Otros temas

Título: Estimaciones de la medida de Mahler de formas lineales
Autores: Ricardo Toledano
Lugar: Dep. de Matematica. Facultad de Ingenieria Quimica. UN del Litoral

Sea $P \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ un polinomio de n variables. La medida de Mahler logarítmica $m(P)$ de P se define como

$$m(P) = \int_{[0,1]^n} \log |P(\mathrm{e}^{2\pi i\theta_1}, \ldots, \mathrm{e}^{2\pi i\theta_n})| \, d\theta_1 \ldots d\theta_n.$$

Se prueba que la medida de Mahler logarítmica de formas lineales del tipo $\mathbb{L}_n = x_1 + \cdots + x_n$ se puede expresar como una serie de potencias de n^{-1} con coeficientes racionales que pueden ser calculados usando el n-ésimo operador potencia simétrica de una ecuación diferencial algebraica de segundo orden. En particular, se prueba la validez de la estimación

$$m(\mathbb{L}_n) = \log \sqrt{n} - \frac{\gamma}{2} + O(n^{-1}),$$

para $n \geq 4$. Esta estimación mejora levemente un resultado de Smyth de 1982 acerca del comportamiento asintótico de $m(\mathbb{L}_n)$ para n grande.

Título: Homotopía simple
Autores: López García, Fernando
Lugar: Universidad de Buenos Aires

Dados dos espacios topológicos, en general es difícil decidir si son homotópicamente equivalentes o no. En el contexto de los CW-complejos compactos, que se construyen pegando finitas celdas de distintas dimensiones, existe la noción de homotopía simple, introducida por J.H.C. Whitehead. La misma se define en términos geométricos y es la forma "natural" de pensar deformaciones de CW-complejos.

Es fácil ver que toda equivalencia homotópica simple es una equivalencia homotópica. Sin embargo, la recíproca de esta afirmación en general no es cierta. Para analizar este problema y decidir en qué casos dos espacios homotópicamente equivalentes son simple homotópicamente equivalentes, Whitehead introdujo el ahora llamado grupo de Whitehead, que se define como un grupo cociente entre matrices inversibles y ciertas matrices elementales. Este grupo fue estudiado posteriormente por J. Milnor, Bass, Swan, entre otros, y es el que dio origen al primer grupo de K-Teoría algebraica.

En esta charla explicaremos las ideas básicas de esta teoría y mostraremos algunos ejemplos y aplicaciones interesantes.

Título: Numeric vs. Symbolic homotopy algorithms in polynomial system solving: A case study

Autores: Mariano De Leo, Ezequiel Dratman y Guillermo Matera
Lugar: Depto. Matemática, FCEN, UBA. Buenos Aires.

Consideramos una familia de sistemas polinomiales que se originan en el análisis de las soluciones estacionarias de una discretización de ciertas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con términos no lineales de difusión y reacción. Probamos que esta familia está bien condicionada desde el punto de vista numérico y mal condicionada del punto de vista simbólico. Exhibimos un algoritmo numérico que resuelve cualquier miembro de esta familia en tiempo polinomial, que contrasta significativamente el comportamiento exponencial de todos los algoritmos simbólicos conocidos que resuelven este tipo de sistemas.

Título: Una conjetura sobre diferencias de números primos
Autores: David Oscari
Lugar: Universidad Nacional de Tucumán

Proponemos una conjetura sobre diferencias de números primos que se puede interpretar geométricamente usando circunferencias del plano.

Conjetura. *Sea p_n es el n-ésimo primo y $d_n = p_{n+1} - p_n$. Entonces para todo $n \geq 6$, existe $i \leq n-3$ tal que $d_i + d_n$ divide a $p_{i+1}d_n + p_n d_i$ y el cociente es un primo.*

En la computadora la verificamos para los primos menores que 3×10^8. También desarrollamos un argumento de tipo probabilístico que nos envió Enrico Bombieri, un especialista en Teoría de Números, que a partir de la conjetura de las r-tuplas de Hardy-Littlewood muestra la razonabilidad de la conjetura planteada. Es necesario aclarar que este argumento no es riguroso, es decir no demuetra la conjetura, sólo da indicios de su veracidad. El argumento de Bombieri concluye que $\mathrm{Sol}(p_n)$, la cantidad total de i's que cumplen la conjetura en un dado n, es mayor que cierta función $g(p_n)$ que tiende a infinito cuando n tiende a infinito. Con Turbo Pascal 6 se calcularon $\mathrm{Sol}(p_n)$ para los n en el rango $25 \leq n \leq 10^4$ y se verificó caso por caso tal desigualdad. Para presentar gráficamente estos datos hemos usado Maple 7.