Teoría de Grafos, Combinatoria y Convexidad

Título: Caracterizacion por subgrafos prohibidos de grafos de caminos
Autores: Marisa Gutierrez, Jayme L. Swarcfiter, Silvia B. Tondato.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata.

Una clase de grafos $\mathcal{G}$ cerrada por subgrafos inducidos puede ser caracterizada por subgrafos prohibidos. Es decir existe una familia de grafos $P_{\mathcal{G}}$ minimal tal que $G \in \mathcal{G}$ si y sólo si G no contiene a ningún grafo de $P_{\mathcal{G}}$ como inducido. Generalmente es difícil encontrar la familia $P_{\mathcal{G}}$ para un clase $\mathcal{G}$ dada.

Estudiamos clases de grafos de intersección de caminos de árboles en este sentido; UV: intersección de caminos de un árbol no dirigido; DV: intersección de caminos dirigidos en un árbol dirigido; RDV: intersección de caminos dirigidos enraizados en un árbol dirigido en- raizado; *Intervalos* intersección de intervalos de la recta.

La familia de grafos prohibidos $P_{\mathcal{G}}$ ha sido encontrada para las clases de *Intervalos*(Lekkerkerker-Boland) y para la clase DV (Panda). Dado que para estas clases existen representaciones canónicas dadas por sus árboles cliques, desarrollamos una estrategia basada en dichas representaciones; con esto probamos nuevamente los resultados existentes y encontramos la familia de prohibidos para la clase UV.

Título: El índice de no-idealidad en ciertas operaciones de clutters

Autores: Gabriela Argiroffo
Lugar: Universidad Nacional de Rosario

En [1] se define un índice de no-idealidad de clutters que se preserva por dualidad blocker, y se estudia el comportamiento del mismo bajo la composición de clutters.

En este trabajo se presentan operaciones de clutters, algunas de ellas análogas a operaciones de grafos que preservan perfección (es decir, operaciones en las que el grafo resultante es perfecto si y sólo si los grafos operandos lo son), analizadas en [2].

Con respecto a dichas operaciones, se analiza si las mismas preservan idealidad (operaciones en las que el clutter resultante es ideal si y sólo si los clutters operandos lo son), y se estudia el comportamiento del mencionado índice de no-idealidad en el caso en que las operaciones se efectúan sobre clutters no-ideales.

Bibliografía:

[1] G. Argiroffo, S. Bianchi, G. Nasini: Clutter Nonidealness, por aparecer en Special Issue of Discrete Applied Mathematics.

[2] G. Cornuéjols: Combinatorial Optimization: Packing and Covering, SIAM, CBMS 74 (2001).

Título: Estabilidad de funciones crecientes convexas a lo largo de rayos.
Autores: VERA de SERIO, Virginia N.
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo

En este trabajo se estudia la estabilidad del conjunto de nivel inferior $\{x \in \mathbb{R}^n_{++} \mid f(x) \leq 0\}$ donde f es una función $ICAR$, i.e. f es una función creciente en $\mathbb{R}^n_{++}$ ($x \geq y$ implica $f(x) \geq f(y)$) y la función $f_x :]0, +\infty[\to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ definida por $f_x(\lambda) := f(\lambda x)$ es convexa, cualquiera sea x en $\mathbb{R}^n_{++}$. Aquí $\mathbb{R}^n_{++} := \{x \in \mathbb{R}^n \mid x > \mathbf{0}\}$, donde $x > y$ significa $x_i > y_i$, $i = 1, 2, ..., n; x \geq y$ se define similarmente.

En *análisis monotónico* estas funciones juegan el mismo papel que juegan las funciones convexas usuales en el análisis convexo. Se muestra que las funciones $ICAR$ son localmente Lipschitz en el interior de su dominio y que la convergencia puntual de una sucesión de funciones $ICAR$ implica la convergencia uniforme en conjuntos compactos de $\mathbb{R}^n_{++}$. Esta propiedad se aplica para establecer resultados de estabilidad para funciones $ICAR$ similares en algún sentido a aquéllos de funciones convexas. Más específicamente, si $\mathcal{F}$ indica el conjunto de todas las funciones $ICAR$ finito valuadas definidas en $\mathbb{R}^n_{++}$, interesa estudiar la estabilidad de la correspondencia $\mathcal{S} : \mathcal{F} \rightrightarrows \mathbb{R}^n_{++}$ definida por

$$\mathcal{S}(f) := \{x \in \mathbb{R}^n_{++} \mid f(x) \leq 0\} \equiv F.$$

Se introduce una métrica en $\mathcal{F}$ y se caracteriza la estabilidad para la consistencia (o sea se caracteriza la condición de que f pertenezca al interior del dominio de $\mathcal{S}$) probando que es equivalente a la semicontinuidad inferior de $\mathcal{S}$ en el sentido de Berge y también a la existencia de una solución estricta.

Título: Grafos Clique Criticos.
Autores: Liliana Alcón
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Dado un grafo G, el grafo clique de G, que se denota mediante $K(G)$, es el grafo intersección de la familia de cliques (completos maximales) de G. Si v es un vértice de G, $G - v$ es el grafo que se obtiene removiendo de G el vértices v y todas las aristas incidentes en él. Escalante y Toft definen en [1] los grafos clique-críticos como aquellos tales que para todo vértice v, se verifica que $K(G - v) \neq K(G)$.

En este trabajo presentamos una sencilla caracterizacin de los grafos clique-críticos y demostramos que el problema de reconocimiento de los grafos clique-crítico es NP-completo. Por otra parte probamos que si H tiene m aristas entonces cualquier grafo clique-crítico G, tal que $K(G) = H$ tiene a lo sumo $2m$ vértices.

References

[1] F. Escalante, B. Toft, On Clique-Critical Graphs, *Journal of Combinatorial Theory (B)*, **17**, (1974), 170-182.

Título: Número de árbol y de foresta de grafos adjuntos, (2,1)adjuntos, totales y (2,1) totales.

Autores: Elsa Osio, Teresa Braicovich, Cora Bernardi y Cristina Costes
Lugar: Universidad Nacional del Comahue - Neuquén

Sea el grafo $G(V, U)$, se define el *número de foresta* según aristas ($\gamma(G)$) como el mínimo número de subconjuntos en los cuales puede particionarse $U(G)$ en forestas, de forma análoga se define el *número de árbol* según aristas ($\tau(G)$) como el mínimo número de subconjuntos en los cuales puede particionarse $U(G)$ en árboles. Por otra parte, teniendo en cuenta el concepto de digrafos (h, j) adjunto y (h, j) total se definen los grafos (2, 1) adjunto y (2, 1) total para el caso no dirigido.

Dado un grafo G k-regular se analizará, en este trabajo, la relación existente entre el número de árbol y número de foresta de los grafos adjunto, total, (2,1) adjunto y (2, 1) total de dicho grafo G. Para esto se utilizará, entre otros, el Teorema de Ringel – Lladó – Serra, el cuál se basa en el concepto de conectividad.

Referencias:

[1] A. R. Chiappa. “Palabras circulares equilibradas. Grafos adjuntos”. INMABB- CONICET. Universidad Nacional del Sur. (1982).

[2] F.R. K. Chung. “On partition of graphs into trees”. Discrete Math. 23 (1978) 23-30.

[3] G. Ringel – A. Lladó – O. Serra. “On the tree number of regular graphs”. Discrete Math. 165/166 (1997) 587-595.

[4] U. Schulte: “Constructing trees in bipartite graphs”. Discrete Math. 154 (1996) 317-320.

[5] R. Lewis: “The number of spanning trees of a complete multipartite graph”. Discrete Math. 197/198 (1999) 537-541.

Título: Un operador de visibilidad en espacios de convexidad
Autores: Francisco Alberto Formica y Juan Carlos Bressan
Lugar: Facultad de Farmacia y Bioquímica, UBA

En esta comunicación supondremos que (X, $\boldsymbol{C}$) es un espacio de convexidad, que induce una geometría lineal densa y extensible en el sentido de W. A Coppel (1998). Llevaremos a este contexto axiomático algunos resultados sobre el operador de visibilidad definido en R^n, por H. Martini y W. Wenzel. Además de la notación habitual, consideraremos:

$$[a,b] = \boldsymbol{C}(a,b) \text{ y } [a,b> = \boldsymbol{C}(a,b) \cup \{x\in X: b\in \boldsymbol{C}(a,x)\}.$$

Algunas definiciones y proposiciones que se llevaron a este contexto axiomático son las siguientes:

D.1. Sean $E\subset X$ y $\sigma: \boldsymbol{P}(E) \to \boldsymbol{P}(E)$ una función:

a) σ es *operador de clausura* si cumple: **(H0)** $\forall A\subset E$, $A\subset\sigma(A)$.
(H1) $A\subset B\subset E \Rightarrow \sigma(A)\subset \sigma(B)$. **(H2)** $\forall A\subset E$, $\sigma(\sigma(A)) = \sigma(A)$.

b) σ es *operador de visibilidad* si cumple: **(H0)**, **(H1)** y
(V) $\forall A\subset E$, $\forall e\in\sigma(A)$, $\exists a\in A$, $e\in\sigma(a)$ (*condición de visibilidad*).

D.2. Sean $K\subset X$ y $E = X\backslash K$, definimos $\forall A\subset E$,
$\sigma_K(A) = A\cup\{b\in E\backslash A: \exists a\in A, ([a,b]\cap K = \emptyset \wedge [a,b> \cap K \neq \emptyset\}$.

P.1. i) $\forall A\subset X$, $\sigma_\emptyset(A) = A$. ii) $\forall K\subset X$, $\sigma_K(\emptyset) = \emptyset$.

P.2. *Sean* $K\subset X$ *y* $E = X\backslash K$, *entonces* $\sigma_K: \boldsymbol{P}(E) \to \boldsymbol{P}(E)$ *es un operador de visibilidad.*

P.3. *Sean* $K\in \boldsymbol{C}$ *y* $E = X\backslash K$, *entonces* $\sigma_K: \boldsymbol{P}(E) \to \boldsymbol{P}(E)$ *es un operador de clausura.*

P.4. *Sean* $\emptyset\neq K\in \boldsymbol{C}$ *y* $E = X\backslash K$, *entonces:*

i) $\forall a\in E$, $J(K, a) = K\cup\sigma_K(a)$.

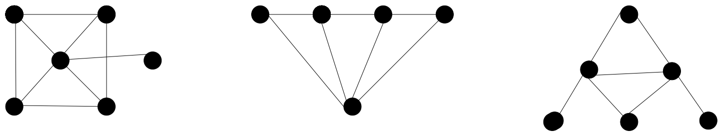
ii) $\forall a\in E$, $\boldsymbol{C}(K\cup\{a\}) = K\cup\sigma_K(a)$.

iii) $\forall A\subset E$, $K \subset$ *mir* $(K\cup\sigma_K(A))$.

iv) $\forall A\subset E$, $\boldsymbol{C}(K\cup A) = K\cup\sigma_K(\boldsymbol{C}(A))$.

Título: Una nueva caracterizacion de los grafos Treelike

Autores: Dobson, P.; Gutierrez, M.;Szwarcfiter, J. L.
Lugar: UNRosario, UNLa Plata y UFRio de Janeiro



Un grafo de comparabilidad es de *treelike* si admite un orden cuyo grafo cubridor es un árbol. La clase de los grafos comparabilidad treelike no es una clase hereditaria, un ejemplo de ello lo proporciona una rueda 4: W_4, que es treelike pero si le sacamos el vértice central, tenemos un ciclo C_4, que no lo es. Se prueba que un grafo es tree-like si no tiene como subgrafos inducidos a ni a C_{2n}, para $n \geq 3$ ni a ninguno de los de la figura y verifica la condición de los ciclos 4 (es decir, si C es un ciclo de 4 vértices, la intersección de las vecindades de éstos induce un completo).

Título: Una Topología Inducida por la Estructura de Convexidad
Autores: Juan Carlos Bressan
Lugar: Facultad de Farmacia y Bioquímica, UBA

Sea (X, $\boldsymbol{C}$) espacio de **JD**-convexidad T_1, que además cumple:

(A.1**)** $S\subset X \Rightarrow ext\,(S) = ext\,(\boldsymbol{C}\,(S))$.

(A.2) $[c\notin \boldsymbol{C}(a, b) \wedge b\notin \boldsymbol{C}(a, c)] \Rightarrow \boldsymbol{C}(a,b)\cap\boldsymbol{C}(a,c) = \{a\}$.

(A.3) $p\in \boldsymbol{C}(S) \Rightarrow \boldsymbol{C}(S) = \cup\{\boldsymbol{C}(p\cup(S\backslash s)) : s\in S\}$.

(A.4) $a \neq b \Rightarrow \exists\{c,d\}\subset X\backslash\{a,b\}, [a\in \boldsymbol{C}(b,c) \wedge d\in \boldsymbol{C}(a,b)]$.

Por una comunicación que presenté en UMA-2003, en estos espacios queda definida la cápsula afín *af* S para todo $S\subset X$.

Ahora obtendremos un espacio de convexidad topológico, induciendo una topología, tal que los polítopos resulten conjuntos cerrados. Algunas definiciones y proposiciones son:

D.1. $\forall C\in \boldsymbol{C}$, $C^i = \{a\in C : \forall b\in C\backslash a, \exists c\in C\backslash a, a\in \boldsymbol{C}(b,c)\}$.

D.2. $\forall C\in \boldsymbol{C}$, $int\ C = \{a\in C : \forall b\in X\backslash a, \exists c\in C\backslash a, a\in \boldsymbol{C}(b,c)\}$.

P.1. $C\in \boldsymbol{C} \Rightarrow int\ C \subset C^i$.

P.2. $[C\in \boldsymbol{C} \wedge af\ C = X] \Rightarrow int\ C = C^i$.

P.3. $C\in \boldsymbol{C} \Rightarrow [(int\ C)\in \boldsymbol{C} \wedge C^i\in \boldsymbol{C}]$.

P.4. $C\in \boldsymbol{C} \Rightarrow [int\ (int\ C) = int\ C \ \wedge\ (C^i)^i = C^i]$.

P.5. *Sean* A, $B\in \boldsymbol{C}$ *:* (i) $A^i\cap B^i \neq \emptyset \Rightarrow (A\cap B)^i = A^i\cap B^i$.

(ii) $int\ (A\cap B) = (int\ A)\cap(int\ B)$. (iii) $A\subset B \Rightarrow int\ A \subset int\ B$.

D.3. $\boldsymbol{A} = \{S\subset X: \forall x\in S, \exists A_x\in \boldsymbol{C}, (A_x\subset S \wedge x\in int\ A_x)\}$.

D.4. $\acute{A} = \{S\subset X: X\backslash S\in \boldsymbol{A}\}$ es la familia de conjuntos cerrados.

P.6. (X, $\acute{A}$, $\boldsymbol{C}$) *es un espacio de convexidad topológico.*

P.7. *Si* $X = \Re^n$ *y* $\boldsymbol{C} = \{C\subset X: C = conv\ C\}$, *entonces* (X, $\boldsymbol{C}$) *es un espacio de* **JD**-*convexidad* T_1 que cumple **(A.1)-(A.4)** *y la familia* $\acute{A}$ *inducida por* $\boldsymbol{C}$ *es igual a la de cerrados dada por sus normas.*