

Algebras de la Lógica

Título: A note on pm-algebras

Autores: A. V. Figallo, N. Oliva, A. Ziliani

Lugar: Dep. Matemática, UNS. Instituto de Ciencias Básicas, UNSJ.

Here, we initiate an investigation into the variety \mathbf{PM} ; namely, pseudocomplemented De Morgan algebras which verify an additional property (or *pm*-algebras) (see [2], [3]). Our main interest is centred around the determination of the subdirectly irreducible *pm*-algebras. For this purpose, we prove that the category \mathbf{PM} is dually equivalent to a full subcategory of the De Morgan spaces ([1]). We also describe the congruence lattice of each algebra of this variety.

- [1] W. H. Cornish and P. R. Fowler, *Coproducts of De Morgan algebras*, Bull. Austral. Math. Soc., 16(1977), 1–12.
- [2] A. V. Figallo, *Tópicos sobre álgebras modales 4-valuadas*, Proceedings of the IX Latin American Symposium on Mathematical Logic, Notas de Lógica Matemática, 38 (part.2), (1993), 145–157.
- [3] A. V. Figallo and P. Landini, *Notes on 4-valued modal algebras*, Preprints del Instituto de Ciencias Básicas, UNSJ, 1, 1(1996), 29–40.

Título: Algebras de Łukasiewicz de Clausura Trivalentes
Autores: C. Cimadamore, L. Rueda y A. M. Suardiaz
Lugar: Departamento de Matemática - Universidad Nacional del Sur

En este trabajo desarrollamos el estudio de la variedad \mathcal{CL}_n de las álgebras de Łukasiewicz n -valentes con un operador de clausura aditivo. Una característica importante en la estructura de un álgebra $L \in \mathcal{CL}_n$ es que el conjunto de los elementos abiertos $Q(L)$ forman un álgebra de Heyting y que el conjunto de los elementos booleanos abiertos $Q(B(L))$ forman una subálgebra de $Q(L)$. El álgebra $Q(B(L))$ nos permite caracterizar las congruencias de L y caracterizar las álgebras subdirectamente irreducibles.

Consideramos la subvariedad formada por las álgebras de \mathcal{CL}_n en las que el conjunto de los elementos abiertos forman un álgebra de Heyting trivalente. Probamos que las álgebras de esta subvariedad son de Łukasiewicz trivalentes. Determinamos las álgebras subdirectamente irreducibles de esta subvariedad y damos una descripción completa de su reticulado de subvariedades.

Título: Algebras y lógicas de Chang asociadas a las de Lukasiewicz

Autores: R.Lewin, M. Sagastume, P. Massey

Lugar: Facultad de Matemática - Pontificia Universidad Católica de Chile, Dep. de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP.

Las MV^* -álgebras fueron definidas en [1] por Chang, quien representó a las MV^* -álgebras como producto subdirecto de MV^* -cadenas. En este trabajo se definen los ideales y los ideales primos en MV^* -álgebras. Se prueba que los ideales se corresponden con las congruencias y que todo ideal es intersección de ideales primos. Usando estos nuevos conceptos se deduce el teorema de representación de Chang y se demuestra intrínsecamente que una ecuación vale en toda MV^* -álgebra si y sólo si vale en $[-1, 1]$. Se estudia la relación de las MV^* -álgebras con los ℓ -grupos, que resulta más natural que la relación de éstos con las MV -álgebras (ver[2]). Se describen, además, las MV^* -álgebras libres y se caracterizan en el caso unidimensional.

En [1], C. C. Chang introduce la lógica L^* cuyos valores de verdad se extienden a $[-1, 1]$ y cuyos valores designados son los positivos del intervalo. Además, en [3] se prueba la completud para el fragmento L_0^* de L^* de las fórmulas nulas. La contraparte algebraica de L^* es la clase de las MV^* -álgebras. En este trabajo se estudian propiedades de L^* a partir de los resultados ya obtenidos para MV^* -álgebras, por medio del isomorfismo existente entre el reticulado de los ideales del álgebra de Lindenbaum y el de las teorías de L^* . Se prueba que en L^* la completud fuerte sólo vale para el caso finito y se obtiene un teorema de la deducción.

1) Chang, C. C., *A Logic with Positive and Negative Truth Values*, Acta Philosophica Fennica fasc. **16** (1963), 19–39.

2) Cignoli, R., D'Ottaviano, I. M. L. and Mundici, D., *Algebraic Foundations of Many-Valued Reasoning*. Trends in Logic, Studia Logica Library, Vol. 7, Kluwer Academic Publishers, 2000.

3) Lewin, R. A., Sagastume, M., *Paraconsistency in Chang's Logic with Positive and Negative Truth Values*. In Paraconsistency, the Logical Way to the Inconsistent (W. A. Carnielli, M. E. Coniglio, I.M.L.D'Ottaviano, Eds.), Marcel Dekker, 2002, (1994), 381–396.

Título: Dualidad de Priestley para subvariedades de DLI, DLF y DLFI-álgebras

Autores: Celani, Sergio Arturo y Cabrer, Leonardo Manuel

Lugar: UNCPBA. Departamento de Matemática

En [1] Celani se prueba una dualidad para reticulos distributivos acotados con implicación y/o fusión (**DLI**, **DLF**, **DLFI**-álgebras), utilizando espacios de Priestley dotados de dos relaciones ternarias.

En este trabajo aplicamos esta dualidad a algunas subvariedades importantes de las **DLI**, **DLF** y **DLFI**-álgebras, analizando las condiciones sobre las relaciones asociadas a la implicación y fusión que traducen las ecuaciones que definen esas subvariedades.

Por ejemplo hemos probado la dualidad para los reticulos implicativos (acotados) introducidos en [2]), los reticulos residuados, **MTL**-álgebras, **IMTL**-álgebras (ver [3]) y las algebras de Wasjberg.

Referencias

- [1] Celani, S. A. Bounded Distributive Lattices with Fusion and Implication. The Southeast Asian Bulletin of Mathematics. Artículo en prensa.
- [2] Martínez, N. G. & Priestley, H.A. On Priestley Spaces of Lattice-Ordered Algebraic Structures. ORDER Vol.15 N°4 (1998) 297-323.
- [3] Esteva, F. & Godo, L. Monoidal t-norm based logic: towards a logic for left continuous t-norms. Fuzzy sets and systems 124 (2001) 271-288.
- [4] Wang, S ; Wang, B. & Fang, R. NML, a schematic extension of F.Esteva and L.Godo's logic MTL. Fuzzy sets and systems. Artículo en prensa.

Título: EL reticulado de clases (A)(E) $p=q$ de la variedad de las álgebras de Kleene
Autores: M. Campercholi, D. Vaggione
Lugar: FaMAF, UNC

En la variedad de las álgebras de Kleene (sin 0 ni 1, en el lenguaje) se encuentran todas las clases axiomatizables con sentencias de la forma $\forall \exists ! \wedge p = q$. La primera parte del estudio de estas clases fue presentada en la reunión anual de la UMA del año pasado. En esta presentación se mostrará como se concluyó positivamente el análisis del problema.

Título: Free finitely generated $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebras with negation
Autores: Claudia Sanza
Lugar: Departamento de Matemática, UNS.

In this note, we give a description of what we named the determinant system of each finite subdirectly irreducible $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebra with negation ([1], [2]); this is later used to determine the lattice of its subalgebras. Besides, we prove that the variety of $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebras with negation is locally finite and we obtain an upper bound for the cardinal number of the free finitely generated algebra.

- [1] C. Sanza, *Notes on $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebras with negation*, to appear in L. J. of the IGPL, 2004.
- [2] C. Sanza, *A note on subdirectly irreducible $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebras with negation*, Abstracts of the XII Latin American Symposium on Mathematical Logic, San José, Costa Rica, 2004, p. 17.

Título: Free n -valued Hilbert algebras over a poset

Autores: Aldo Figallo Jr.

Lugar: Departamento de Matemática. UNS

In [1], L. Monteiro described a method to obtain free 2-valued Hilbert algebras or Tarski algebras over a poset. In this talk, we provide a general technique which allows us to construct free n -valued Hilbert algebras with $n \geq 2$ (see [2]). Furthermore, we extend the above technique to free n -valued Heyting algebras over a poset.

- [1] L. Monteiro. *Construction des algèbres de Tarski libres sur un ensemble ordonné*, Math. Japonica, 23, 4(1978), 433 - 437.
- [2] L. Monteiro. *Algèbres de Hilbert n -valentes*, Port. Math., 36 (1977), 159 - 174.

Título: FUNCIONES COMPATIBLES EN ALGUNAS SUBCLASES DE LAS ALGEBRAS DE HEYTING

Autores: A. Galli, R. Ertola Birabén, M. Sagastume

Lugar: Dep. de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP y Facultad de Humanidades, UNLP

Son conocidos los resultados de Caicedo y Cignoli (ver [1], [2]) sobre conectivos intuicionistas, definidos éstos en base al concepto de compatibilidad de funciones con todas las congruencias en cada álgebra de Heyting. Por otra parte, en el trabajo [3] de Galli-Sagastume se definió por modelos de Kripke apropiados el concepto de conectivo simétrico-intuicionista en el cálculo proposicional modal simétrico de Moisil, que es extensión conservadora del cálculo intuicionista.

En este trabajo se caracteriza el concepto de función compatible y se estudian propiedades de dichas funciones en las álgebras de Heyting generalizadas y en algunas subclases de las álgebras de Heyting. Estas álgebras corresponden respectivamente a la lógica minimal (más débil que la intuicionista) y a algunas extensiones de la lógica intuicionista, como la lógica de Moisil.

1) Caicedo, X. Investigaciones acerca de los conectivos intuicionistas. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 19, (1995) pp. 705-716.

2) Caicedo, X., Cignoli, R. An algebraic approach to intuitionistic connectives. The Journal of Symbolic Logic, vol.66, No 4, dec. 2001.

3) Galli, A., Sagastume, M. Symmetric-intuitionistic connectives, Models, Algebras and Proofs, C. Montenegro, X. Caicedo (eds.) Marcel Dekker, New York. (Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics), (1999) 267-279.

Título: ml-BCK álgebras

Autores: A. V. Figallo, G. Ramón, S. Saad

Lugar: Dep. de Matemática, UNS. Instituto de Ciencias Básicas, UNSJ.

In this presentation we investigate the BCK-algebras such that the underlying ordered structure is a lattice (see [1]). Besides, we add to these algebras a binary operation such that the variety of BL-algebras (see [2]) is strictly contained in this new class of algebras.

[1] P. Izdiak. *Lattice operation in BCK-álgebras*. Math. Japonica. 29(1989), 839 - 846.

[2] P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic*. Kluwer, 1998.

Título: Ockham-Nelson algebras with a quantifier

Autores: A. V. Figallo, P. Landini, A. Ziliani

Lugar: Dep. Matemática, UNS. Instituto de Ciencias Básicas, UNSJ

In this presentation, we introduce and investigate the variety of Ockham-Nelson algebras (see [1],[2],[3]) with a quantifier which verifies certain additional properties.

- [1] J. Berman, *Distributive lattices with an additional unary operation*, Aequationes Math., 16(1977), 165–171.
- [2] A. V. Figallo, *Notes on generalized N -lattices*, Rev. Un. Mat. Argentina, 35(1990), 61–65.
- [3] A. V. Figallo, P. Landini and A. Ziliani, *On the variety of Ockham-Nelson algebras*, Conference on Residuated Structures and Many-valued Logics, University of Patras, Grecia, Junio 2004.

Título: Resolución de ecuaciones algebraicas en la variedad de las álgebras de Post cíclicas y en la variedad generada por cuerpos finitos.
Autores: López Martinolich, Blanca Fernanda - Vannicola, María del Carmen
Lugar: Dpto. Matemática. Fa.E.A. Universidad Nacional del Comahue

En [1] M. Serfati caracteriza las ecuaciones algebraicas en una incógnita consistentes en la variedad de las álgebras de Post de orden n . Por otra parte, en [2] damos un método constructivo para definir una estructura de un álgebra de Post k -cíclica de orden p sobre un cuerpo finito $F(p^k)$, y recíprocamente. Además probamos la existencia de una interpretación Φ_1 de la variedad $V(L_{p,k})$ generada por $L_{p,k}$ en la variedad $V(F(p^k))$ generada por $F(p^k)$ y de una interpretación Φ_2 de $V(F(p^k))$ en $V(L_{p,k})$ tal que una es la inversa de la otra. En este trabajo mostramos cómo podemos resolver ecuaciones algebraicas en las variedades mencionadas utilizando la interpretación dada en [2].

Referencias:

- [1] M. Serfati, On Postian algebraic equations, *Discrete Mathematics* 152 (1996) 269-285.
- [2] M. Abad, J.P. Díaz Varela, B.F. López Martinolich, M.C. Vannicola and M. Zander, An equivalente between varieties of cyclic Post algebras and varieties generated by a finite field. Trabajo aceptado para su publicación en *Demonstratio Mathematica*.

Título: Symmetric $(n+1)$ -valued Heyting algebras with additional operations

Autores: M. Canals Frau, J. Carrizo, A.V. Figallo, I. Pelegrina

Lugar: Dep. de Matemática, UNS - Instituto de Ciencias Básicas, UNSJ

In the present note, we define and investigate a new class of algebras constituted by symmetric $(n + 1)$ -valued Heyting algebras on which there are defined a quantifier and n possibility operators. These algebras are both a generalization of symmetric n -valued Heyting algebras introduced by L. Iturrioz in [1] and $(n + 1)$ -valued modal Heyting algebras defined in [2].

- [1] L. Iturrioz, *Modal operators on symmetrical Heyting Algebras*, Departamento de Matemática, Universidad Claude-Bernard, Lyon I, 69621 Villeurbanne, Francia.

- [2] M. Canals Frau, *Una representación topológica para las álgebras de Heyting modales $(n + 1)$ -valuadas*. Actas del VI Congreso Dr. A. Monteiro, Bahía Blanca, 2001.

Título: The lattice of subvarieties of the variety of
diagonal-free two-dimensional cylindric algebras
Autores: Martín Figallo
Lugar: Departamento de Matemática. U.N.S.

In this note we describe the lattice $\Lambda(\mathbf{Df}_2)$ of subvarieties of the variety \mathbf{Df}_2 of diagonal-free two-dimensional cylindric algebras.

- [1] L. Henkin, D. Monk and A. Tarski, Cylindric Algebras. Parts I & II, North-Holland, 1971 & 1985.

Título: θ -Valued Lukasiewicz algebras without negation

Autores: A.V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani

Lugar: Dep. de Matemática, UNS - Instituto de Ciencias Básicas, UNSJ

In this paper, we describe subdirectly irreducible θ -valued Lukasiewicz algebras without negation (see [1]) by a different method from the one established in [1]. To this aim, using the results obtained in [2], [3] and [4], we develop a duality theory for these algebras. This enables us to obtain a characterization of the congruences by means of certain closed subsets of the associated space.

- [1] C. Boicescu, A. Filipoiu, G. Georgescu and S. Rudeanu, *Lukasiewicz-Moisil Algebras*, North-Holland, Amsterdam 1991.
- [2] W. H. Cornish and P. R. Fowler, *Coproducts of De Morgan algebras*, Bull. Austral. Math. Soc., 16(1977), 1–12.
- [3] H. Priestley, *Ordered topological spaces and the representation of distributive lattices*, Proc. London Math. Soc., 4 (3)(1972), 507–530.
- [4] H. Priestley, *Ordered sets and duality for distributive lattices*, Ann. Discrete Math., 23(1984), 39–60.

Título: Una equivalencia entre anillos con raíz cuadrada y álgebras de Boole con un automorfismo distinguido
Autores: Díaz Varela José Patricio
Lugar: Bahía Blanca

En este trabajo introduciremos los square root rings \mathbf{R}_2 , anillos conmutativos de característica dos con unidad con una operación adicional, la raíz cuadrada. Se demuestra que esta variedad está generada por los cuerpos de Galois finitos $\mathbf{GF}(2^k)$. Se establecerá una equivalencia (una interpretación y su inversa) con la variedad de las álgebras de Boole con un automorfismo distinguido $\mathbf{BA}\delta$, que para que forme una variedad se le ha agregado en el lenguaje el automorfismo y su inversa. Esto nos permitirá realizar interesantes construcciones sobre \mathbf{R}_2 aplicando los resultados obtenidos en trabajos anteriores.

Título: Una subvariedad de álgebras temporales lineales

Autores: Marta A. Zander

Lugar: Universidad Nacional del Sur

En su trabajo *An Algebraic Study of Tense Logics with Linear Time* (Journal of Symbolic Logic, Vol 33), R. Bull da pruebas de completitud para tres sistemas de axiomas con respecto a las lógicas temporales con tiempo lineal racional, real y discreto. Las variedades asociadas *Dens*, *Cont* and *Disc*, están generadas por álgebras cuyos marcos son, respectivamente, $\langle \mathbb{Q}, <, > \rangle$, $\langle \mathbb{R}, <, > \rangle$ y $\langle \mathbb{Z}, <, > \rangle$. En este trabajo consideramos la subvariedad \mathcal{V} generada por las álgebras finitas de *Disc*. Probamos que \mathcal{V} es localmente finita y determinamos su reticulado de subvariedades. Probamos además que $\mathcal{V} = \text{Disc} \cap \text{Dens} = \text{Disc} \cap \text{Cont}$.

Título: Álgebras Racionales de Pavelka

Autores: Manuela Busaniche

Lugar: IAM- CONICET

La lógica racional de Pavelka (*RPL*) es una extensión de la lógica infinito valuada de Lukasiewicz \mathbb{L} que se obtiene por la adición de un conjunto numerable de constantes de verdad en correspondencia con el conjunto de racionales del segmento real $[0, 1]$ al lenguaje de \mathbb{L} . La idea de *RPL* es que permite mostrar enunciados parcialmente verdaderos a partir de premisas parcialmente verdaderas. Los valuaciones sobre *RPL* son los homomorfismos desde el conjunto de fórmulas de *RPL* en la MV-álgebra standard sobre $[0, 1]_{\mathbb{L}}$, que a cada constante del lenguaje le asignan el correspondiente racional. Teniendo en cuenta que \mathbb{L} es completo con respecto a $[0, 1]_{\mathbb{L}}$, Hájek prueba un teorema de completitud para *RPL*, haciéndole corresponder a cada fórmula φ en *RPL* una fórmula φ^* en \mathbb{L} tal que $\vdash_{RPL} \varphi$ sii $\vdash_{\mathbb{L}} \varphi^*$. Concluye que una fórmula ϕ es demostrable en *RPL* sii $e(\phi) = 1$ para cada valuación e de *RPL*.

Por otro lado, el teorema de completitud para \mathbb{L} se puede probar utilizando herramientas algebraicas. En la presente comunicación, se dará una demostración del teorema de completitud en *RPL* a través de métodos algebraicos, distinta a la dada por Hájek. En primer lugar, para formalizar las estructuras algebraicas obtenidas a partir de la adición de constantes racionales a las MV-álgebras consideramos las álgebras racionales de Pavelka y probamos que *RPL* es algebrizable en el sentido de Blok y Pigozzi. Las álgebras racionales de Pavelka constituyen la semántica algebraica de *RPL*. Luego obtenemos una representación de estas álgebras por el álgebra $[0, 1]_{\mathbb{L}}$ considerando como constantes racionales a los racionales en $[0, 1]$, y obtenemos como consecuencia el teorema de completitud.

Análisis Funcional y Análisis Numérico

Título: ALGORITMO DE NEWTON DISCRETO PRECONDICIONADO CON MEMORIA LIMITADA

Autores: H.Scolnik, N.Echebest, M.T.Gurdarucci, M.C. Vacchino

Lugar: La Plata

Este trabajo presenta un algoritmo para resolver problemas de optimización no lineal de gran tamaño. Básicamente, es un método de Newton truncado-discreto que usa un algoritmo de gradientes conjugados preconditionado para definir la dirección de búsqueda. Con el propósito de mejorar la eficiencia del algoritmo de gradientes conjugados discretizado, en problemas mal condicionados, se usa un preconditionador Quasi-Newton con Memoria Limitada. Este preconditionador en cada iteración usa la información recogida en las iteraciones previas. Varias estrategias para este problema y con el mismo objetivo han sido propuestas por diferentes autores (Morales and Nocedal (2000), Nash (1985)). En este trabajo, se guardan las direcciones obtenidas en la aplicación de gradientes conjugados de la iteración previa que reflejen las curvaturas locales extremas del problema. También, cuando el modelo local detecta curvaturas negativas significativas se adiciona esa información a la nueva dirección de búsqueda. Las experiencias numéricas preliminares con problemas test estándar muestran un eficiente comportamiento del algoritmo presentado.

Keywords: método de gradientes conjugados, preconditionamiento, métodos de memoria limitada, curvatura negativa.