c , las cuales, en conjunto, constituyen el espacio de parámetros. Sobre este espacio se introduce una pseudométrica que mide el tamaño de las perturbaciones e induce una topología en dicho espacio. Clasificando a cada uno de los problemas P y D en consistentes acotados, consistentes no acotados e inconsistentes, se obtiene la partición primal-dual del espacio de parámetros. En este trabajo se intenta caracterizar la estabilidad de cada estado de dualidad estudiando el interior topológico de cada uno de ellos. Se han obtenido condiciones necesarias y condiciones suficientes sobre este interior topológico, generalizando resultados previos referentes a sistemas continuos, mostrando algunas diferencias en el contexto general, donde T puede no poseer estructura topológica alguna y consecuentemente las funciones a y b no son necesariamente continuas.

Conferencia Invitada
Laura Schuverdt
Universidad Nacional de La Plata

Condiciones de Optimalidad y de Calidad en Optimización no lineal

Condiciones de optimalidad son condiciones necesarias para que un punto sea un minimizador local de un problema de programación no lineal. Para problemas con restricciones, la mayoría de estas condiciones están asociadas a las denominadas condiciones de calidad. Si un minimizador local cumple alguna condición de calidad entonces ese punto cumple la conocida condición de Karush-Khun-Tucker (KKT). Condiciones del tipo KKT son útiles para analizar la convergencia de algoritmos de programación no lineal.

Las condiciones de calidad y de optimalidad pueden ser de primer orden o de segundo orden según la cantidad de derivadas que se consideren en el problema general. Condiciones de calidad de primer orden son aquellas que implican que un minimizador local cumple la condición KKT. Condiciones de calidad de segundo orden son aquellas que implican que el Hessiano de la función de Lagrange es semidefinido positivo en algún espacio tangente.

En este trabajo presentamos las condiciones de calidad de primer y segundo orden más utilizadas en la literatura, mostramos las relaciones que existen entre ellas y analizamos algunas cuestiones abiertas relacionadas.

Autor: Mercedes Larriqueta
Lugar: ICB, Universidad Nacional Cuyo

Clausura de la correspondencia puntos extremos en LSIP

Muchos modelos matemáticos que aparecen en la práctica vienen dados por un sistema de ecuaciones lineales $\sigma = \{a'_t x \geq b_t, t \in T\}$, donde el número de desigualdades puede ser infinito pero el espacio de las variables tiene dimensión finita. Si se está en presencia de un problema de programación lineal semi-infinita, es decir que se busca optimizar una función objetivo lineal, en caso de que el óptimo exista, en general, éste ocurrirá en un punto extremo del conjunto solución. Sin embargo, con frecuencia los coeficientes del sistema semi-infinito están sujetos a perturbaciones o provienen de estimaciones estadísticas, alterando el conjunto de puntos extremos del conjunto solución. Es por ello que interesa analizar propiedades de estabilidad del conjunto de puntos extremos del conjunto solución de dicho sistema.

La estabilidad del conjunto solución para sistemas semi-infinitos ha sido estudiada en profundidad por numerosos autores, desde la década del 70 ([4], [5], [3]). Se cuenta con un gran número de caracterizaciones para la semicontinuidad inferior en el sentido de Berge para la correspondencia \mathcal{F} , que a cada sistema asigna el conjunto solución. La estabilidad del conjunto de puntos extremos del conjunto solución es de una complejidad mayor. Ha sido estudiado el caso especial en que el sistema de ecuaciones lineales es finito (Davidson, 1996 [1]) y se ha obtenido resultados en el contexto lineal semi-infinito estableciendo la equivalencia entre la semicontinuidad inferior en el sentido de Berge de la correspondencia \mathcal{F} y la semicontinuidad inferior en el sentido de Berge de la correspondencia \mathcal{E} que a cada sistema asigna el conjunto de puntos extremos de su conjunto solución ([2]).

Existen, además, otros conceptos de estabilidad como la clausura de la correspondencia \mathcal{E} y la semicontinuidad Lipschitz de la correspondencia \mathcal{E} . Se establece condiciones suficientes y necesarias para la clausura de la correspondencia \mathcal{E} . Se presenta condiciones para la estabilidad del conjunto de puntos extremos en términos de semicontinuidad Lipschitz.

Referencias

- [1] Davidson M.R. Stability of the extreme point set of a polyhedron, *J. Optim. Theory Appl.*, **90** 357-380, 1996.
- [2] Goberna, M.A., Larriqueta, M., Vera, V.N. On the stability of the extreme point set in linear optimization, *SIAM J. Optim.* Vol. **15** No. **4** (2005), 1155-1169.
- [3] Goberna, M.A., López, M. A. and Todorov, M.I. Stability theory for linear inequality systems, *SIAM J. Matrix Anal.* **17** (1996), 730-743.
- [4] Robinson, S.M. Stability theory for systems of inequalities. Part I: Linear systems, *SIAM J. Numer. Anal.* **12** (1975), 754-769.
- [5] Tuy, H. Stability property of a system of inequalities *Math. Oper. Statist. Series Opt.* **8** 27-39, 1977.

Autores: Raúl Vignau, Nélica Echebest y María Laura Schuverdt
Lugar: FCE, Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Raúl Vignau

Aproximación de las restricciones no lineales mediante adaptadas
Quasi-Newton y su aplicación a la resolución de problemas de optimización
no lineales sin derivadas

En muchos problemas de optimización no lineal el cálculo de los valores funcionales de la función objetivo y restricciones es costoso y las derivadas no están disponibles. Es conocido que problemas con esas características, por ejemplo provenientes de la Ing. Química o Economía, también se caracterizan porque tanto la función objetivo como las restricciones son suficientemente suaves.

En un trabajo previo, [1], hemos presentado una modificación del software NEWUOA [2], de optimización irrestricta sin derivadas, adaptando la resolución del modelo cuadrático a una región de confianza con restricciones de cotas, para ser usado como base de un método SQP (Programación Cuadrática Secuencial) para optimización no lineal. En tal trabajo, la aproximación del Jacobiano de las restricciones se hacía por diferencias finitas, determinando un costo elevado en relación al número requerido de evaluaciones funcionales de las restricciones.

Este trabajo está dirigido a obtener una aproximación linealizada de las restricciones usando un método Quasi-Newton de rango uno, como paso previo a la resolución de problemas de optimización no lineales sin derivadas. Con ese objetivo, se hace un estudio sobre la resolución de sistemas no lineales por dos metodologías diferentes sin derivadas, usando el método Quasi-Newton de Broyden y otra forma más económica, en relación a las operaciones del algebra lineal, que reemplaza la matriz aproximante por un coeficiente denominado de Barzilai y Borwein [3].

El objetivo principal del trabajo, en el marco de optimización no lineal sin derivadas y de las distintas posibles metodologías de resolución como el método SQP o el de Restauración Inexacta, es resolver eficientemente en cada iterado $x_k \in \mathbb{R}^n$ el siguiente problema:

$$\min_{\|x-x^k\| \leq \Delta_k} \sum_{i=1}^m (h_i(x))^2$$

siendo $h_i(x) = 0$, $i = 1, \dots, m$ las restricciones del problema original.

Se presentará la teoría fundamental de la metodología propuesta y las experiencias numéricas realizadas.

Referencias

- [1] Echebest, Vignau, Una extensión del método NEWUOA de optimización sin derivadas para la resolución de problemas no lineales con restricciones. Comunicación presentada en la UMA 2008.
 - [2] Powell, The NEWUOA software for unconstrained optimization without derivatives. Technical Report, 2004.
 - [3] La Cruz, Martínez, Raydan, Spectral residual method without gradients for solving large-scale nonlinear systems of equations. Theory and experiments. Technical Report, 2004.
-

Teoría de Lie

Organiza:

Esther Galina

Conferencia Invitada**Fernando Levstein****FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba**

Distribuciones esféricas

En la primera mitad se definirán los conceptos básicos y se hará un resumen de las principales propiedades de las funciones esféricas y su relación con los pares de Gelfand. Luego se mostrará una generalización de la noción de par de Gelfand que plantea el problema de encontrar distribuciones esféricas. Se analizará el caso correspondiente al par de Gelfand generalizado $(SO(n) \times R_{>0} \times H_n, H_n)$, donde H_n es el grupo de Heisenberg de dimensión $2n + 1$.

En el caso $n = 1$ se mostrará como es posible obtener una descripción precisa de las distribuciones esféricas a partir de las soluciones de la ecuación hipergeométrica confluyente.

Trabajo en colaboración con Linda Saal.

Referencias

- [1] S. Helgason; *Groups and geometric analysis*. Academic Press, 1984.
- [2] A. Knapp; *Representation theory of semisimple Lie groups*. Princeton University Press, 1986.

Autor: Inés Pacharoni**Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba**

Relación de recurrencia para funciones esféricas asociadas al espacio proyectivo complejo

El objetivo de este trabajo es probar una relación de recurrencia de tres términos que satisfacen ciertos paquetes de funciones esféricas matriciales asociadas al par simétrico $(G, K) = (SU(n + 1), U(n))$ y de K -tipo arbitrario. El caso $n = 2$ fue considerado en [PT1]

Partiendo de la descomposición en K módulos irreducibles del producto tensorial de ciertas representaciones de $G = SU(n)$ obtenemos fórmulas de multiplicación para funciones esféricas matriciales de cualquier K -tipo.

Luego empaquetando convenientemente el conjunto de identidades obtenidas, damos una relación de recurrencia que satisfacen estas funciones esféricas matriciales de un mismo tipo $\pi \in \hat{K}$. Las matrices que definen esta relación de recurrencia se describen de manera explícita.

Restringiendo esta fórmula al subgrupo A de G deducimos una relación de recurrencia de tres términos que satisfacen las sucesiones de polinomios ortogonales matriciales asociadas a funciones esféricas.

Referencias

- [PT1] Pacharoni, I., and J. A. Tirao *Three term recursion relation for spherical functions associated to the complex projective plane* Math. Physics, Analysis and Geometry, 7 (2004), 193–221
- [PT2] Pacharoni I. and Tirao J. *Matrix valued spherical functions associated to the complex projective space*. Preprint, 2009.

Autor: Raúl Vidal

Lugar: FaMAF

Distribuciones esféricas de un par de Gelfand asociado al grupo de Heisenberg cuaterniónico

Sea $n \in \mathbb{N}$ y sean $p, q \in \mathbb{N}$ tales que $p + q = n$. Denotamos por \mathbb{H} el anillo de división de los cuaterniones, y por \mathbb{H}^n el módulo sobre \mathbb{H} de dimensión n . Para $\alpha, \beta \in \mathbb{H}^n$, sea

$$B(\alpha, \beta) = \sum_{j=1}^p \alpha_j \bar{\beta}_j - \sum_{j=p+1}^n \alpha_j \bar{\beta}_j.$$

El grupo de Heisenberg cuaterniónico $N(p, q, \mathbb{H})$ modelado sobre los cuaterniones, de dimensión $4n + 3$ se define por $\mathbb{H}^n \times \text{Im}(\mathbb{H})$ con ley de grupo

$$(\alpha_1, z_1) \cdot (\alpha_2, z_2) = (\alpha_1 + \alpha_2, z_1 + z_2 + \frac{1}{2} \text{Im} B(\alpha_1, \alpha_2))$$

Sea $U(p, q, \mathbb{H}) = \{g \in \text{Gl}(4n, \mathbb{R}) / B(g\alpha, g\beta) = B(\alpha, \beta)\}$. $U(p, q, \mathbb{H})$ actúa sobre $N(p, q, \mathbb{H})$ de la manera natural por automorfismos. Es bien sabido que también hay un subgrupo de automorfismos isomorfo a $SO(3)$. Denotamos por $K = SO(3) \times U(p, q, \mathbb{H})$.

En este trabajo se determinan las distribuciones esféricas del par $(K, N(p, q, \mathbb{H}))$. Cabe destacar que en el trabajo [1] se prueba que estas distribuciones se expresan como suma de una distribución función más una distribución soportada en el conjunto $B(\alpha, \alpha) = 0$; Allí, la distribución función es calculada explícitamente, pero no así la distribución singular. Mediante otro método se llegara a determinar explícitamente tanto la distribución función como la distribución soportada en el conjunto $B(\alpha, \alpha) = 0$.

Referencias

- [1] Van Dijk, G., Mokmi, K. "Harmonic Analysis on a Class of generalized Gelfand pairs associated with hyperbolic spaces", Russian Journal Of Mathematical Physics, Vol 5, No2 (167-178).

Autores: Carina Boyallian y Vanesa Meinardi

Lugar: FaMAF

Expositor: Vanesa Meinardi

Representaciones de peso máximo cuasifinitas de la superálgebra de Lie de tipo ortogonal de operadores diferenciales matriciales en el círculo

En este artículo clasificamos los módulos de peso máximo cuasifinitos irreducibles de la subálgebra de Lie ortogonal de el Algebra de Lie de operadores diferenciales matriciales en el círculo y construimos a ellos en términos de la teoría de representaciones de el álgebra de Lie compleja $\mathfrak{gl}_{\infty}^{[m]}$ de matrices infinitas con un número finito de diagonales no nulas sobre el álgebra $R_m = \mathbb{C}[u]/(u^{m+1})$ y sus subálgebras de tipo B y D.

Referencias

- [1] C. Boyallian and J. Liberati, *Subálgebras de Lie Clásicas de el Algebra de Lie de operadores diferenciales matriciales en el círculo*, Journal of Math. Phys. **42** (2001), 3735-3753.
- [2] C. Boyallian and J. Liberati, *Representaciones de una subálgebra de tipo simpléctica de W_{∞}* , Journal of Math. Phys. **44** no. 5 (2003), 2192-2205.

- [3] C. Boyallian, V. Kac, J. Liberati and C. Yan, *Módulos de peso máximo cuasifinitos sobre el álgebra de Lie de operadores diferenciales matriciales en el círculo*, Journal of Math. Phys. **39** (1998), 2910-2928.
- [4] V. G. Kac and J. I. Liberati, *Representaciones cuasifinitas Unitaria de W_∞* , Letters Math. Phys. , **53** (2000), 11-27.
- [5] V. G. Kac and A. Radul, *Módulo de peso máximo Cuasifinito sobre el álgebra de Lie de operadores diferenciales en el círculo*, Comm. Math. Phys. **157** (1993), 429-457.

Autores: Carina Boyallian y María Sofía Portillo Mongelli
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: María Sofía Portillo Mongelli

Operadores biespectrales, caso discreto-continuo y transformada racional de Darboux

El problema biespectral originalmente formulado por Duistermaat y Grünbaum [DG], es la descripción de todas las situaciones en las cuales un par de operadores diferenciales en las variables x y z tienen una autofunción común $\psi(x, z)$, más precisamente

$$L(x, \partial_x)\psi(x, z) = \lambda(z)\psi(x, z), \quad (1)$$

$$B(z, \partial_z)\psi(x, z) = \theta(z)\psi(x, z). \quad (2)$$

Por simplicidad diremos que L , B o ψ son biespectrales si estas ecuaciones se cumplen.

Los resultados en [DG] tienen interesantes conexiones con una gran variedad de tópicos que van desde las ecuaciones de Korteweg-deVries a diferentes áreas de la matemática pura tales como la estructura de automorfismos e ideales del álgebra de Weyl en una variable [BHY], representaciones del álgebra $W_{1+\infty}$ [BHY2], el sistema de Calogero-Moser [W2], el principio de Huygens [B], trazas de intertwiners de álgebras de Lie simples (cuantizadas) [EV, FMT], etc.

Grünbaum y Haine consideraron en [GH] una versión discreto-diferencial del problema biespectral donde x toma valores en \mathbb{Z} y el operador diferencial $L(x, \partial_x)$ es reemplazado por un pseudo-operador en diferencia.

En este trabajo construimos ejemplos de operadores biespectrales discreto-continuos obtenidos por medio de transformaciones de Darboux racional

aplicado a un pseudo-operador en diferencia regular con coeficientes constantes. Más aún, damos un procedimiento explícito para obtener el operador diferencial involucrado en la situación biespectral.

Referencias

- [BHY] B. Bakalov, E. Horozov and M. Yakimov *General methods for constructing biespectral operators*, Phys. Lett. **A222 (1-2)** (1996), 59-66.
- [BHY2] B. Bakalov, E. Horozov and M. Yakimov *Highest Weight Modules over the $W_{1+\infty}$ algebra and the biespectral problem*, Duke Math. **190 (2)** (1998), 41-72.
- [B] Yu. Berest, *Huygens' principle and the biespectral problem*, In: The biespectral problem (Montreal, PQ, 1997), CRM Proc. Lecture Notes **14**, AMS, RI, (1998), 11-30.
- [DG] J.J. Duistermaat and F.A. Grünbaum, *Differential equation in the spectral parameter*, Commun. Math. Phys. **103** (1986), 177-240.
- [EV] P. Etingof and A. Varchenko, *Traces of intertwiners for quantum groups and difference equations I*, QA/9907181.
- [FMT] G. Felder, Y. Markiv and V. Tarasov, *Differential Equations Compatible with KZ Equations*, QA0001184.
- [GH] F. Grünbaum and L. Haine, *Associated polynomials, spectral matrices and the biespectral problem*, Methods and Applications in Analysis **6(2)** (1999), 209-224.
- [L] J. Liberati, *Bispectral property, Darboux transformation and the Grassmannian Gr^{rat}* , Lett. Math. Phys. **41** (1997), 321-332.
- [W2] G. Wilson, *Collisions of Calogero-Moser particles and adelic Grassmannian*, with appendix by I. G. Macdonald, Invent. Math. **133 (1)** (1998), 1-41.

Conferencia Invitada

Leandro Cagliero

FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Restricciones de representaciones y funciones de partición vectoriales

Sea (π, V) una representación de un álgebra de Lie semisimple compleja \mathfrak{g} y sea \mathfrak{h} una subálgebra de Lie reductiva de \mathfrak{g} . Un problema clásico en teoría

de representaciones consiste en obtener las multiplicidades $a_\tau \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ tales que

$$\pi|_{\mathfrak{h}} = \bigoplus_{\tau \in \text{irr}(\mathfrak{h})} a_\tau \tau.$$

Esta descomposición existe por el teorema de Weyl en el caso de que V sea de dimensión finita, y si V es de dimensión infinita existe bajo ciertas hipótesis adicionales sobre V . Una típica instancia de este problema es cuando \mathfrak{h} es una subálgebra de Cartan de \mathfrak{g} y V es una representación irreducible de dimensión finita de \mathfrak{g} . En este caso existen numerosas fórmulas que dan las multiplicidades de cada peso (ver [2], [L], etc). Una de las más famosas es la fórmula de Kostant [2], la cual involucra la conocida *función de partición de Kostant* P . La función P es, por definición, la función que asigna a cada peso la cantidad de formas en que éste se puede expresar como combinación lineal de las raíces positivas de \mathfrak{g} con coeficientes enteros no negativos.

La función de partición de Kostant P es un caso particular de lo que se conoce como función de partición vectorial (ver [S]). Estas funciones están definidas de la siguiente manera. Sea A una matriz $d \times n$ con coeficientes enteros no negativos. La función de partición vectorial asociada a A es la función $\phi_A : \mathbb{N}^d \rightarrow \mathbb{Z}_{\geq 0}$ definida por

$$\Phi_A(u) = \#\{x \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^n : Ax = u\}.$$

En esta charla discutiremos recientes avances (ver [BV]) en la comprensión de estas funciones y la relación que existe entre ellas y el problema de cálculo de multiplicidades.

Referencias

- [BV] Baldoni, V., Vergne, M., *Kostant Partitions functions and Flow polytopes* Transformation Groups **13** (2008), vol. 3-4, 447-469.
- [K] Kostant B., *A formula for the multiplicity of a weight*, Trans. Amer. Math. Soc. **93** (1959), 53-73.
- [L] Lusztig G., *Singularities, character formulas, and a q-analog of weight multiplicities in Analysis and Topology on Singular Spaces, II, III* (Luminy, 1981), Asterisque **101-102**, Soc. Math. France, Montrouge, 1983, 208-299.
- [S] Sturmfels, B., *On vector partition functions*, J. Combin. Theory Ser. A **72** (1995), no. 2, 302-309.

Autores: L. Cagliero y E. Canterle

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba - CONICET y Universidad Nacional Salta

Expositor: Elda Canterle

Caracteres del álgebra exterior de las representaciones irreducibles de $sl(2, \mathbb{C})$ y la homología de extensiones abelianas de la subálgebra de Borel de $sl(2, \mathbb{C})$

Sea \mathfrak{b} la subálgebra de Borel de $sl(2, \mathbb{C})$, es decir el álgebra de Lie con base $\{H, E\}$ y con corchete $[H, E] = 2E$. Para cada n , sea V_n la representación irreducible de $sl(2, \mathbb{C})$ de peso máximo n . Haciendo actuar \mathfrak{b} en V_n definimos el producto semidirecto $\mathfrak{b}_n = \mathfrak{b} \ltimes V_n$. En este trabajo calculamos la homología de \mathfrak{b}_n con coeficientes triviales $H_*(\mathfrak{b}_n)$.

Por resultados básicos de homología de álgebras de Lie, el problema de calcular $H_*(\mathfrak{b}_n)$ se reduce a calcular $H_*(\mathfrak{b}, \bigwedge^j V_n)$ y, a su vez, este problema se reduce a calcular el álgebra de $sl(2, \mathbb{C})$ -invariantes en $\bigwedge^j V_n$.

Para calcular la dimensión del espacio $(\bigwedge^j V_n)^{sl(2, \mathbb{C})}$ expresamos el carácter de $\bigwedge^j V_n$ en términos de los q -coeficientes binomiales $\binom{r}{s}_q$ y calculamos la multiplicidad de la representación trivial en $\bigwedge^j V_n$ a partir de ellos. Con esta información obtenemos una expresión para la dimensión de $H_k(\mathfrak{b}_n)$ para todo k y todo n .

Autores: L. Jimenez, A. Barrionuevo y L. Cagliero

Lugar: Fa.C.E.T. - Universidad Nacional de Tucumán

Expositor: Lina Jimenez

Estructuras de Hom-Lie Algebra sobre el Algebra de Lie de Heisenberg

Sea \mathfrak{g} un álgebra no asociativa tal que su producto $[\cdot, \cdot]$ es antisimétrico, y sea $\sigma : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$ un homomorfismo de álgebras. Decimos que (\mathfrak{g}, σ) es una hom-Lie álgebra si el producto cumple la identidad de Jacobi deformada por σ , es decir si

$$[(id + \sigma)(x), [y, z]] + [(id + \sigma)(y), [z, x]] + [(id + \sigma)(z), [x, y]] = 0$$

para todo $x, y \in \mathfrak{g}$.

Las hom-Lie álgebras fueron introducidas en [1] para estudiar deformaciones de las álgebras de Witt y Virasoro. En 2008, Jin y Li probaron que en un álgebra de Lie simple de dimensión finita, todas las estructuras de hom-Lie álgebra sobre ella, son triviales (ver [2]).

En este trabajo clasificaremos las estructuras de hom-Lie álgebra sobre \mathfrak{h}_3 , el álgebra de Lie de Heisenberg de dimensión 3 sobre los complejos. Al ser esta álgebra de Lie 2-pasos nilpotente el problema se reduce a clasificar las órbitas del álgebra de derivaciones de \mathfrak{h}_3 bajo la acción del grupo de automorfismos de \mathfrak{h}_3 . Los resultados que obtuvimos nos permiten clasificar las distintas estructuras de hom-Lie álgebra sobre \mathfrak{h}_3 en 6 familias distintas. Tres de ellas dependen de dos parámetros complejos, una es monoparamétrica y las dos restantes son equivalentes a matrices fijas. Probamos además que no hay equivalencias entre estos grupos.

Referencias

- [1] J. T. Hartwig, D. Larsson, S. D. Silvestrov: "Deformations of Lie Algebras using σ -derivations", *J. Algebra* 295 (2006), 314-361.
 [2] Q. Jin, X. Li: "Hom-Lie algebra structures on semi-simple Lie algebras", *J. of Algebra* 319 (2008), 1398-1408

Autores: Ana Sustar y Paulo Tirao

Lugar: FaMAF - CIEM, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Ana Sustar

Estructura y clase de nilpotencia de nilradicales de subálgebras parabólicas

Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie semisimple compleja de dimensión finita, \mathfrak{h} una subálgebra de Cartan fija, $\Delta = \Delta(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ un sistema de raíces y Δ^+ un sistema positivo en Δ también fijo. La correspondiente subálgebra de Borel de \mathfrak{g} es $\mathfrak{b} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{n}$, donde $\mathfrak{n} = \bigoplus_{\alpha \in \Delta^+} \mathfrak{g}_\alpha$. Cualquier subálgebra \mathfrak{p} de \mathfrak{g} que contenga a \mathfrak{b} es una subálgebra parabólica de \mathfrak{g} y es de la forma

$$\begin{aligned} \mathfrak{p} &= \mathfrak{h} \oplus \bigoplus_{\alpha \in \Gamma} \mathfrak{g}_\alpha, \text{ donde } \Delta^+ \subseteq \Gamma \subseteq \Delta, \\ &= (\mathfrak{h} \oplus \bigoplus_{\alpha \in \Gamma \cap -\Gamma} \mathfrak{g}_\alpha) \oplus \bigoplus_{\substack{\alpha \in \Gamma \\ \alpha \notin -\Gamma}} \mathfrak{g}_\alpha, \\ &= \mathfrak{l} \oplus \mathfrak{u}, \end{aligned}$$

para algún Γ , donde $\mathfrak{t} = \mathfrak{h} \oplus \bigoplus_{\alpha \in \Gamma \cap -\Gamma} \mathfrak{g}_\alpha$ es el factor de Levi y $\mathfrak{u} = \bigoplus_{\substack{\alpha \in \Gamma \\ \alpha \notin -\Gamma}} \mathfrak{g}_\alpha$ es el nilradical de \mathfrak{p} . Todas las subálgebras parabólicas, y sus nilradicales están parametrizadas por la familia de subconjuntos de raíces simples.

En este trabajo describimos la estructura y determinamos la clase de nilpotencia de todos los nilradicales de subálgebras parabólicas.

Muy recientemente B. Kostant introdujo la noción de \mathfrak{t} -raíces, donde $\mathfrak{t} = \text{cent } \mathfrak{t}$, para el estudio de estos nilradicales. Esta teoría se asemeja a la teoría clásica de raíces en la que $\mathfrak{t} = \mathfrak{h}$.

Referencias

- [1] Bertram Kostant, Root Systems for Levi Factors and Borel-de Siebenthal Theory. arXiv:0711.2809v2.
- [2] Anthony W. Knap, Lie Groups Beyond an Introduction-Second Edition. Progress in Mathematic; v.140. Birkhäuser.

Autores: José Araujo y Tim Bratten

Lugar: FCE, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Expositor: Tim Bratten

Una generalización del teorema de Kostant

Sea G un grupo reductivo complejo conexo con álgebra de Lie \mathfrak{g} . Sea $\mathfrak{b} \subseteq \mathfrak{g}$ una subálgebra de Borel con radical nilpotente

$$\mathfrak{n} = [\mathfrak{b}, \mathfrak{b}].$$

Supongamos que $G_0 \subseteq G$ es una forma real compacta y sea H_0 el normalizador de \mathfrak{b} en G_0 . Sea M una representación irreducible de G_0 . Entonces el teorema generalizado de Borel-Weil probado por Kostant [2] da una descripción de las representaciones de H_0 en los grupos de n -homología

$$H_p(\mathfrak{n}, M) \quad p = 0, 1, 2, \dots, n = \dim_{\mathbb{C}}(\mathfrak{n}).$$

Ahora supongamos que $G_0 \subseteq G$ es una forma real (no necesariamente compacta). Sea M una representación irreducible analítica de G_0 . Entonces se sabe que los grupos de n -homología

$$H_p(\mathfrak{n}, M)$$

son representaciones de dimensión finita de H_0 [1].

Para una familia restringida de representaciones irreducibles analíticas de G_0 , se obtiene una generalización de la fórmula de Kostant que describe las representaciones de H_0 en los grupos de n -homología.

Referencias

- [1] Hecht, H. y Taylor J.: *A comparison theorem for n -homology*. *Compositio Math.* **86** No. 2 (1993) 189-207.
 - [2] Kostant, B.: *Lie algebra cohomology and the generalized Borel-Weil theorem*. *Annals of Math.* **74** No. 2 (1961) 329-387.
-

Teoría de Probabilidad

Organizan:

Pablo Ferrari - Pablo Groisman

Conferencia Invitada
Inés Armendariz
Universidad de San Andrés

Coagulación multiplicativa y proceso dual de fragmentación
usando resultados asintóticos
de la teoría de gráficos aleatorios de Erdős y Rényi

David Aldous obtuvo una versión eterna del proceso de coagulación multiplicativa, relacionando las marginales de este último con la distribución de las excursiones fuera del origen de una difusión. En esta charla vamos a repasar brevemente la construcción de Aldous, y mostrar que en realidad el proceso de coagulación multiplicativo puede obtenerse, en forma determinística, a partir de trayectoria de un caminante Browniano.

Conferencia Invitada
Sebastián Grynberg
Universidad de Buenos Aires

Simulación perfecta de campos markovianos

Mostraremos cómo utilizar el proceso markoviano conocido como Gibbs sampler para construir un algoritmo de simulación perfecta de medidas de Gibbs con interacciones de rango finito.

Autores: P. D'Árgenio, P. Celayes, P. Sánchez Terraf y N. Wolovick
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Pedro Sánchez Terraf

Procesos de Markov etiquetados no deterministas

Los procesos de Markov sobre espacios continuos o con evolución continua del tiempo ocurren naturalmente en sistemas físicos, biológicos, económicos o computacionales. Un trabajo prominente en el área es el desarrollado sobre los denominados *procesos de Markov etiquetados (LMP)*. Un LMP consiste de un espacio de estados S (posiblemente continuo), un conjunto de etiquetas o acciones L y funciones de transición $\{t_a : S \rightarrow \text{Prob}(S)\}_{a \in L}$, que

dados el estado “actual” del sistema y una acción, nos devuelve la distribución de probabilidades para el estado siguiente.

En el marco de este trabajo extendemos los LMP con no determinismo (es decir, para cada estado y acción puede haber más de un comportamiento probabilista posible). El no determinismo es un aspecto fundamental en computación para la representación abstracta de sistemas.

Uno de los principales problemas en este contexto corresponde al estudio de diferentes nociones de equivalencia entre estos modelos. Las que nos ocupan ahora son diferentes formas de *bisimulación*, que se puede expresar como la indistinguibilidad desde el punto de vista del entorno (o de la interacción con un “usuario”).

En esta charla trataré de exponer algunas preguntas matemáticas que surgen del estudio de los LMP no deterministas.

Conferencia Invitada**Florenia Leonardi****Universidad de São Paulo, Brasil**

Pérdida de memoria para funciones aleatorias de cadenas de Markov y exponentes de Lyapunov

En esta presentación mostraremos que la tasa exponencial de pérdida de memoria de una función aleatoria de una cadena de Markov $(Z_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ está acotada superiormente por la diferencia de los dos primeros exponentes de Lyapunov de un cierto producto de matrices. También mostraremos que esta cota es alcanzada, esto es, que para casi toda realización del proceso $(Z_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ podemos encontrar símbolos donde la tasa exponencial de pérdida de memoria es igual a la diferencia de los dos primeros exponentes de Lyapunov. Esto demuestra que el proceso tiene memoria infinita e proporciona cotas inferiores que son saturadas (iguales a las cotas superiores para algunos símbolos específicos) en un conjunto de medida total. Trabajo en conjunto con Pierre Collet (École-Polytechnique, Francia).

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Comisión Directiva

- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| • Presidente | Hernán Cendra |
| • Vicepresidente Primero | Hugo Aimar |
| • Vicepresidente Segundo | Nicolás Andruskiewitsch |
| • Secretario | Beatriz Marrón |
| • Prosecretario | Walter Reartes |
| • Tesorero | Rosana Entizne |
| • Protesorero | Sebastián Ferraro |

Dirección postal: UMA - Departamento de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253
B8000CPB Bahía Blanca
Buenos Aires
Argentina

Tel.: +54-291-4595101 (int. 3417)

Fax: +54-291-4595163

E-mail: uma@union-matematica.org.ar

Sitio web: <http://www.union-matematica.org.ar>

Secretarios Locales

Marta Casamitjana
Depto. de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Avda. Alem 1253
8000 BAHÍA BLANCA
martavirkel@hotmail.com

Gustavo Juarez
B°Avellaneda y Tula - Casa n° 102
4700 CATAMARCA
uma@decatamarca.net.ar

Germán Torres
FaMAF - Ciudad Universitaria
M. Allende y Haya de la Torre
5000 CÓRDOBA
torres@mate.uncor.edu

Liliana de Zaragoza
Juan B. Justo 441
5501 GODOY CRUZ (Mza.)
lzaragoz@fcemail.uncu.edu.ar

Adriana Galli
Depto. Matemática
Fac. Cs. Exactas - UNLP
Calle 47 y 115- 1900 LA PLATA
adriana@mate.unlp.edu.ar

Mercedes Heredia
Lavalle y Alem
4440 METÁN
SALTA

Graciela Fernández
Depto. de Matemática - FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Pab. I Ciudad Universitaria
1428 CAPITAL FEDERAL
uma-ba@dm.uba.ar

María Mendonça
San Martín 1426
9000 COMODORO RIVADAVIA
mendonca@ing.unp.edu.ar

Rubén Cerutti
Depto. de Matemática- FCEyN - UNNE
9 de Julio 1449
3400 CORRIENTES
rcerutti@exa.unne.edu.ar

Nydia Dal Bianco
Fac. Cs. Exactas y Naturales
Uruguay 151
6300 Santa Rosa - LA PAMPA
dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar

Guillermo Valdéz
Funes 3250
7600 MAR DEL PLATA
gvaldez@mdp.edu.ar

Cristina Cano
Depto. de Matemática
Fac. de Economía - UNCo
Buenos Aires 1400
8300 NEUQUÉN
cbcano@uncoma.edu.ar

Víctor Wall
 Facultad de Cs. Exactas,
 Químicas y Naturales - UNAM
 Entre Ríos 2419
 3300 POSADAS
 matemat@fceqyn.unam.edu.ar

María Cristina Sanziel
 Fac. de Ciencias Exactas
 Ingeniería y Agrimensura - UNR
 Av. Pellegrini 250
 2000 ROSARIO
 sanzziel@fceia.unr.edu.ar

Virginia Montoro
 Centro Regional Univer. Bariloche
 Quintral 1250
 8400 S. C. DE BARILOCHE
 vmontoro@crub.uncoma.edu.ar

Bárbara Bajuk
 Depto. de Matemática - UNSL
 Ejército de los Andes 950
 5700 SAN LUIS
 bbajuk@unsl.edu.ar

Stella Maris Vaira
 Depto. Matemática - FCB - UNL
 Pje. El Pozo - Cdad. Universitaria
 3000 SANTA FE
 svaira@fcb.unl.edu.ar

Marta García
 FCE-UNCPBA
 Campus Universitario
 Paraje Arroyo Seco
 7000 TANDIL
 mgarcia@exa.unicen.edu.ar

Marcela Lazarte
 Pje. Roca 4369
 4000 TUCUMÁN
 mlazarte@herrera.unt.edu.ar

Adriana M. González
 Depto. de Matemática
 Fac. de Ciencias Exactas - UNRC
 Ruta 36 Km 601
 X5804ZAB RÍO CUARTO (Cba.)
 agonzalez@exa.unrc.edu.ar

Eudosa (Nena) Diaz de Hibbard
 Depto. de Matemática
 Fac. de Ciencias Exactas - UNSA
 Buenos Aires 177
 4400 SALTA
 endh@unsa.edu.ar

Delfina Femenia
 FFHA - UN de San Juan
 Av. Ignacio de la Roza 230(O)
 5400 SAN JUAN
 delfinafemenia@speedy.com.ar

Ana Benavente
 Depto. de Matemática - UNSL
 Ejército de los Andes 950
 5700 SAN LUIS
 abenaven@unsl.edu.ar

Ismael Gómez
 Depto. de Matemática -FCE
 UN de Santiago del Estero
 4200 SANTIAGO DEL ESTERO
 jgomez@unse.edu.ar

Susana Gloria González de Quevedo
 Fac. de Ingeniería
 UN de la Patagonia
 Belgrano 504 - 2ºp.
 9100 TRELEW CHUBUT
 susanaquevedo@speedy.com.ar

Ricardo Zalik
 221 Parker Hall,
 Department of Mathematics and Statistics
 Auburn University, Auburn
 ALABAMA 36849-5310 USA
 zalik@auburn.edu

Publicaciones

Revista de la Unión Matemática Argentina

ISSN 0041-6932

Correo electrónico: revuma@criba.edu.ar

Sitio web: <http://inmabb.criba.edu.ar/revuma/>

Dirección postal: Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253
B8000CPB Bahía Blanca - Argentina

- **Director**

Luis A. Piovan

- **Vice-directores**

Jorge Lauret, María Julia Redondo, Ignacio Viglizzo

Revista de Educación Matemática

ISSN N° 0326-8780

ISSN N° 1852-2882 (en línea)

Correo electrónico: revm@famaf.unc.edu.ar

Sitio web: http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/

Dirección postal: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
M. Allende y Haya de la Torre
Ciudad Universitaria
5000 Córdoba, Argentina.

- **Director**

Jorge Vargas

- **Vice-directora**

Carina Boyallian

- **Secretario Ejecutivo**

Bernardino Audisio

- **Secretaria de Edición**

Luisa I. Gallardo

Noticiero de la Unión Matemática Argentina

Versión impresa: ISSN 1514 - 9560

Versión electrónica: ISSN 1514 - 9595

Correo electrónico: noticiero.uma@gmail.com

Sitio web: [http:// www.notiuma.santafe-conicet.gov.ar](http://www.notiuma.santafe-conicet.gov.ar)

Dirección postal: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL)
Güemes 3450
S3000GLN Santa Fe, Argentina.

- **Editores**

Fernando Gaspoz, Ivana Gómez

- **Colaboradores**

Marilina Carena, Silvia Hartzstein